

### Úlohy na La Salleho větu

9. Nechť  $f, g \in C^1(\mathbb{R})$  jsou rostoucí,  $f(0) = g(0) = 0$ . Vyšetřete stabilitu stacionárních bodů systému

$$\begin{aligned}x' &= -y - f(x), \\y' &= g(x).\end{aligned}$$

*Návod:*  $V = \int g(x)dx + y^2/2$ .

10. Nalezněte  $\omega$ -limitní množiny pro systém

$$\begin{aligned}x' &= y - x^7(x^4 + 2y^2 - 10), \\y' &= -x^3 - 3y^5(x^4 + 2y^2 - 10).\end{aligned}$$

*Návod:*  $V = (x^4 + 2y^2 - 10)^2$ .

11. Ukažte, že počátek je globálně asymptoticky stabilní pro systém

$$x' = -y - x^3, \quad y' = x^5.$$

*Návod:*  $V = x^n + y^m$  pro vhodná sudá  $m, n$ .

12. Ukažte, že počátek je globálně asymptoticky stabilní pro systém

$$x' = -x^3 + 2y^3, \quad y' = -2xy^2.$$