Řešení

9) Počátek je jediný stacionární bod. (Linearizace dává asymptotickou stabilitu, pokud navíc $f'(0) > 0$ a $g'(0) > 0$.) Označíme $G(x) = \int_0^x g(\xi) d\xi$ a definujeme $V = G(x) + y^2/2$. Potom (při značení Věty 3) je Ω_ℓ vždy omezená; $\dot{V} = -f(x)g(x)$, tedy $R = \Omega_\ell \cap \{x = 0\}$ a protože $x' \neq 0$ pro $x = 0$, $y \neq 0$, je M rovno počátku, který je tak globálně asymptoticky stabilní.

10) Protože $\dot{V} = -8V(x^2 + 2y^6) \leq 0$, je $M = R = \{0\} \cup E$, kde E je „elipsa" $\{x^4 + 2y^2 = 10\}$. Je-li x_0 různý od počátku, pak $0 \notin \omega(x_0)$, (neboť V má v 0 lokální maximum); tedy $\omega(x_0) \subset E$. Dokonce nutně $\omega(x_0) = E$ a E je periodický orbit (elementární úvahy nebo užitím Poincaré-Bendixsonovy věty).

11) Volíme $V = x^6/3 + y^2$, tedy $\dot{V} = -2x^8$. Dále $R = \Omega_\ell \cap \{x = 0\}$, ovšem M je pouze počátek, který je tak (globálně) asymptoticky stabilní díky úloze 5.

12) $V = x^2 + y^2$, $\dot{V} = -4x^4$; dále analogicky jako v úloze 11.