

Přerovnání řad zachovávající konvergenci či součet

17. října 2018

Je známo, že pokud řada konverguje neabsolutně, pak jejím přerovnáním se může součet řady změnit, případně po přerovnání nemusí vůbec konvergovat. Naopak, pokud je řada absolutně konvergentní, pak libovolné její přerovnání má též součet jako původní řada.

Položme si duální otázku. Jak vypadají přerovnání, která zachovávají součet libovolné (neabsolutně) konvergentní řady? Případně zachovávají konvergenci řady? Například přerovnání, které jen zamění první a druhý člen, má obě tyto vlastnosti. Přesněji tedy, chceme popsat množinu všech permutací $\pi : N \rightarrow N$ takových, že pro všechny konvergentní řady platí

$$\sum_{n=1}^{\infty} a_n = \sum_{n=1}^{\infty} a_{\pi(n)},$$

resp. množinu permutací, které splňují

$$\sum_{n=1}^{\infty} a_n \text{ konverguje} \Rightarrow \sum_{n=1}^{\infty} a_{\pi(n)} \text{ konverguje.}$$

Práce může mít kompilační charakter, ale skýtá i prostor pro vlastní tvorbu.

Literatura:

[1] R.P. Agnew: *Permutations preserving convergence of series*. Proc. Amer. Math. Soc. **6** (1955), 563–564.

[2] C. Nash-Williams, D. White: *An application of network flows to rearrangement of series*. J. London Math. Soc. (2) **59** (1999), no. 2, 637–646.

[3] R. Wituła: *Permutations preserving the convergence or the sum of series—a survey*. Monograph on the occasion of 100th birthday anniversary of Zygmunt Zahorski, 169–190, Wydaw. Politech. Śl., Gliwice, 2015.