

# Wave equation with general damping function

31. října 2014

Uvažujme zobecněnou vlnovou rovnici

$$u_{tt}(t) + g(|u_t(t)|)u_t(t) = E'(u(t)), \quad t > 0, \quad (1)$$

kde  $E \in C^2(H_0^1(\Omega), R)$  je daná funkce (říkejme jí energie, např. pro  $E(u) = \frac{1}{2} \int_{\Omega} |\nabla u|^2$  je  $E'(u) = -\Delta u$ ) a  $g$  je daná tlumicí funkce. V článku [1] je ukázána konvergence řešení k ekvilibriu pro jistou třídu tlumících funkcí  $g$  a energií  $E$ .

V důkazu je potřeba předpokládat, že růst  $g$  v nekonečnu není moc velký, aby  $v \in L^p$  implikovalo  $g(|v|)v \in L^p$  pro co nejmenší  $p$  spňující  $L^p \hookrightarrow H^{-1}$ . Konkrétně v dimenzi  $N = 2$  můžeme vzít libovolné  $p > 1$ , což nám umožňuje vzít libovolnou  $g$  rostoucí polynomiálně, ale ne rychleji. Bohužel není možné vzít  $p = 1$ , což by umožnilo libovolně rychlý růst funkce  $g$ .

Řešením by mohly být Orliczovy prostory. Optimální (nejmenší) Orliczův prostor, do kterého je vnořeno  $H_0^1$  je  $L^{\Phi}$ , kde  $\Phi(t) = e^{t^2}$ , jeho duál tedy bude největší Orliczův prostor vnořený do  $H^{-1}$ . Tyto prostory by měly umožnit tlumicí funkce  $g$  s exponenciálním růstem, pokud bude možné provést všechny ostatní kroky důkazu.

## Literatura:

- [1] T. Bárta, E. Fašangová: Convergence to equilibrium for solutions of an abstract wave equation with general damping function, preprint
- [2] M.A. Krasnoselskii, Y.B. Rutickii: Convex Functions and Orlicz Spaces, Groningen, 1961
- [3] A. Cianchi, Optimal Orlicz-Sobolev embeddings, Rev. Mat. Iberoamericana 20 (2004), 427-474.
- [4] R. Chill, E. Fašangová: Gradient systems, Matfyzpress, 2010