

Písenná zkouška z ODR
28.5.2019, Termín D

1. Pro každé $k \in \mathbb{N}$ definujme posloupnost $a^k = (a_n^k)_{n=1}^\infty \in l^2$ předpisem

$$a_n^k = \begin{cases} 1 & n = 2k - 1 \\ -1 & n = 2k \\ 0 & \text{jinak,} \end{cases}$$

tj. např. $a^2 = (0, 0, 1, -1, 0, 0, 0, \dots)$. Buď $M = \text{lin}\{a^k : k \in \mathbb{N}\}$. Rozhodněte, zda posloupnosti a^k jsou v l^2 po dvou ortogonální a zda tvoří ortonormální systém. Najděte v \overline{M} nejbližší prvek k posloupnosti $(2^{-n})_{n=1}^\infty$.

2. Najděte spektrum a bodové spektrum operátoru $T : C([-1, 4]) \rightarrow C([-1, 4])$ definovaného předpisem

$$(Tf)(t) = t^2 f(t).$$

Za každou úlohu je možné získat až 15 bodů. K úspěšnému složení zkoušky je nutné získat aspoň 15 bodů.