

**Písenná zkouška z ODR**  
**3.5.2019, Termín B**

1. Rozhodněte, zda je operátor  $T : c_0 \rightarrow c_0$  definovaný předpisem

$$T(x_1, x_2, x_3, \dots) = \left( \frac{x_1}{1}, x_2, \frac{x_3}{3}, x_4, \frac{x_5}{5}, x_6, \dots \right)$$

kompaktní a najděte jeho spektrum a bodové spektrum.

2. Uvažujte operátor  $T$  daný předpisem

$$(Tf)(t) = \int_0^t f(s) ds$$

(a) nejprve mezi prostory  $T : C([0, 1]) \rightarrow L^1([0, 1])$ ,

(b) a poté mezi prostory  $T : L^1([0, 1]) \rightarrow C([0, 1])$ .

V obou případech určete normu operátoru  $T$  a najděte všechny funkce  $f$ , na nichž operátor nabývá své normy, tj.  $\|f\| = 1$  a  $\|Tf\| = \|T\|$ .

**Za každou úlohu je možné získat až 15 bodů. K úspěšnému složení zkoušky je nutné získat aspoň 15 bodů.**