

Písemná zkouška z Matematiky I pro FSV

ZS 2014/15, 3.2.2015, verze C

1. (15 bodů) Spočtete limitu (nebo ukažte, že neexistuje) a řádně odůvodněte jednotlivé kroky výpočtu:

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt[n]{1 \cdot 2^1 + 2 \cdot 2^2 + \dots + n \cdot 2^n} \cdot \frac{2^n + n^2 \sqrt{n+1}}{2^n + 2^{n-2}}.$$

2. (15 bodů) Spočtete limitu a řádně odůvodněte jednotlivé kroky výpočtu:

$$\lim_{x \rightarrow 2} \left(\ln \frac{\sqrt{x+2}}{\sqrt{x-1}+1} \right) \cdot \operatorname{tg} \frac{\pi}{x}.$$

3. (10 bodů) Vyšetřete spojitost a derivaci funkce

$$g(x) = \begin{cases} \cos \left(\pi \left(x + \frac{x^2}{2} \right) \right) & \text{pro } x \in (-1, 0) \\ 1 - x^2 & \text{pro } x \in \mathbb{R} \setminus (-1, 0) \end{cases}$$

4. (20 bodů) Vyšetřete průběh funkce

$$f(x) = \arcsin \frac{4x}{1-2x}$$