

---

# Modelování sesuvu svahu v Halenkovících pomocí metody kriging

---

Robert Zůvala, Eva Fišerová

Katedra matematické analýzy a aplikací matematiky  
Přírodovědecká fakulta Univerzity Palackého v Olomouci

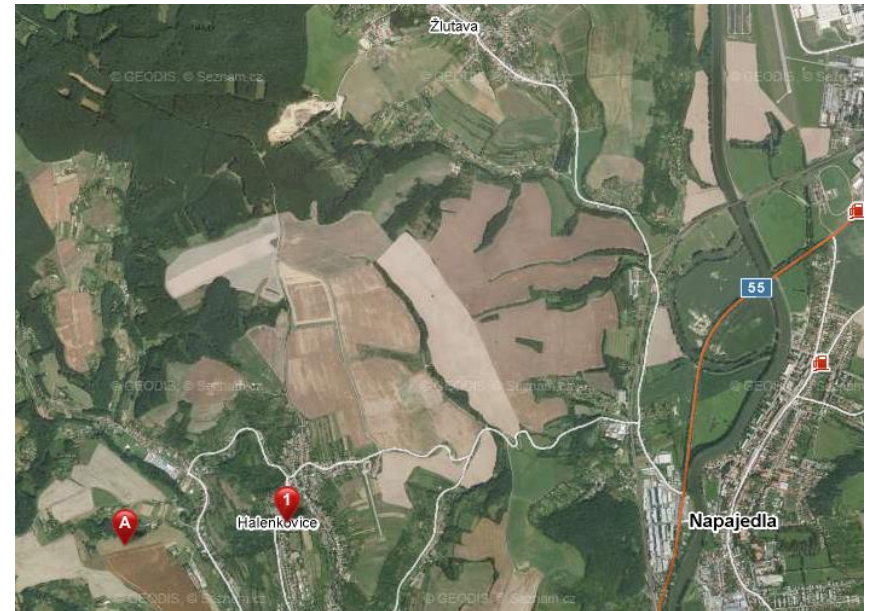
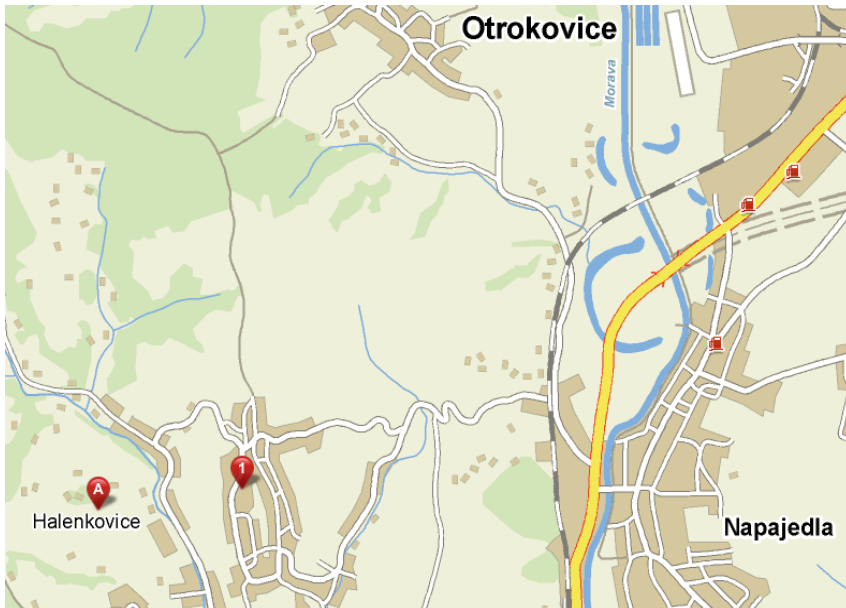
**ROBUST 2014**

---

# Cíl práce

- Demonstrovat základní principy krigingu při modelování svahu
  - Vytvořit a popsat krigovací mapy
-

# Halenkovice



- sesuv se nachází 4 kilometry od Napajedel

# Horní část svahu – březen 2011

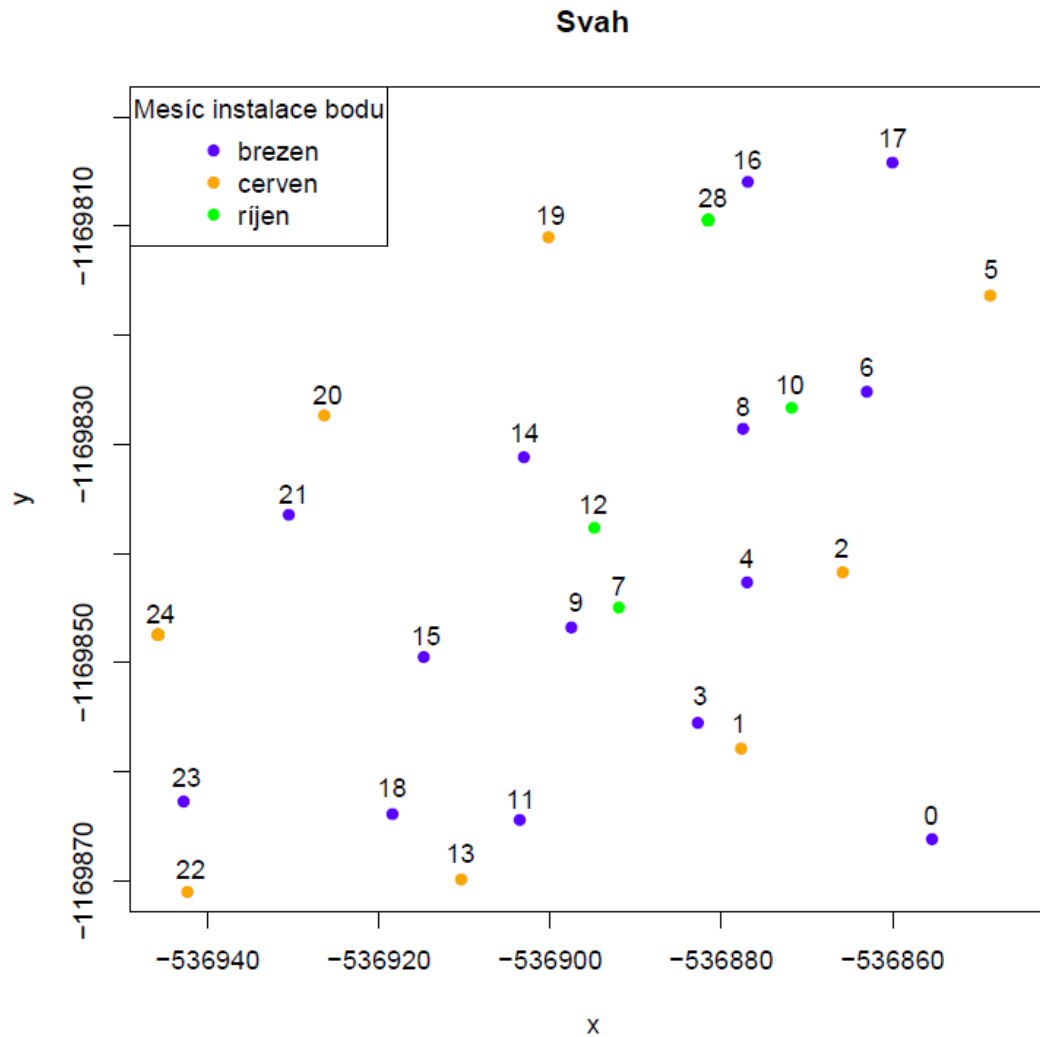




# Horní a dolní část svahu – březen 2011



# Modelování sesuvu- analýza dat



# Variogram

- prostorovou závislost obvykle vyjadřujeme pomocí rozptylu nebo kovariance. Při volbě rozptylu (variance) se veličina popisující prostorovou závislost sledovaného procesu nazývá variogram.
- značí se symbolem  $2\gamma(h)$  a platí

$$\text{var}[Z(s+h) - Z(s)] = 2\gamma(h)$$

- $2\gamma(h)$  hodnota variogramu pro posun mezi body délky  $h$
- $Z(s+h)$  hodnota realizace prostorového procesu v bodě  $(s+h)$
- $Z(s)$  hodnota v bodě  $s$

# Variogram

- Variogram tedy popisuje, jak se mění rozptyl rozdílu hodnot mezi dvěma body prostoru v závislosti na měnící se vzdálenosti těchto bodů. Poloviční hodnota variogramu je označována jako semivariogram.
- **Bodové odhady variogramu:**

$$2\gamma(h) = \frac{1}{N(h)} \sum_{i=1}^{N(h)} [Z(s_i + h) - Z(s_i)]^2$$

- $N(h)$  je počet dvojic  $(s_i, s_i + h)$  vzdálených od sebe o délku  $h$ .



---

# Variogram-předpoklady

- nutno předpokládat vnitřní stacionaritu procesu
  
  - **vnitřně stacionární proces:** pokud platí předpoklad, že závislost je stejná mezi jakýmkoli dvěma místy, která mají od sebe stejnou vzdálenost a směr, bez ohledu na umístění těchto dvou míst
-

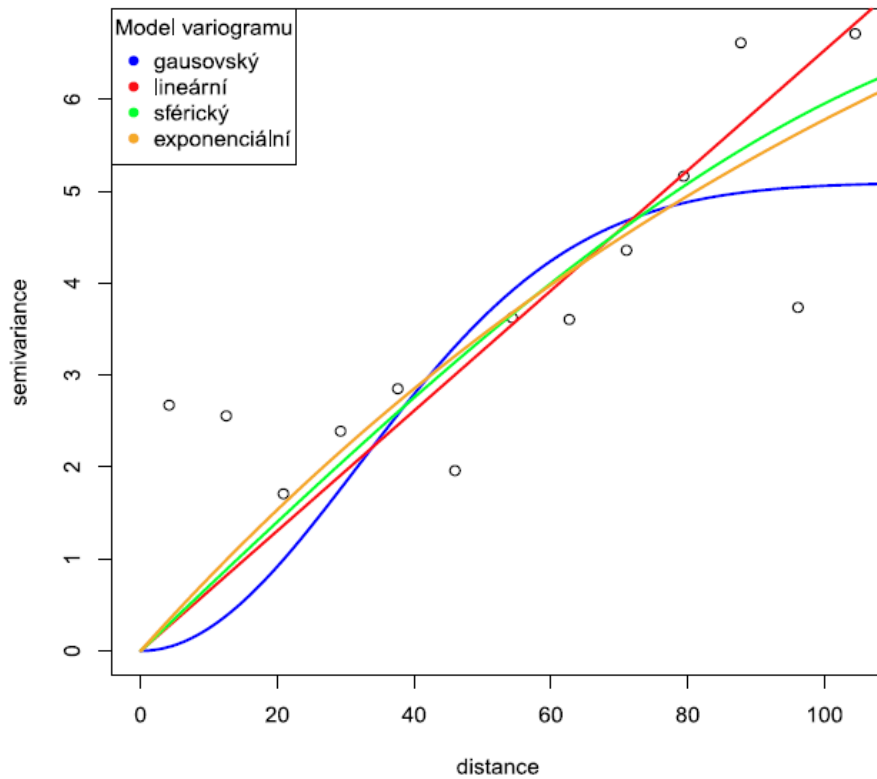
---

# Modely variogramu

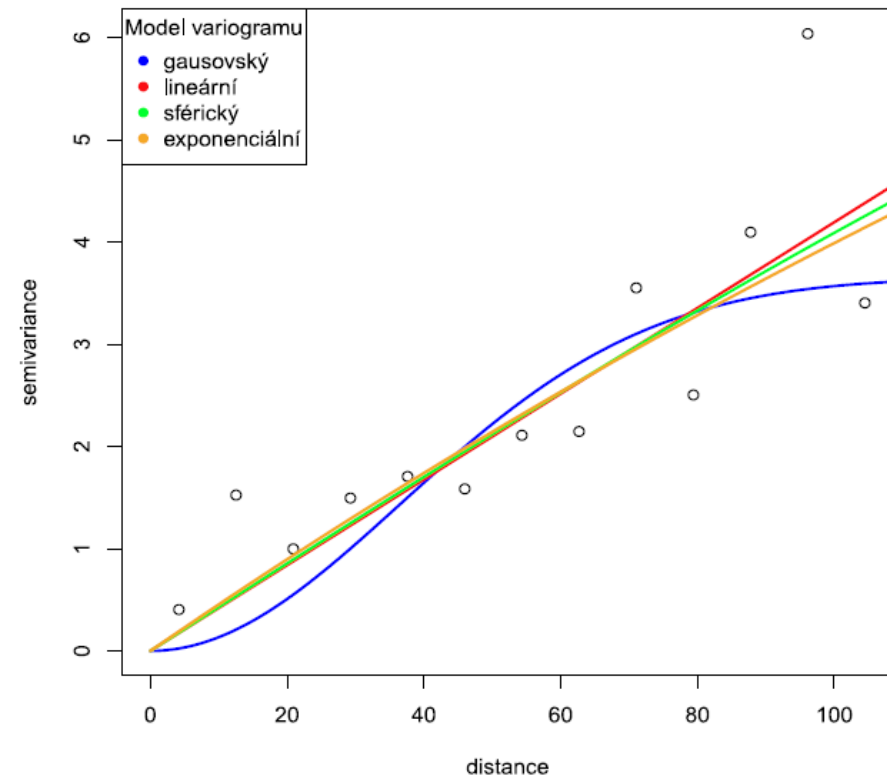
- výsledkem bodových odhadů je soubor hodnot variogramu pro různé vzdálenosti mezi body
  - nestačí znalost hodnot variogramu pro vzdálenosti mezi body
  - potřeba znát hodnotu pro obecně libovolnou vzdálenost => proložíme získané odhady teoretickou křivkou.
  - používané modely: lineární, sférický, exponenciální, gausovský...
-

# Variogram

Variogram pro posun ve smeru x



Variogram pro posun ve smeru y



---

# Kriging

- pojmenována po Dr. D.G.Kriegovi
  - profesor G.Matheron tuto metodu zlepšil a nazval ji kriging
  - jevy, které nastávají blíže sobě, jsou si podobnější než jevy, které nastávají dále od sebe.
  - při odhadu neznámé hodnoty z pozorovaných hodnot v okolních bodech platí, že pozorování, která se nacházejí blíže k odhadovanému bodu, mají na odhad větší vliv než vzdálenější pozorování.
  - dává nejlepší nestranné lineární odhady bodových hodnot.
-

# Kriging- základní typy

- **Ordinary kriging:** předpokládá vnitřně stacionární prostorový proces s nulovou střední hodnotou.
- **Universal kriging:** užívá se v případě nesplnění podmínek stacionarity. Prostorová proměnná je pak považována za součet dvou komponent - trendu, který určuje průměrnou hodnotu v tomto místě, a reziduí.
- **Další:** simple kriging, cokriging...
- **Cílem:** odhad  $Z(s_0)$  tj. neznámé hodnoty procesu  $Z$  v bodě  $s_0$

$$Z(s_0) = \sum_{i=1}^N \lambda_i Z(s_i)$$

- $\lambda_i$  : váhy přiřazeny jednotlivým bodům  $s_i$



# Ordinary kriging- vytvoření rovnic

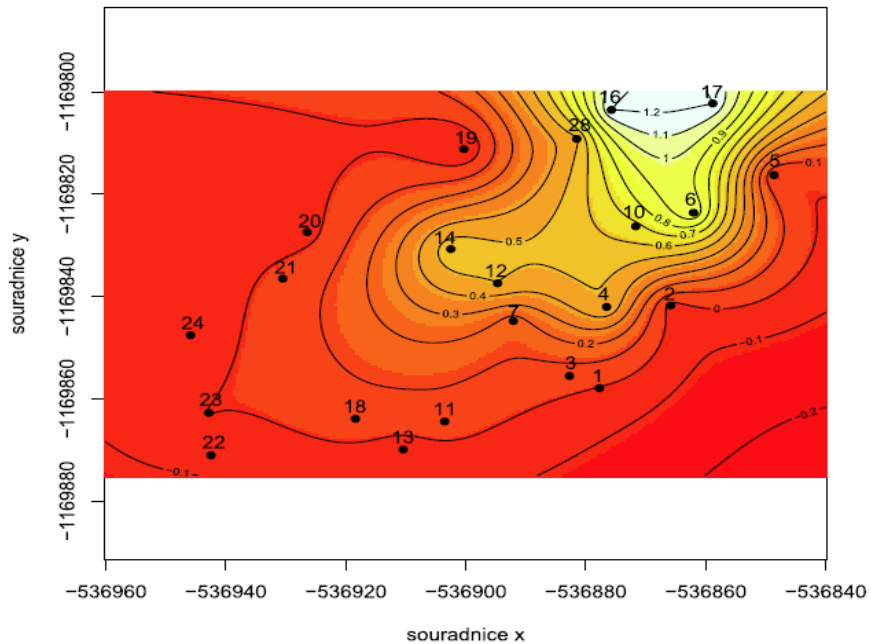
- rovnice krigingu:

$$\sum_{j=1}^N \lambda_j \gamma(|s_i - s_j|) + \mu = \gamma(|s_i - s_0|) \quad i = 1, 2, \dots, N$$

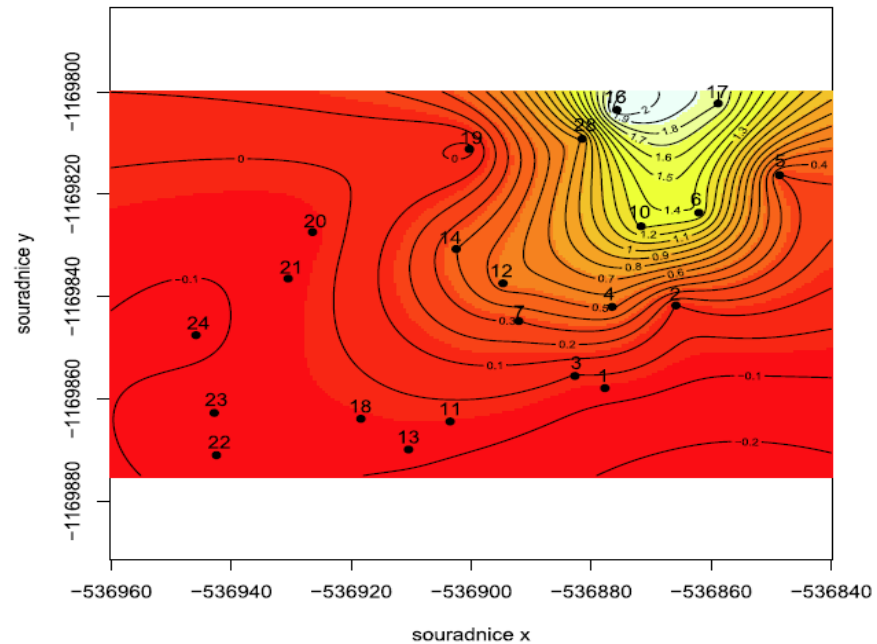
$$\sum_i^N \lambda_i = 1$$

- $\lambda_j$  : vektor hodnot hledaných vah
- $\gamma(|s_i - s_j|)$ : hodnoty semivariog. mezi vstupními body
- $\mu$  : Lagrangeův multiplikátor
- $\gamma(|s_i - s_0|)$  : vektor hodnot semivariog. mezi vstupními body  $s_i$  a odhadovaným bodem  $s_0$

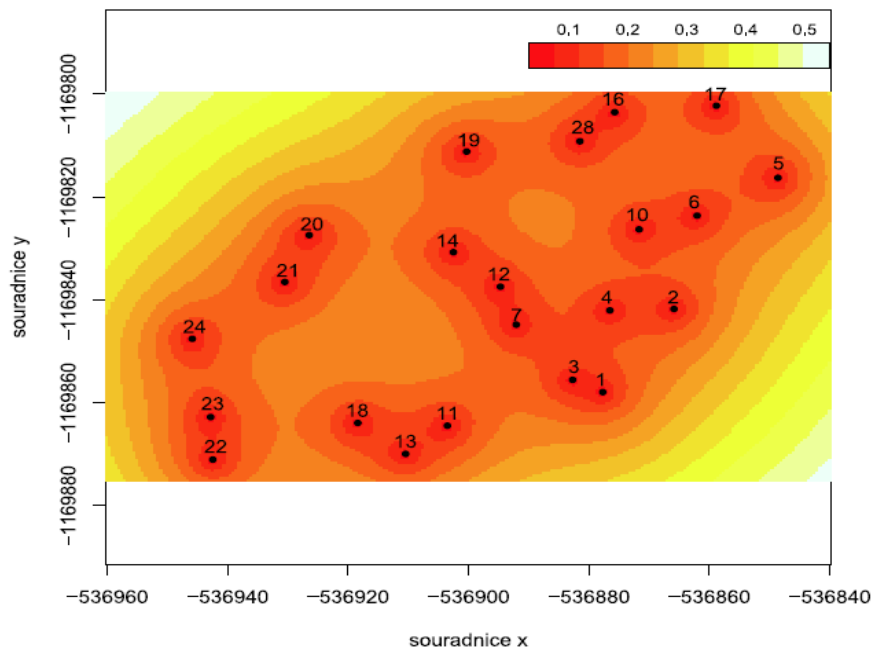
Posuny v x-ovem smeru



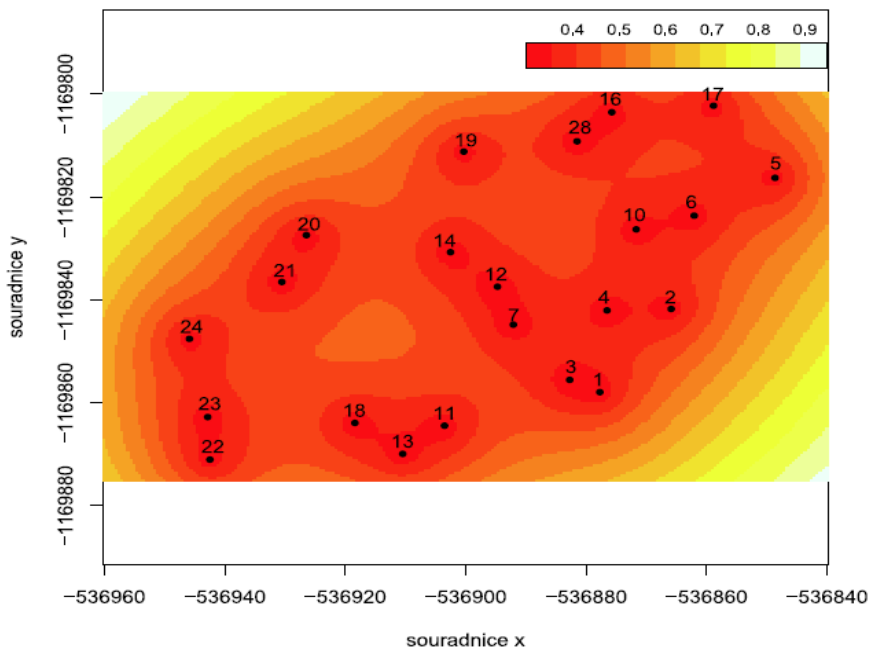
Posuny v y-ovem smeru



RMSE pro x-ový smer



RMSE pro y-ový smer



# Výsledky

- v x-ovém směru došlo k největším posunům u bodů 6, 16 a 17, kde se posuny pohybovaly okolo jednoho metru.
- v bodech 4, 10, 12, 14 a 28 byl zaznamenán posun už jen kolem 50 cm a v ostatních bodech pouze okolo 10 cm.
- v y-ovém směru byly posuny výraznější a u bodů 6, 10, 16 a 17 dosahovaly od 1.5 do 2.1 metru.
- V bodech 4, 12, 14 a 28 byly posuny obdobné jako v x-ovém směru kolem 50 cm.

# Výsledky

- Lze si všimnout, že body, které zaznamenaly největší posuny, pocházejí z dolní části svahu
- Podle hustoty vrstevnic lze říci, že k pozvolnému sesuvu došlo z jihozápadu od bodu 23 směrem k bodům 16 a 17. Naopak ke strmému sesuvu došlo v okolí bodů 5 a 28, kde jsou vrstevnice nejhustší
- Index determinace pro x-ový směr je roven  $R^2 = 0.94$  a pro y-ový směr  $R^2 = 0.73$

---

# Literatura

- [1] Cressie (1993). Statistics for spatial data J. Wiley & Sons, New York.
  - [2] Amstrong, M. (1998). Basic linear geostatistic Springer.
  - [3] Arzu Erener, H. Sebnem and B. Düzgün: (2010). Improvement of statistical landslide susceptibility mapping by using spatial and global regression methods in the case of More and Romsdal (Norway) Landslides.
  - [4] Schejbal, C. (1996). Úvod do geostatistiky VŠB TU Ostrava, HGF.
-



---

Děkuji za pozornost

---