

Adaptivní robustní regulační diagramy

Gejza Dohnal, ČVUT v Praze, fakulta strojní
Centrum pro jakost a spolehlivost výroby



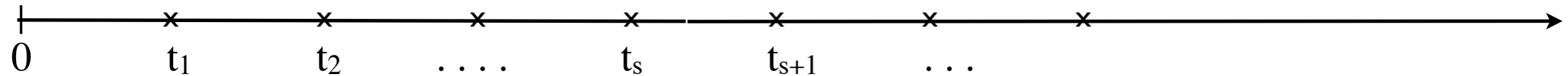
1. Robustnost
2. Robustní regulační diagramy
3. Adaptivita
4. Adaptivní regulační diagramy
5. Robustní adaptivní regulační diagramy

0. Regulační diagramy

Nástroj pro on-line detekci změny procesu $\{Z_t, t \geq 0\}$

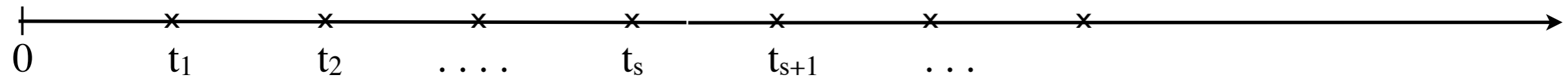
0. Regulační diagramy

Nástroj pro on-line detekci změny procesu $\{Z_t, t \geq 0\}$



0. Regulační diagramy

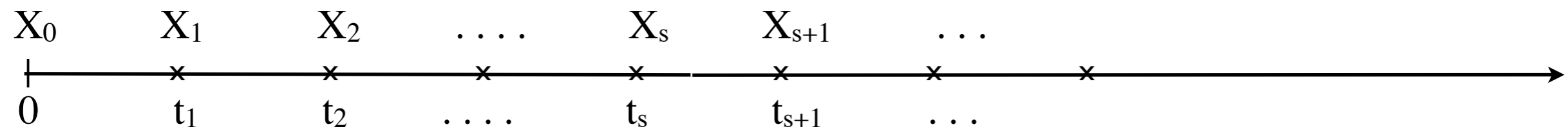
Nástroj pro on-line detekci změny procesu $\{Z_t, t \geq 0\}$



sledovaná statistika: $X_n = G(Z_n, Z_{n+1}, \dots, Z_{k+m})$

0. Regulační diagramy

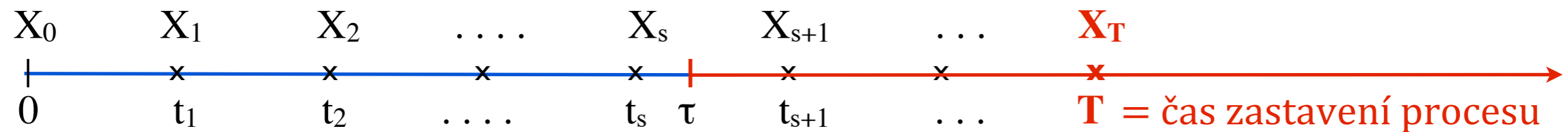
Nástroj pro on-line detekci změny procesu $\{Z_t, t \geq 0\}$



sledovaná statistika: $X_n = G(Z_n, Z_{n+1}, \dots, Z_{k+m})$

0. Regulační diagramy

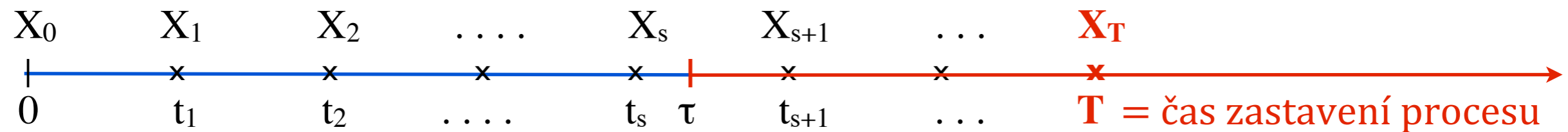
Nástroj pro on-line detekci změny procesu $\{Z_t, t \geq 0\}$



sledovaná statistika: $X_n = G(Z_n, Z_{n+1}, \dots, Z_{k+m})$

0. Regulační diagramy

Nástroj pro on-line detekci změny procesu $\{Z_t, t \geq 0\}$

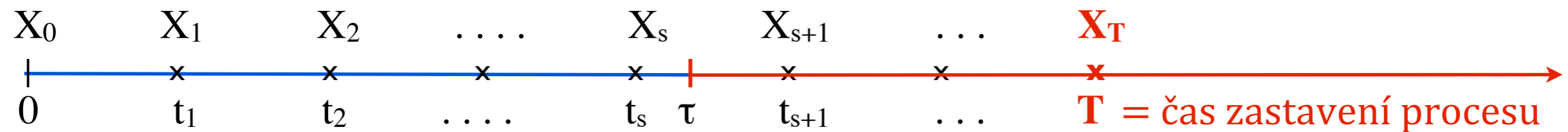


sledovaná statistika: $X_n = G(Z_n, Z_{n+1}, \dots, Z_{k+m})$

zpoždění = $T - \tau$, pokud $T > \tau$, falešný signál: $T < \tau$

0. Regulační diagramy

Nástroj pro on-line detekci změny procesu $\{Z_t, t \geq 0\}$



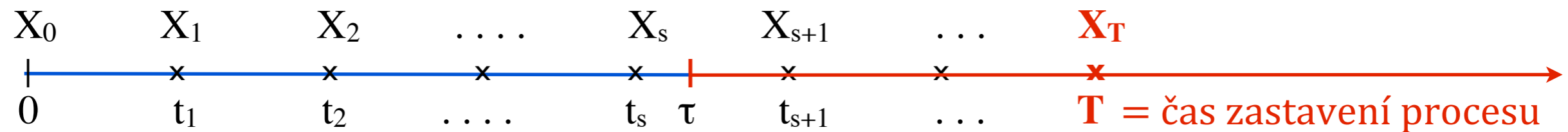
sledovaná statistika: $X_n = G(Z_n, Z_{n+1}, \dots, Z_{k+m})$

zpoždění = $T - \tau$, pokud $T > \tau$, falešný signál: $T < \tau$

Sekvenční detekční schéma: $\underbrace{X_1, X_2, \dots, X_s}_{f_0}, \underbrace{X_{s+1}, \dots}_{f_1}$

0. Regulační diagramy

Nástroj pro on-line detekci změny procesu $\{Z_t, t \geq 0\}$



sledovaná statistika: $X_n = G(Z_n, Z_{n+1}, \dots, Z_{k+m})$

zpoždění = $T - \tau$, pokud $T > \tau$, falešný signál: $T < \tau$

Sekvenční detekční schéma: $\underbrace{X_1, X_2, \dots, X_s}_{f_0}, \underbrace{X_{s+1}, \dots}_{f_1}$

W. Shewhart: $\nu = \inf \left\{ s \mid \log \frac{f_1(X_s)}{f_0(X_s)} \geq L \right\}, T = t_\nu$

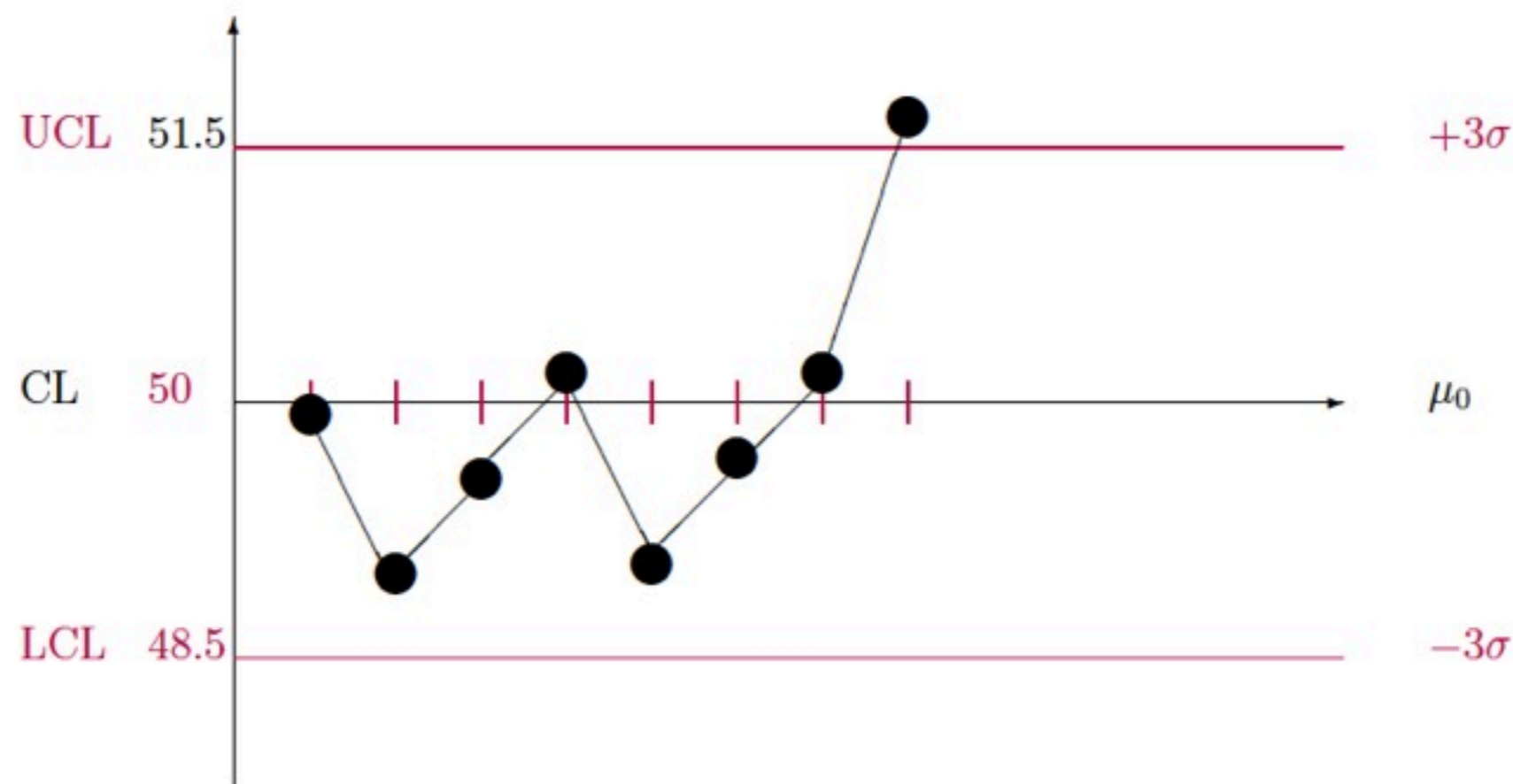
0. Regulační diagramy

$$W_n = \Psi (X_1, \dots, X_n) \quad \nu = \inf \left\{ s \mid W_s \geq CL \right\}, \quad T = t_\nu$$

0. Regulační diagramy

$$W_n = \Psi (X_1, \dots, X_n) \quad \nu = \inf \left\{ s \mid W_s \geq CL \right\}, \quad T = t_\nu$$

W. Shewhart: $W_n = X_n$



0. Regulační diagramy

CUSUM W:
$$W_n = W_{n-1} + X_n - E(X_n)$$

0. Regulační diagramy

CUSUM W:
$$W_n = W_{n-1} + X_n - E(X_n)$$

$$\tilde{C}_{n+1}^+ = \max [0, \tilde{C}_n^+ - (\mu_0 + \delta_0) + \tilde{X}_n]$$

$$\tilde{C}_{n+1}^- = \max [0, \tilde{C}_n^- + (\mu_0 + \delta_0) - \tilde{X}_n]$$

0. Regulační diagramy

CUSUM W:
$$W_n = W_{n-1} + X_n - E(X_n)$$

$$\tilde{C}_{n+1}^+ = \max [0, \tilde{C}_n^+ - (\mu_0 + \delta_0) + \tilde{X}_n]$$

$$\tilde{C}_{n+1}^- = \max [0, \tilde{C}_n^- + (\mu_0 + \delta_0) - \tilde{X}_n]$$

EWMA (Exponentially Weighted Moving Averages):

$$W_n = (1 - \lambda)W_{n-1} + \lambda X_n$$

1. Robustnost 2. Robustní RD 3. Adaptivita 4. Adaptivní RD 5. Robustní adaptivní RD

Míry efektivity RD:

1. Robustnost 2. Robustní RD 3. Adaptivita 4. Adaptivní RD 5. Robustní adaptivní RD

Míry efektivity RD:

Average Run Length (ARL):

Míry efektivity RD:

Average Run Length (ARL): $ARL_W(0) = E_0(\nu \mid \tau = \infty) = \frac{1}{\alpha}$

$$ARL_W(\theta) = E_1(\nu \mid \tau = 0) = \frac{1}{\pi_W(\theta)}$$

Míry efektivity RD:

Pravděpodobnost
falešného signálu

Average Run Length (ARL): $ARL_W(0) = E_0(\nu | \tau = \infty) = \frac{1}{\alpha}$

$$ARL_W(\theta) = E_1(\nu | \tau = 0) = \frac{1}{\pi_W(\theta)}$$

Míry efektivity RD:

Pravděpodobnost
falešného signálu

Average Run Length (ARL): $ARL_W(0) = E_0(\nu | \tau = \infty) = \frac{1}{\alpha}$

$$ARL_W(\theta) = E_1(\nu | \tau = 0) = \frac{1}{\pi_W(\theta)}$$

Standard Deviation of Run Length: $SDRL_W(\theta) = \frac{\sqrt{1 - \pi_W(\theta)}}{\pi_W(\theta)}$

Míry efektivity RD:

Pravděpodobnost
falešného signálu

Average Run Length (ARL): $ARL_W(0) = E_0(\nu | \tau = \infty) = \frac{1}{\alpha}$

$$ARL_W(\theta) = E_1(\nu | \tau = 0) = \frac{1}{\pi_W(\theta)}$$

Standard Deviation of Run Length: $SDRL_W(\theta) = \frac{\sqrt{1 - \pi_W(\theta)}}{\pi_W(\theta)}$

θ - kontrolovaný parametr
 $\pi_W(\theta)$ - silofunkce
W-diagramu

Míry efektivity RD:

Average Time to Signal (ATS): $ATS_W(\theta) = E_1(T \mid \tau = 0)$

$$ATS_W(\theta) = \frac{ARL_W(\theta)}{\sum_{i=1} \tau_i}$$

Míry efektivity RD:

Average Time to Signal (ATS): $ATS_W(\theta) = E_1(T \mid \tau = 0)$

$$ATS_W(\theta) = \frac{ARL_W(\theta)}{\sum_{i=1} \tau_i}$$

Average Extra Quadratic Loss (AEQL):

$$AEQL = \frac{1}{\theta_{\max}} \int_0^{\theta_{\max}} \theta^2 ATS(\theta) d\theta$$

Míry efektivity RD:

Average Time to Signal (ATS): $ATS_W(\theta) = E_1(T | \tau = 0)$

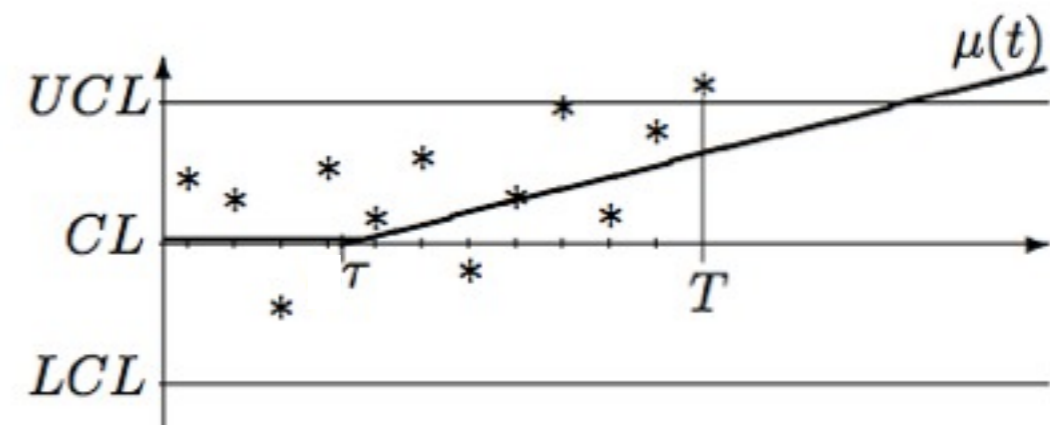
$$ATS_W(\theta) = \frac{ARL_W(\theta)}{\sum_{i=1}^{\infty} \tau_i}$$

Average Extra Quadratic Loss (AEQL):

$$AEQL = \frac{1}{\theta_{\max}} \int_0^{\theta_{\max}} \theta^2 ATS(\theta) d\theta$$

Average Delay (ADEL)

$$ADEL = \frac{1}{\delta} E(T - \tau | T > \tau)$$



Míry efektivity RD:

Average Time to Signal (ATS): $ATS_W(\theta) = E_1(T | \tau = 0)$

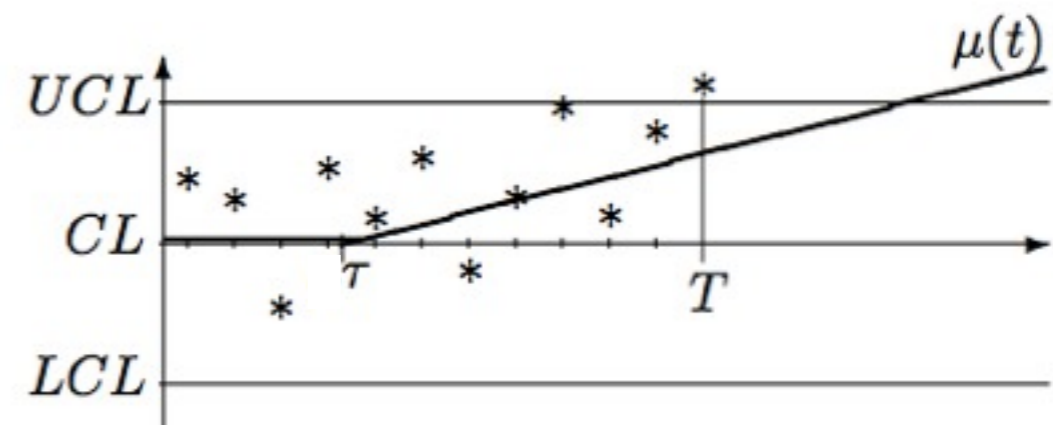
$$ATS_W(\theta) = \frac{ARL_W(\theta)}{\sum_{i=1}^{\infty} \tau_i}$$

Average Extra Quadratic Loss (AEQL):

$$AEQL = \frac{1}{\theta_{\max}} \int_0^{\theta_{\max}} \theta^2 ATS(\theta) d\theta$$

Average Delay (ADEL)

$$ADEL = \frac{1}{\delta} E(T - \tau | T > \tau)$$



Median Run Length (MRL), Median Time to signal (MTS), ...

0. Regulační diagramy

Dodatečná pravidla (Western Electric Company):

- Pravidlo 1: je vyslán signál, jestliže nějaký bod padne mimo meze $\pm 3\sigma$.
- Pravidlo 2: je vyslán signál, jestliže dva ze tří po sobě jdoucích bodů padnou na stejnou stranu CL do vzdálenosti větší než 2σ a ne větší než 3σ .
- Pravidlo 3: je vyslán signál, jestliže čtyři z pěti po sobě jdoucích bodů padnou na stejnou stranu CL do vzdálenosti mezi σ a 2σ .
- Pravidlo 4: je vyslán signál, jestliže osm po sobě jdoucích bodů padne na stejnou stranu CL do vzdálenosti σ .

1. Robustnost

Nejčastěji používanými regulačními diagramy (RD) pro monitorování průmyslových procesů jsou regulační diagramy Shewhartova typu.

Shewhartův RD s regulačními mezemi $\mu_0 \pm 3\sigma_0/\sqrt{n}$ funguje dobře za předpokladu nezávislých a normálně rozdělených dat

1. Robustnost

Nejčastěji používanými regulačními diagramy (RD) pro monitorování průmyslových procesů jsou regulační diagramy Shewhartova typu.

Shewhartův RD s regulačními mezemi $\mu_0 \pm 3\sigma_0/\sqrt{n}$ funguje dobře za předpokladu **nezávislých a normálně rozdělených dat**

nereálné!

1. Robustnost

Nejčastěji používanými regulačními diagramy (RD) pro monitorování průmyslových procesů jsou regulační diagramy Shewhartova typu.

Shewhartův RD s regulačními mezemi $\mu_0 \pm 3\sigma_0/\sqrt{n}$ funguje dobře za předpokladu **nezávislých a normálně rozdělených dat**

Mnohem reálnější situace:

- odlehlé hodnoty
- těžké chvosty
- zešikmená data
- heteroscedasticita
- korelovaná pozorování v čase
- periodicitu, sezónní výchyly
-

nereálné!

1. Robustnost

Nejčastěji používanými regulačními diagramy (RD) pro monitorování průmyslových procesů jsou regulační diagramy Shewhartova typu.

Shewhartův RD s regulačními mezemi $\mu_0 \pm 3\sigma_0/\sqrt{n}$ funguje dobře za předpokladu **nezávislých a normálně rozdělených dat**

Mnohem reálnější situace:

- odlehlé hodnoty
- těžké chvosty
- zešikmená data
- heteroscedasticita
- korelovaná pozorování v čase
- periodicitu, sezónní výchyly
-

nereálné!

**časté falešné
alarmy!**

1. Robustnost 2. Robustní RD 3. Adaptivita 4. Adaptivní RD 5. Robustní adaptivní RD

nenormalita \Rightarrow korekce regulačních mezí,
velké rozsahy výběrů při inspekcích,

nenormalita => korekce regulačních mezí,
velké rozsahy výběrů při inspekcích,

- Rocke, D.M. (1989) Robust control charts, *Technometrics*, **31**, 173-184
- Quesenberry, D.C. (1993) The effect of sample size on estimated limits for X-bar and X control charts, *J. Quality Technology* **25**, 206-247
- Amin, R.W., Lee, S.J. (1999) The effects of autocorrelation and outliers on two-sided tolerance limits, *J. Quality Technology* **31**, 286-300
- Jensen, W.A., Jones-Farmer, L.A., Champ C.H., Woodall, W.H. (2006) Effects of parameter estimation on a control chart properties: a literature review, *J. Quality Technology* **38**, 349-364
- Figueiredo, F., Gomes, M.I. (2009) Monitoring industrial processes with robust control charts, *REVSTAT - Statistical Journal* **7**, 151-170

nenormalita => korekce regulačních mezí,
velké rozsahy výběrů při inspekcích,

- Rocke, D.M. (1989) Robust control charts, *Technometrics*, **31**, 173-184
- Quesenberry, D.C. (1993) The effect of sample size on estimated limits for X-bar and X control charts, *J. Quality Technology* **25**, 206-247
- Amin, R.W., Lee, S.J. (1999) The effects of autocorrelation and outliers on two-sided tolerance limits, *J. Quality Technology* **31**, 286-300
- Jensen, W.A., Jones-Farmer, L.A., Champ C.H., Woodall, W.H. (2006) Effects of parameter estimation on a control chart properties: a literature review, *J. Quality Technology* **38**, 349-364
- Figueiredo, F., Gomes, M.I. (2009) Monitoring industrial processes with robust control charts, *REVSTAT - Statistical Journal* **7**, 151-170

závislost pozorování => využití historických pozorování

nenormalita => korekce regulačních mezí,
velké rozsahy výběrů při inspekcích,

- Rocke, D.M. (1989) Robust control charts, *Technometrics*, **31**, 173-184
- Quesenberry, D.C. (1993) The effect of sample size on estimated limits for X-bar and X control charts, *J. Quality Technology* **25**, 206-247
- Amin, R.W., Lee, S.J. (1999) The effects of autocorrelation and outliers on two-sided tolerance limits, *J. Quality Technology* **31**, 286-300
- Jensen, W.A., Jones-Farmer, L.A., Champ C.H., Woodall, W.H. (2006) Effects of parameter estimation on a control chart properties: a literature review, *J. Quality Technology* **38**, 349-364
- Figueiredo, F., Gomes, M.I. (2009) Monitoring industrial processes with robust control charts, *REVSTAT - Statistical Journal* **7**, 151-170

závislost pozorování => využití historických pozorování

- Montgomery, D.C. (2005) *Introduction to Statistical Quality Control*, Wiley, New York
- Reynolds, M.R., Stoumbos, Z.G. (2010) Robust CUSUM charts for monitoring the process mean and variance, *Quality and Reliability Engineering International* **26**, 453-473
- Lee, H.CH., Apley, D.W. (2011) Improved design of robust exponentially weighted moving average control charts for autocorrelated processes, *Quality and Reliability Engineering International* **27**, 337-352

2. Robustní regulační diagramy

jsou založené na robustních regulovaných statistikách a robustních odhadech regulačních mezí

2. Robustní regulační diagramy

jsou založené na robustních regulovaných statistikách a robustních odhadech regulačních mezí

robustní regulované statistiky (W): useknutý průměr, různé druhy mediánu, rozpětí (v různých modifikacích), střední absolutní odchylka, mezikvartilové rozpětí, medián absolutní odchylky od výběrového mediánu, ...

- Rocke, D.M. (1989) Robust control charts, *Technometrics*, **31**, 173-184
- Quesenberry, D.C. (1993) The effect of sample size on estimated limits for X-bar and X control charts, *J. Quality Technology* **25**, 206-247
- Amin, R.W., Lee, S.J. (1999) The effects of autocorrelation and outliers on two-sided tolerance limits, *J. Quality Technology* **31**, 286-300
- Jensen, W.A., Jones-Farmer, L.A., Champ C.H., Woodall, W.H. (2006) Effects of parameter estimation on a control chart properties: a literature review, *J. Quality Technology* **38**, 349-364
- Figueiredo, F., Gomes, M.I. (2009) Monitoring industrial processes with robust control charts, *REVSTAT - Statistical Journal* **7**, 151-170

2. Robustní regulační diagramy

jsou založené na robustních regulovaných statistikách a robustních odhadech regulačních mezí

robustní regulované statistiky (W): useknutý průměr, různé druhy mediánu, rozpětí (v různých modifikacích), střední absolutní odchylka, mezikvartilové rozpětí, medián absolutní odchylky od výběrového mediánu, ...

neparametrické regulační diagramy založené na pořadových testech, znaménkových testech a podobně ...

2. Robustní regulační diagramy

jsou založené na robustních regulovaných statistikách a robustních odhadech regulačních mezí

robustní regulované statistiky (W): useknutý průměr, různé druhy mediánu, rozpětí (v různých modifikacích), střední absolutní odchylka, mezikvartilové rozpětí, medián absolutní odchylky od výběrového mediánu, ...

neparametrické regulační diagramy založené na pořadových testech, znaménkových testech a podobně ...

- Lehman, E.L. (1975) *Nonparametrics: Statistical Methods based on Ranks*. Holden-Day. San Francisco, California
- Chakraborti, S., Van der Laan, P., Van de Wiel, M.A. (2001) Nonparametric Control Charts: An Overview and Some Results. *Journal of Quality Technology* **33**, 304-315
- Bakir, S.T. (2006) Distribution-Free Quality Control Charts Based on Signed Rank Like Statistics. *Communications in Statistics, Theory and methods*, **35**, 734-757

1. Robustnost **2. Robustní RD** 3. Adaptivita 4. Adaptivní RD 5. Robustní adaptivní RD

1) regulační diagram Shewhart \tilde{X} $LCL = -3.025,$
 $UCL = 3.025$

1. Robustnost **2. Robustní RD** 3. Adaptivita 4. Adaptivní RD 5. Robustní adaptivní RD

1) regulační diagram Shewhart \tilde{X} $LCL = -3.025,$
 $UCL = 3.025$

2) regulační diagram EWMA \tilde{X} $\tilde{Z}_{n+1} = \gamma \tilde{X}_n + (1 - \gamma) \tilde{Z}_n$
 $\gamma = 0.1, \quad L = 2.827$

1) regulační diagram Shewhart \tilde{X} $LCL = -3.025,$
 $UCL = 3.025$

2) regulační diagram EWMA \tilde{X} $\tilde{Z}_{n+1} = \gamma\tilde{X}_n + (1 - \gamma)\tilde{Z}_n$
 $\gamma = 0.1, \quad L = 2.827$

3) CUSUM \tilde{X} $\tilde{C}_{n+1}^+ = \max [0, \tilde{C}_n^+ - (\mu_0 + \delta_0) + \tilde{X}_n]$
 $\tilde{C}_{n+1}^- = \max [0, \tilde{C}_n^- + (\mu_0 + \delta_0) - \tilde{X}_n]$
 $\delta_0 = 0.15, \quad L = 4.344$

3. Adaptivita

Při návrhu a implementaci regulačních diagramů rozlišujeme dva typy parametrů:

- parametry výběru (rozsah výběru, interval mezi výběry)
- parametry návrhu (meze, parametry sledované statistiky)

3. Adaptivita

Při návrhu a implementaci regulačních diagramů rozlišujeme dva typy parametrů:

- parametry výběru (rozsah výběru, interval mezi výběry)
- parametry návrhu (meze, parametry sledované statistiky)

Data pro odhady těchto parametrů získáváme obvykle ve fázi I. K dosažení uspokojivé spolehlivosti odhadů je třeba velký počet pozorování a to může být velmi drahé. Nedostatečný počet měření ve fázi I může vést k vysokým nejistotám odhadů.

3. Adaptivita

Při návrhu a implementaci regulačních diagramů rozlišujeme dva typy parametrů:

- parametry výběru (rozsah výběru, interval mezi výběry)
- parametry návrhu (meze, parametry sledované statistiky)

Data pro odhady těchto parametrů získáváme obvykle ve fázi I. K dosažení uspokojivé spolehlivosti odhadů je třeba velký počet pozorování a to může být velmi drahé. Nedostatečný počet měření ve fázi I může vést k vysokým nejistotám odhadů.

Alternativou je zlepšovat odhady průběžně, s využitím dat získaných ve fázi II

3. Adaptivita

Při návrhu a implementaci regulačních diagramů rozlišujeme dva typy parametrů:

- parametry výběru (rozsah výběru, interval mezi výběry)
- parametry návrhu (meze, parametry sledované statistiky)

Data pro odhady těchto parametrů získáváme obvykle ve fázi I. K dosažení uspokojivé spolehlivosti odhadů je třeba velký počet pozorování a to může být velmi drahé. Nedostatečný počet měření ve fázi I může vést k vysokým nejistotám odhadů.

Alternativou je zlepšovat odhady průběžně, s využitím dat získaných ve fázi II => **adaptivní regulační diagramy**

4. Adaptivní regulační diagramy

Adaptivní regulační diagramy s adaptivními

- parametry výběru (rozsah výběru, interval mezi výběry)
- parametry návrhu (meze, parametry sledované statistiky)

1. Robustness 2. Robust CC 3. Adaptiveness 4. Adaptive CC 5. Robust adaptive CC

4. Adaptivní regulační diagramy

Adaptivní regulační diagramy s

vyžadují organizační zásahy,
spolupráci operátorů

- parametry výběru (rozsah výběru, interval mezi výběry)
- parametry návrhu (meze, parametry sledované statistiky)

4. Adaptivní regulační diagramy

Adaptivní regulační diagramy s

vyžadují organizační zásahy,
spolupráci operátorů

- parametry výběru (rozsah výběru, interval mezi výběry)
- parametry návrhu (meze, parametry sledované statistiky)

jsou snadno realizovatelné, zvláště je-li
regulace vyhodnocována softwarově

1. Robustness 2. Robust CC 3. Adaptiveness 4. Adaptive CC 5. Robust adaptive CC

4. Adaptivní regulační diagramy

Adaptivní regulační diagramy s

vyžadují organizační zásahy,
spolupráci operátorů

- parametry výběru (rozsah výběru, interval mezi výběry)
- parametry návrhu (meze, parametry sledované statistiky)

jsou snadno realizovatelné, zvláště je-li
regulace vyhodnocována softwarově

- Tagaras, G. (1998) A survey of recent developments in the design of adaptive control charts, *Journal of Quality Technology* **30**, 212-231
- Woodall, W.H., Montgomery, D.C. (1999) Research issues and ideas in statistical process control, *Journal of Quality Technology* **31**, 376-386
- Zimmer, L.S., Montgomery D.C., Runger G.C. (2000) Guidelines for the application of adaptive control charting schemes, *International Journal of Production Research* **38**, 1997-1992
- Tsung, F., Wang, K. (2010) Adaptive Charting Techniques: Literature Review and Extensions, *Frontiers in Statistical Quality Control* 9, Springer Physica Verlag, Heidelberg

Příklady diagramů s adaptivními parametry návrhu:

regulační diagram CUSUM s adaptivním referenčním parametrem (Sparks, 2000):

$$C_t = \max [0, C_{t-1} + (x_t - \delta_t/2)/h(\delta_t)]$$

kde $h(\delta_t)$ je funkce, která zajišťuje konstantní regulační mez; velikost přípustného posunu δ_t je on-line adaptována pomocí exponenciálního vážení s parametrem w

$$\delta_t = \max (wx_{t-1} + (1 - w)\delta_{t-1}, \delta_{\min})$$

(pro δ_{\min} je v literatuře navrhována hodnota 0.5 pro detekci malých posunutí, hodnota 1.0 pro detekci posunů větších než 1.0)

Příklady diagramů s adaptivními parametry návrhu:

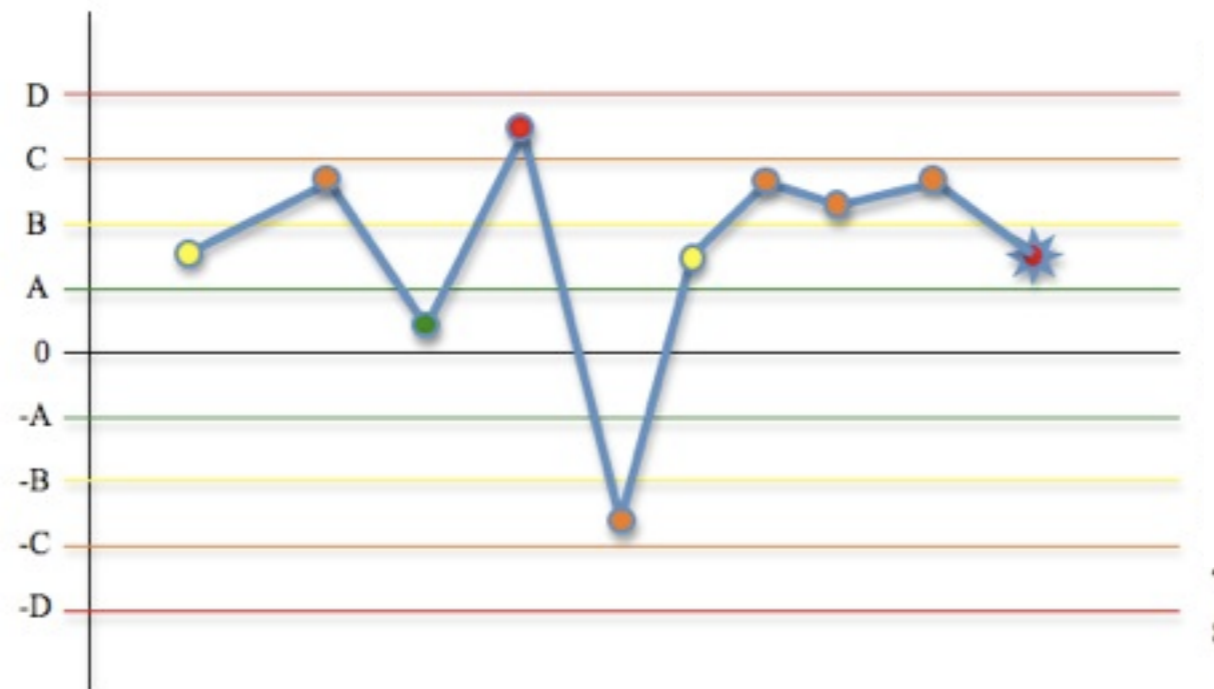
adaptivní procedura EWMA s adaptivním vyrovnávacím parametrem (Capizzi and Masarotto, 2003):

$$Z_t = (1 - w(e_t))Z_{t-1} + w(e_t)x_t$$

kde $e_t = x_t - Z_t$. Pro malé hodnoty e_t , $w(e_t)$ je relativně malé, zatímco pro velké hodnoty e_t roste současně i $w(e_t)$.

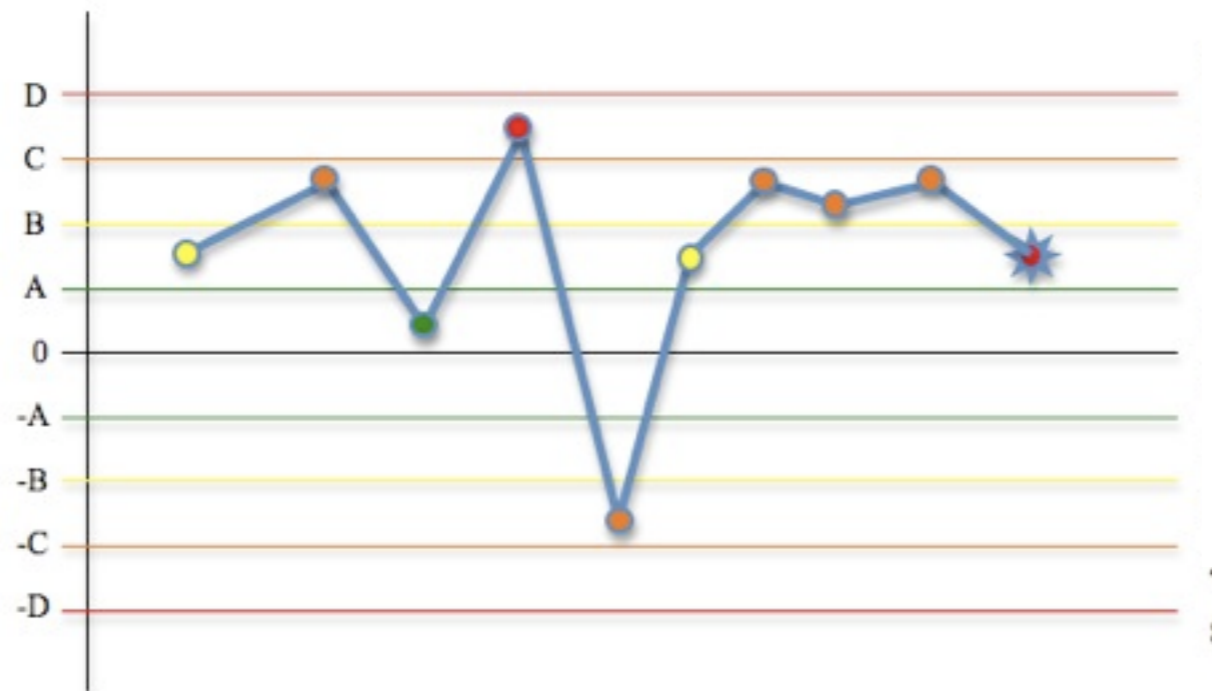
Příklady diagramů s adaptivními parametry návrhu:

Zónový adaptivní postup se zúžením regulačních mezí:



Příklady diagramů s adaptivními parametry návrhu:

Zónový adaptivní postup se zúžením regulačních mezí:



$$x \in Z \Rightarrow \text{NextLimit} = L_{n+1}(Z, L_n)$$

kde

$$L_{n+1}(Z, L_n) = L_n - w(Z),$$

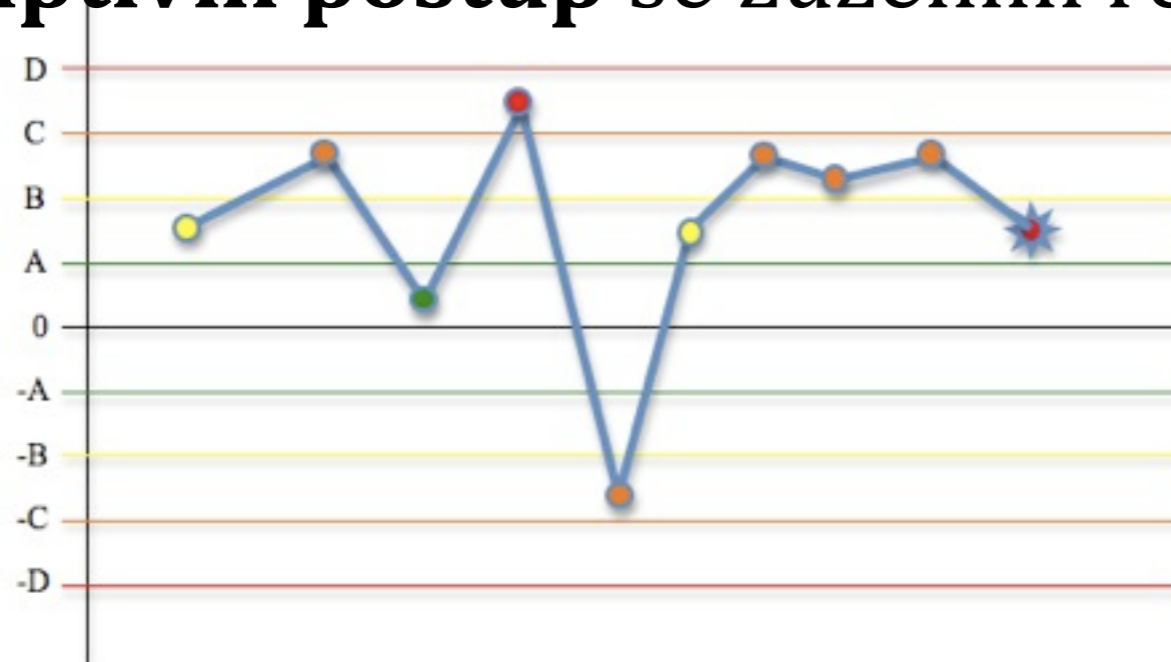
when $Z \neq \langle -A, A \rangle$,

$$L_{n+1}(Z, L_n) = (D, -D)$$

when $Z = \langle -A, A \rangle$,

Příklady diagramů s adaptivními parametry návrhu:

Zónový adaptivní postup se zúžením regulačních mezí:



Příklad:

$$\tilde{x}_n \in (-D, -C) \Rightarrow$$

$$LCL_{n+1} = LCL_n + \sigma, UCL_n = D,$$

$$\tilde{x}_n \in (-C, -B) \Rightarrow$$

$$LCL_{n+1} = LCL_n + 1/2\sigma, UCL_n = D,$$

$$\tilde{x}_n \in (-B, -A) \Rightarrow$$

$$LCL_{n+1} = LCL_n + 1/4\sigma, UCL_n = D,$$

$$\tilde{x}_n \in (-A, A) \Rightarrow$$

$$LCL_{n+1} = -D, UCL_n = D,$$

$$\tilde{x}_n \in (A, B) \Rightarrow$$

$$LCL_{n+1} = -D, UCL_n = UCL_n - 1/4\sigma,$$

$$\tilde{x}_n \in (B, C) \Rightarrow$$

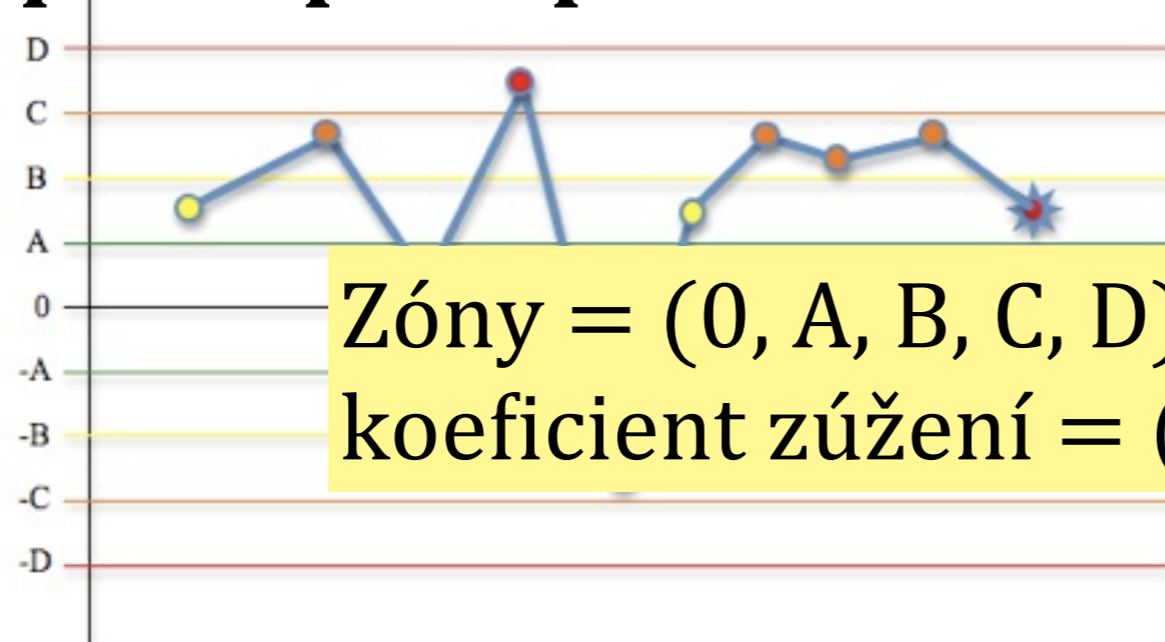
$$LCL_{n+1} = -D, UCL_n = UCL_n - 1/2\sigma,$$

$$\tilde{x}_n \in (C, D) \Rightarrow$$

$$LCL_{n+1} = -D, UCL_n = UCL_n - \sigma$$

Příklady diagramů s adaptivními parametry návrhu:

Zónový adaptivní postup se zúžením regulačních mezí:

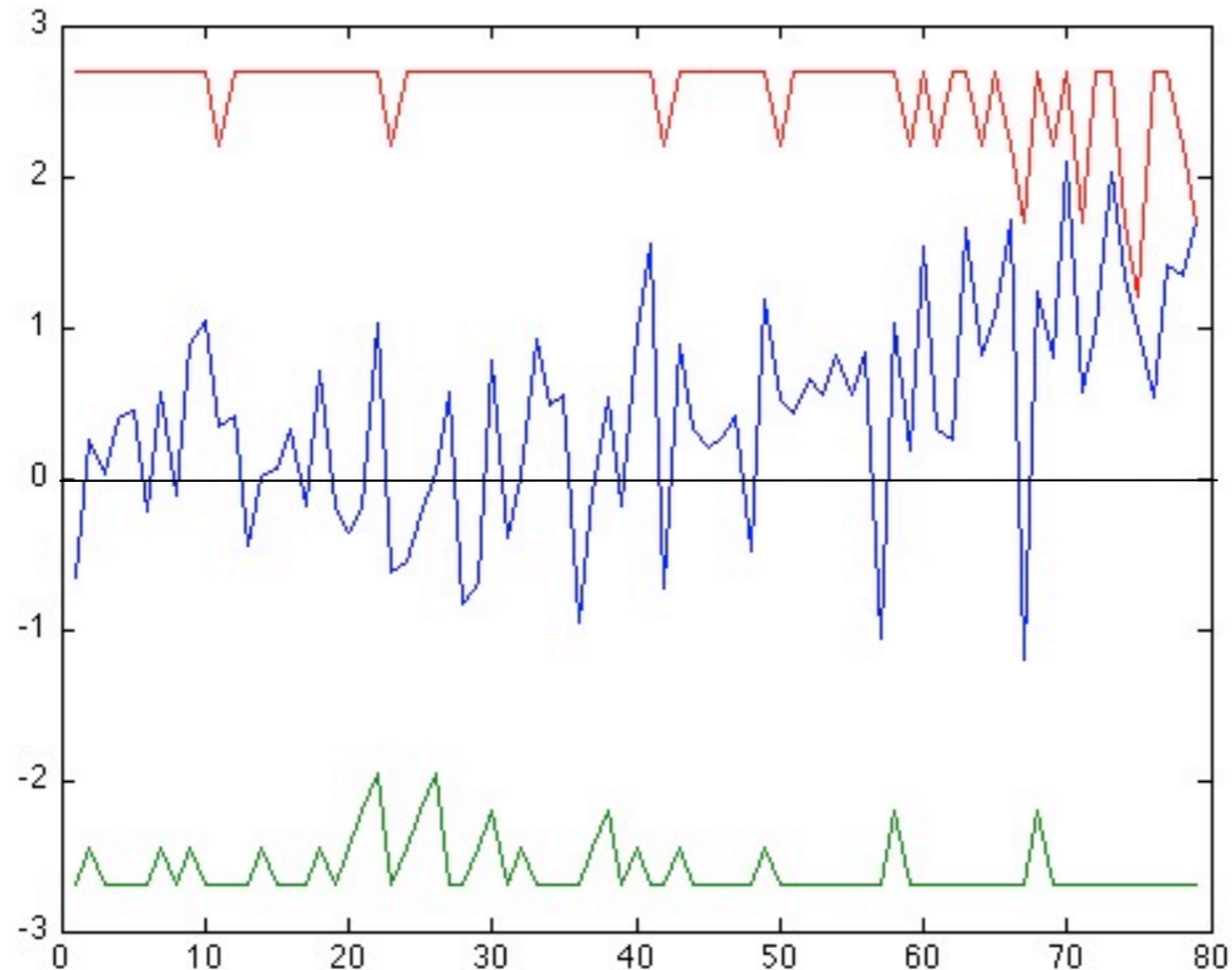


Příklad:

$\tilde{x}_n \in (-D, -C) \Rightarrow$	$LC L_{n+1} = LC L_n + \sigma, UC L_n = D,$
$\tilde{x}_n \in (-C, -B) \Rightarrow$	$LC L_{n+1} = LC L_n + 1/2\sigma, UC L_n = D,$
$\tilde{x}_n \in (-B, -A) \Rightarrow$	$LC L_{n+1} = LC L_n + 1/4\sigma, UC L_n = D,$
$\tilde{x}_n \in (-A, A) \Rightarrow$	$LC L_{n+1} = -D, UC L_n = D,$
$\tilde{x}_n \in \langle A, B \rangle \Rightarrow$	$LC L_{n+1} = -D UC L_n = UC L_n - 1/4\sigma,$
$\tilde{x}_n \in \langle B, C \rangle \Rightarrow$	$LC L_{n+1} = -D UC L_n = UC L_n - 1/2\sigma,$
$\tilde{x}_n \in \langle C, D \rangle \Rightarrow$	$LC L_{n+1} = -D UC L_n = UC L_n - \sigma$

Příklady diagramů s adaptivními parametry návrhu:

Zónový adaptivní postup se zúžením regulačních mezí:



5. Robustní adaptivní regulační diagram

$$\begin{aligned} \text{CUSUM } \tilde{X} \quad \tilde{C}_{n+1}^+ &= \max [0, \tilde{C}_n^+ - (\mu_0 + \delta_0) + \tilde{X}_n] \\ \tilde{C}_{n+1}^- &= \max [0, \tilde{C}_n^- + (\mu_0 + \delta_0) - \tilde{X}_n] \end{aligned}$$

5. Robustní adaptivní regulační diagram

$$\begin{aligned} \text{CUSUM } \tilde{X} \quad \tilde{C}_{n+1}^+ &= \max [0, \tilde{C}_n^+ - (\mu_0 + \delta_0) + \tilde{X}_n] \\ \tilde{C}_{n+1}^- &= \max [0, \tilde{C}_n^- + (\mu_0 + \delta_0) - \tilde{X}_n] \end{aligned}$$

Adaptivní-CUSUM \tilde{X} pro $\delta_0 = 0.187$

zóny (A, B, C) = (2.5, 3.0, 4.34)

koeficient zúžení = (0, 0.25, 0.5)

5. Robustní adaptivní regulační diagram

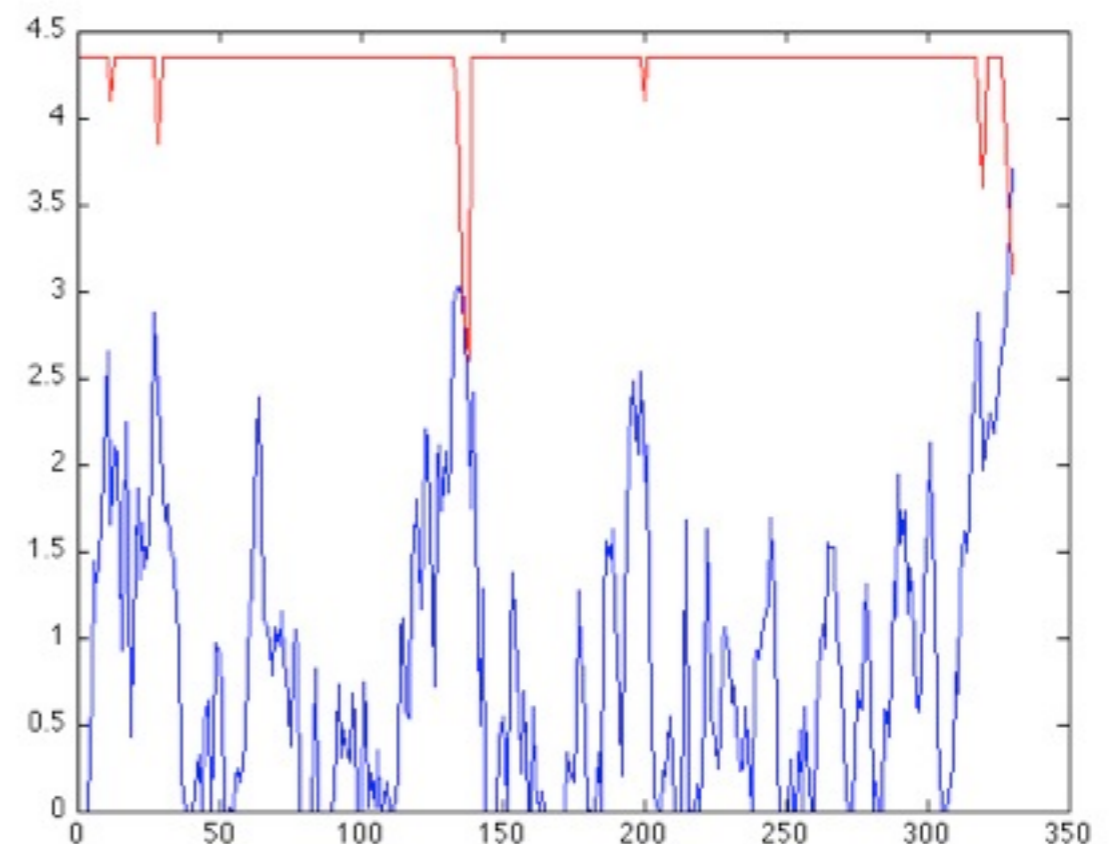
$$\text{CUSUM } \tilde{X} \quad \tilde{C}_{n+1}^+ = \max [0, \tilde{C}_n^+ - (\mu_0 + \delta_0) + \tilde{X}_n]$$

$$\tilde{C}_{n+1}^- = \max [0, \tilde{C}_n^- + (\mu_0 + \delta_0) - \tilde{X}_n]$$

Adaptivní-CUSUM \tilde{X} pro $\delta_0 = 0.187$

zóny (A, B, C) = (2.5, 3.0, 4.34)

koeficient zúžení = (0, 0.25, 0.5)



5. Robustní adaptivní regulační diagram

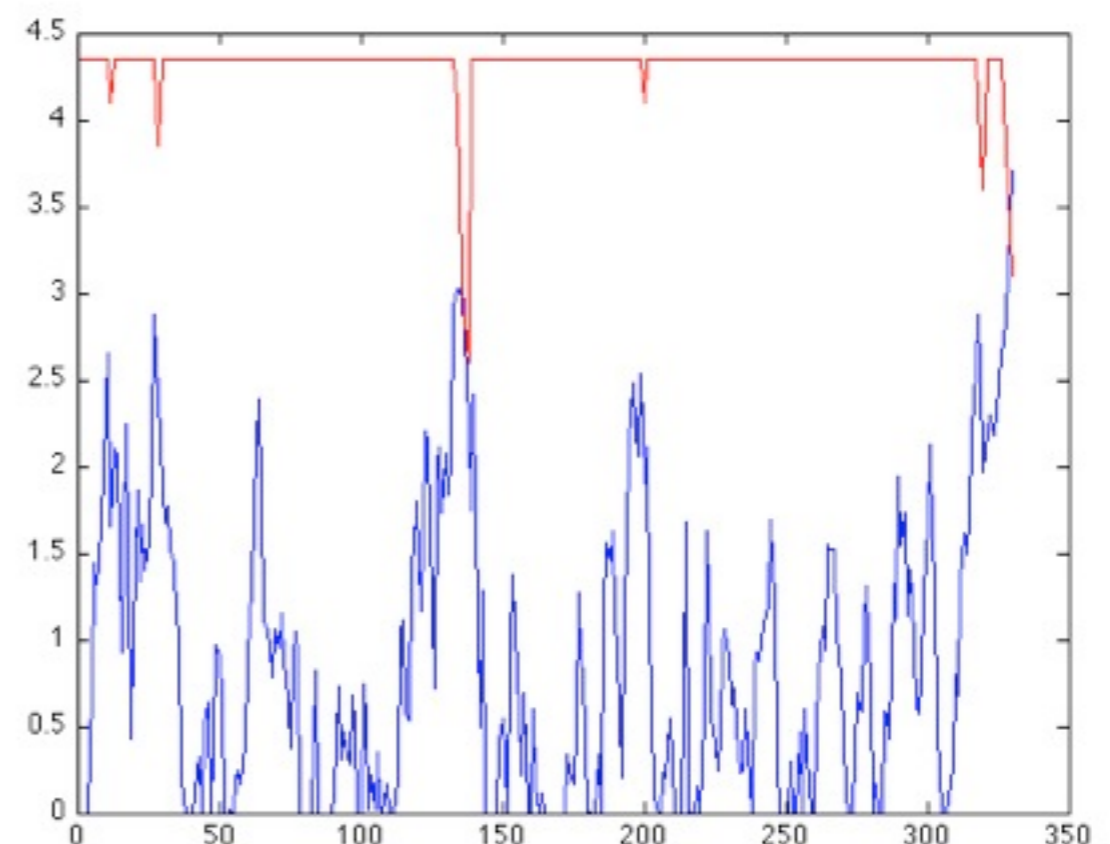
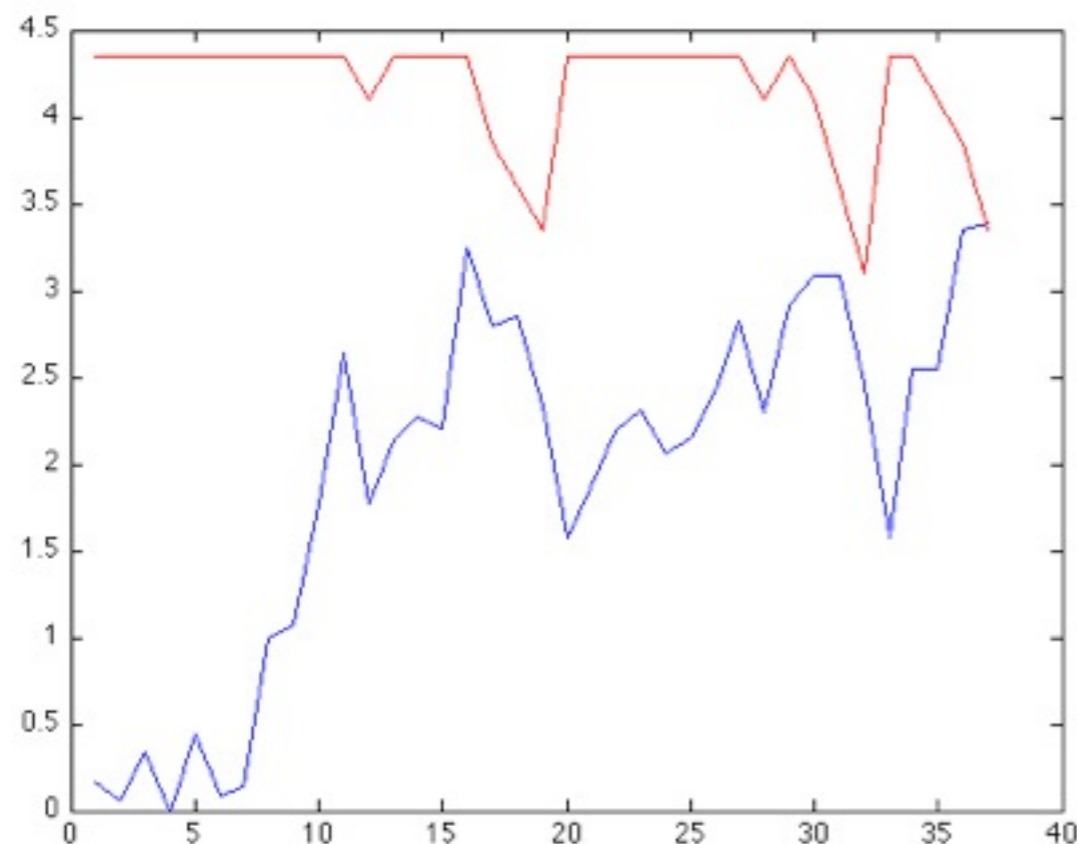
$$\text{CUSUM } \tilde{X} \quad \tilde{C}_{n+1}^+ = \max [0, \tilde{C}_n^+ - (\mu_0 + \delta_0) + \tilde{X}_n]$$

$$\tilde{C}_{n+1}^- = \max [0, \tilde{C}_n^- + (\mu_0 + \delta_0) - \tilde{X}_n]$$

Adaptivní-CUSUM \tilde{X} pro $\delta_0 = 0.187$

zóny (A, B, C) = (2.5, 3.0, 4.34)

koeficient zúžení = (0, 0.25, 0.5)



Numerické výsledky:

Data: simulace z rozdělení $N(\delta, 1)$, $\delta = 0, 0.1, 0.3, \dots$
 (rozsahy výběrů = 5)

Pro kontamianci jsme použili 6% dat z $N(\delta, 6.25)$.

1) Shewhart \tilde{X} LCL=3.128 $\sigma_{\tilde{x}}$, UCL=3.128 $\sigma_{\tilde{x}}$

2) EWMA \tilde{X} $\tilde{Z}_{n+1} = \gamma\tilde{X}_n + (1 - \gamma)\tilde{Z}_n$
 $\gamma = 0.1, L = 2.827$

3) CUSUM \tilde{X} $\tilde{C}_{n+1}^+ = \max [0, \tilde{C}_n^+ - (\mu_0 + \delta_0) + \tilde{X}_n]$
 $\tilde{C}_{n+1}^- = \max [0, \tilde{C}_n^- + (\mu_0 + \delta_0) - \tilde{X}_n]$
 $\delta_0 = 0.15, L = 4.344$

ARL různých diagramů pro data z $N(\delta, 1)$

Regulační diagram		posun δ						
		0.0	0.1	0.3	0.5	0.7	1.0	1.5
\bar{X}	Shewhart	500.2	405.3	128.1	41.5	16.3	5.0	1.7
	CUSUM	501.2	130.0	20.2	9.9	6.5	4.5	2.9
	EWMA	501.0	136.3	19.2	8.5	5.2	3.4	2.4
\tilde{X}	Shewhart	500.1	439.2	175.3	69.6	28.3	9.7	2.7
	CUSUM	502.0	151.4	26.2	13.1	8.7	5.7	3.8
	EWMA	499.2	165.4	24.4	10.3	6.4	4.0	2.7
\tilde{X}	Ad-CUSUM	504.1	124.9	24.5	11.7	7.9	5.4	3.7

ARL různých diagramů pro kontaminovaná data

Regulační diagram		posun δ						
		0.0	0.1	0.3	0.5	0.7	1.0	1.5
\bar{X}	Shewhart	87.1	78.0	48.2	24.5	13.8	5.7	2.7
	CUSUM	265.4	97.4	19.2	9.9	6.6	4.4	2.9
	EWMA	186.1	85.2	17.1	8.0	5.0	3.4	2.4
\tilde{X}	Shewhart	264.5	236.8	126.6	48.6	24.1	9.8	4.0
	CUSUM	430.0	139.4	26.8	12.8	8.6	5.8	3.8
	EWMA	343.9	127.4	23.3	10.0	6.2	4.0	2.7
\tilde{X}	Ad-CUSUM	466.2	121.5	24.1	11.8	7.9	5.4	3.7

Data: směs 94% z $N(\delta, 1)$ a 6% z $N(\delta, 6.25)$

Relativní ARL různých diagramů pro kontaminovaná data

Regulační diagram		posun δ						
		0.0	0.1	0.3	0.5	0.7	1.0	1.5
\bar{X}	Shewhart	500	447.7	276.7	140.6	79.2	32.7	15.5
	CUSUM	500	183.5	36.2	18.7	12.4	8.3	5.46
	EWMA	500	228.9	45.9	21.5	13.4	9.1	6.45
\tilde{X}	Shewhart	500	446.1	238.5	91.6	45.4	18.5	7.54
	CUSUM	500	162.1	31.1	14.9	10.0	6.74	4.42
	EWMA	500	185.2	33.9	14.5	9.01	5.82	3.93
\tilde{X}	Ad-CUSUM	500	130.3	25.9	12.7	8.47	5.79	3.97

$$RARL_C(\delta) = k \cdot ARL_C(\delta), \quad \text{kde } k = \frac{ARL(0)}{ARL_C(0)}$$

Relativní ARL různých diagramů pro kontaminovaná data

Regulační diagram	posun δ							
	0.0	0.1	0.3	0.5	0.7	1.0	1.5	
\bar{X}	<p style="text-align: center;">Závěr: Robustnost regulačních diagramů sama o sobě zhoršuje jejich vlastnosti. Teprve ve spojení s adaptivním přístupem dostaneme dobré výsledky.</p>							
\tilde{X}								
\tilde{X}	EWMA	500	185.2	33.9	14.5	9.01	5.82	3.93
\tilde{X}	Ad-CUSUM	500	130.3	25.9	12.7	8.47	5.79	3.97

$$RARL_C(\delta) = k \cdot ARL_C(\delta), \quad \text{kde } k = \frac{ARL(0)}{ARL_C(0)}$$

Děkuji za Vaši pozornost

Gejza Dohnal, ČVUT v Praze, fakulta strojní

Centrum pro jakost a spolehlivost výroby

