

Hĺbka funkcionálnych dát.

Stanislav Nagy

Katedra pravděpodobnosti a matematické statistiky
Univerzita Karlova v Praze

Robust 2010

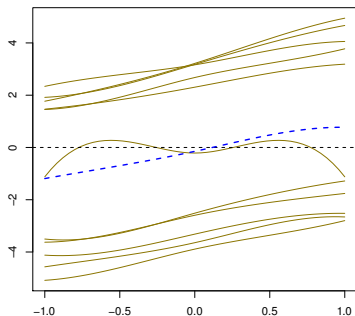
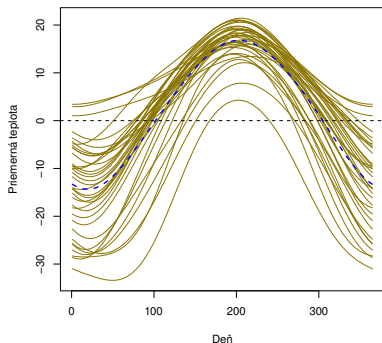
31. január – 5. február 2010, Kráľíky

Obsah

- 1 Hľadanie krivky s typickým priebehom
- 2 Porovnanie konkrétnych hĺbok
 - Indukované hĺbky konečnerozmerných funkcií
 - Pásové hĺbky
- 3 Záver

Problém hĺbky funkcionálnych dát

Zaoberajme sa problémom hľadania krivky z náhodného výberu, ktorá vystihuje „typický priebeh“ funkcionálnych dát ako krivky s maximálnou hĺbkou. Ilustrujeme na dvoch príkladoch reálnych a simulovaných dát.

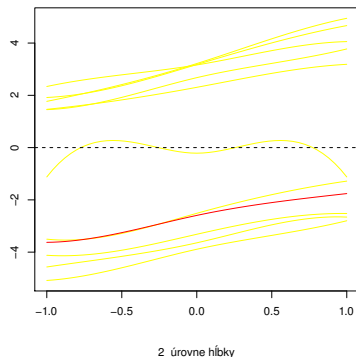
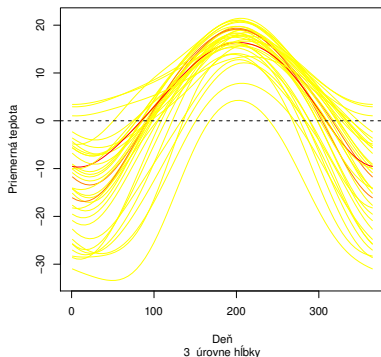


Indukované hĺbky konečnerozmerných funkcií

Tukeyho hĺbka indukovaná z priestoru koeficientov voči ortonormalizovanej bázi

Indukované hĺbky konečnerozmerných funkcií

Tukeyho hĺbka indukovaná z priestoru koeficientov voči ortonormalizovanej bázi

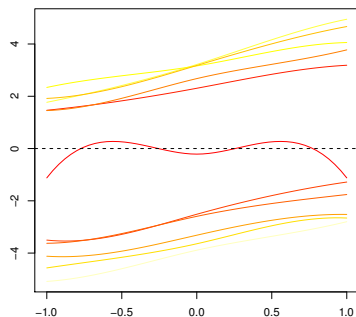
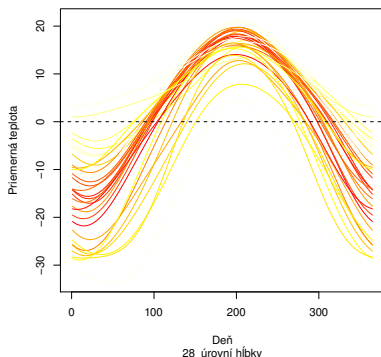


Štandardná pásová hĺbka

$$S_J(f) = \frac{1}{J-1} \sum_{j=2}^J \binom{n}{j}^{-1} \sum_{1 \leq i_1 < i_2 < \dots < i_j \leq n} I \left[G(f) \subseteq B(f_{i_1}, \dots, f_{i_j}) \right]$$

Štandardná pásová hĺbka

$$S_J(f) = \frac{1}{J-1} \sum_{j=2}^J \binom{n}{j}^{-1} \sum_{1 \leq i_1 < i_2 < \dots < i_j \leq n} I \left[G(f) \subseteq B(f_{i_1}, \dots, f_{i_j}) \right]$$

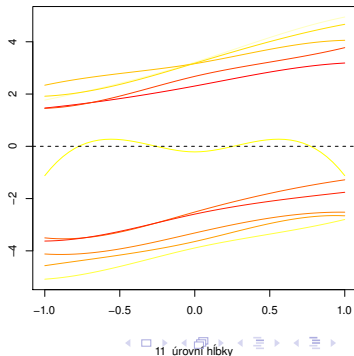
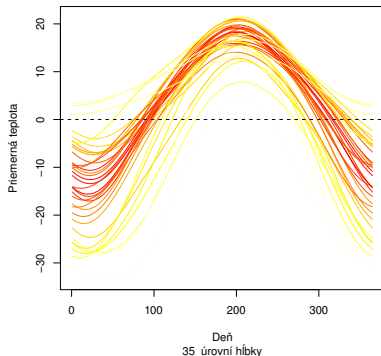


K-pásová hĺbka

$GS_{J,K}(f) = \left(\prod_{k=0}^K \left[GS_J^{(k)}(f) \right]^{\alpha_k} \right)^{1 / \sum_{i=0}^K \alpha_i}$, kde $GS_J^{(k)}$ je
generalizovaná pásová hĺbka k -tych derivácií funkcií náh.
výberu

K-pásová hĺbka

$GS_{J,K}(f) = \left(\prod_{k=0}^K \left[GS_J^{(k)}(f) \right]^{\alpha_k} \right)^{1/\sum_{i=0}^K \alpha_i}$, kde $GS_J^{(k)}$ je
generalizovaná pásová hĺbka k -tych derivácií funkcií náh.
 výberu



Porovnanie jednotlivých prístupov

Porovnajme jednotlivé hĺbky na základe príkladov:

- **Indukované hĺbky** príliš redukujú informáciu, nie sú vhodné.

Porovnanie jednotlivých prístupov

Porovnajme jednotlivé hĺbky na základe príkladov:

- **Indukované hĺbky** príliš redukujú informáciu, nie sú vhodné.
- **Štandardné pásové hĺbky** dobre indikujú pozorovania odľahlé v polohe, nie však v tvare.

Porovnanie jednotlivých prístupov

Porovnajme jednotlivé hĺbky na základe príkladov:

- **Indukované hĺbky** príliš redukujú informáciu, nie sú vhodné.
- **Štandardné pásové hĺbky** dobre indikujú pozorovania odľahlé v polohe, nie však v tvare.
- **K-pásové hĺbky** sa zdajú byť najlepším riešením, otázkou je voľba parametrov.

Porovnanie jednotlivých prístupov

Porovnajme jednotlivé hĺbky na základe príkladov:

- **Indukované hĺbky** príliš redukujú informáciu, nie sú vhodné.
- **Štandardné pásové hĺbky** dobre indikujú pozorovania odľahlé v polohe, nie však v tvare.
- **K-pásové hĺbky** sa zdajú byť najlepším riešením, otázkou je voľba parametrov.

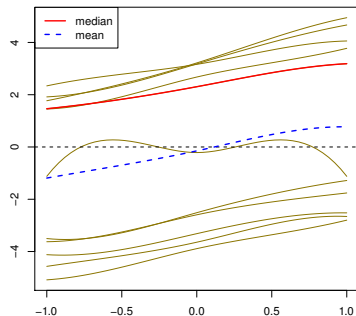
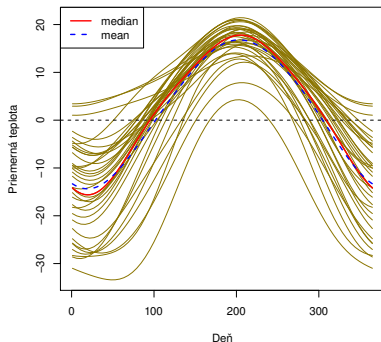
Porovnanie jednotlivých prístupov

Porovnajme jednotlivé hĺbky na základe príkladov:

- **Indukované hĺbky** príliš redukujú informáciu, nie sú vhodné.
- **Štandardné pásové hĺbky** dobre indikujú pozorovania odľahlé v polohe, nie však v tvare.
- **K-pásové hĺbky** sa zdajú byť najlepším riešením, otázkou je voľba parametrov.

Za výberový medián medzi krivkami teda **prehlásime funkciu najhlbšiu v 1-pásovej hĺbke**.

Výberový medián funkcionálnych dát



Diskusia

Hĺbka funkcií náhodného výberu a rovnakých funkcií bez netypického pozorovania

