

# ESTIMATION OF PARAMETERS OF A CLIPPED MA(1) PROCESS

Šárka Došlá

Katedra pravděpodobnosti a matematické statistiky  
Matematicko-fyzikální fakulta  
Univerzita Karlova

ROBUST 2010

# Představení modelu

- ↪ Necht'  $\{X_t, t \in \mathbb{Z}\}$  jsou iid náhodné veličiny s absolutně spojitým rozdělením a  $a > 0$ ,  $c \in \mathbb{R}$  jsou konstanty.
- ↪ Uvažujeme stacionární posloupnost 1-závislých veličin  $\{\xi_t, t \in \mathbb{Z}\}$ , kde

$$\xi_t = \begin{cases} 1 & \text{pokud } X_t - aX_{t-1} < c, \\ 0 & \text{jinak.} \end{cases} \quad (1)$$

- ↪ Zajímají nás **odhady** některých charakteristik v modelu (1).

# Představení modelu

- ↪ Necht'  $\{X_t, t \in \mathbb{Z}\}$  jsou iid náhodné veličiny s absolutně spojitým rozdělením a  $a > 0$ ,  $c \in \mathbb{R}$  jsou konstanty.
- ↪ Uvažujeme stacionární posloupnost 1-závislých veličin  $\{\xi_t, t \in \mathbb{Z}\}$ , kde

$$\xi_t = \begin{cases} 1 & \text{pokud } X_t - aX_{t-1} < c, \\ 0 & \text{jinak.} \end{cases} \quad (1)$$

- ↪ Zajímají nás **odhady** některých charakteristik v modelu (1).

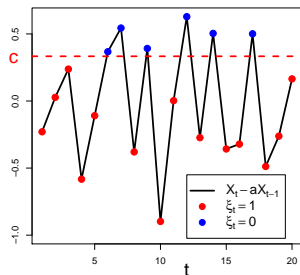
Na základě pozorování  $\xi_1, \dots, \xi_n$  chceme odhadnout

- pravděpodobnost úspěchu  $p = P(\xi_t = 1)$ ,
- korelaci  $r_1 = \text{corr}(\xi_t, \xi_{t+1})$ ,
- parametry  $a$  a  $c$ .

# Motivace

Model (1) transformuje MA(1) proces  $X_t - aX_{t-1}$  na posloupnost 0-1 veličin  $\{\xi_t, t \in \mathbb{Z}\}$  pomocí operace zvané **clipping** (nebo **hard limiting**)

- ↪  $\xi_t$  indikuje, zda  $X_t - aX_{t-1}$  leží pod hladinou  $c$  v čase  $t$
- ↪ vlastnosti obecných “useknutých” procesů  $\rightsquigarrow$  rozsáhlá literatura
- ↪ diskretizace spojité veličiny se často objevuje v biologii, inženýrství a dalších **aplikacích**



# Motivace

Model (1) transformuje MA(1) proces  $X_t - aX_{t-1}$  na posloupnost 0-1 veličin  $\{\xi_t, t \in \mathbb{Z}\}$  pomocí operace zvané **clipping** (nebo **hard limiting**)

- ↪  $\xi_t$  indikuje, zda  $X_t - aX_{t-1}$  leží pod hladinou  $c$  v čase  $t$
- ↪ vlastnosti obecných “useknutých” procesů  $\rightsquigarrow$  rozsáhlá literatura
- ↪ diskretizace spojité veličiny se často objevuje v biologii, inženýrství a dalších **aplikacích**
- ↪ “useknutý” MA(1) proces  $\rightsquigarrow$  určité speciální aplikace
- ↪ **odhadování parametrů** původního procesu na základě “useknutého”  $\rightsquigarrow$  v literatuře pouze pro Gaussovský případ



# Více informací na posteru

### ESTIMATION OF PARAMETERS OF A CLIPPED MA(1) PROCESS

SARKA DOŠLÁ  
Institute for soft-com  
Department of Statistics, Charles University, Prague  
ROHUS 2010

#### Introduction

Let  $\{X_t, t \in \mathbb{Z}\}$  be a sequence of iid random variables with an absolutely continuous PDF  $f$ . Let  $a > 0$  and  $b > 0$  be known constants. Define

$$Y_t = \begin{cases} X_t & \text{if } |X_t| \leq a, \\ a \cdot \text{sign}(X_t) & \text{if } |X_t| > a. \end{cases} \quad (1)$$

We find out the maximum likelihood estimator in model (1).

#### Why such processes?

Model (1) occurs in many cases. For example, in the case of a clipped MA(1) process,  $\{X_t, t \in \mathbb{Z}\}$  may be a sequence of iid random variables with an absolutely continuous PDF  $f$ . Let  $a > 0$  and  $b > 0$  be known constants. Define

$$Y_t = \begin{cases} X_t & \text{if } |X_t| \leq a, \\ a \cdot \text{sign}(X_t) & \text{if } |X_t| > a. \end{cases} \quad (1)$$

We find out the maximum likelihood estimator in model (1).

Several authors have been interested in the estimation of  $\theta$ . For example, in the case of a clipped MA(1) process,  $\{X_t, t \in \mathbb{Z}\}$  may be a sequence of iid random variables with an absolutely continuous PDF  $f$ . Let  $a > 0$  and  $b > 0$  be known constants. Define

$$Y_t = \begin{cases} X_t & \text{if } |X_t| \leq a, \\ a \cdot \text{sign}(X_t) & \text{if } |X_t| > a. \end{cases} \quad (1)$$

We find out the maximum likelihood estimator in model (1).

#### Estimation of $\theta$

Let  $\{X_t, t \in \mathbb{Z}\}$  be a sequence of iid random variables with an absolutely continuous PDF  $f$ . Let  $a > 0$  and  $b > 0$  be known constants. Define

$$Y_t = \begin{cases} X_t & \text{if } |X_t| \leq a, \\ a \cdot \text{sign}(X_t) & \text{if } |X_t| > a. \end{cases} \quad (1)$$

We find out the maximum likelihood estimator in model (1).

#### Example 2. (Example 1, revisited)

Let  $a = 1$  and  $b = 1$ . Let  $\{X_t, t \in \mathbb{Z}\}$  be a sequence of iid random variables with an absolutely continuous PDF  $f$ . Let  $a > 0$  and  $b > 0$  be known constants. Define

$$Y_t = \begin{cases} X_t & \text{if } |X_t| \leq a, \\ a \cdot \text{sign}(X_t) & \text{if } |X_t| > a. \end{cases} \quad (1)$$

We find out the maximum likelihood estimator in model (1).

The histogram shows the distribution of Y\_t. The x-axis is labeled 'Y\_t' and the y-axis is labeled 'f(y)'. The distribution is symmetric around 0, with a peak at 0 and a sharp drop at the boundaries a and -a.

#### Properties of the Model

The random variables  $\{Y_t, t \in \mathbb{Z}\}$  are iid and the process  $\{Y_t, t \in \mathbb{Z}\}$  is a stationary process. The maximum likelihood estimator of  $\theta$  is consistent and asymptotically normal. The asymptotic variance of  $\hat{\theta}_n$  is given by the inverse of the Fisher information matrix.

#### Estimation of $\rho$

Let  $\{X_t, t \in \mathbb{Z}\}$  be a sequence of iid random variables with an absolutely continuous PDF  $f$ . Let  $a > 0$  and  $b > 0$  be known constants. Define

$$Y_t = \begin{cases} X_t & \text{if } |X_t| \leq a, \\ a \cdot \text{sign}(X_t) & \text{if } |X_t| > a. \end{cases} \quad (1)$$

We find out the maximum likelihood estimator in model (1).

ESTIMATION OF PARAMETERS OF A CLIPPED MA(1) PROCESS

Sárka Došlá