

Stochastická rovnice difuze s frakcionálním Brownovým pohybem s Hurstovým parametrem $H < \frac{1}{2}$

Jana Šnupárková

Katedra pravděpodobnosti a matematické statistiky, Matematicko-fyzikální fakulta
Univerzity Karlovy v Praze
a
Matematický ústav, Akademie věd ČR, v.v.i.

31. leden - 5. únor 2010, Králíky

Uvažujme stochastickou rovnici difuze

$$\frac{\partial u}{\partial t}(t, x) = L(t, x)u + bu(t, x) \frac{dB^H}{dt},$$

$$u(0, x) = x_0(x), \quad x \in \mathcal{O}$$

$$\frac{\partial u}{\partial t}(t, x) = 0, \quad (t, x) \in [0, T] \times \partial\mathcal{O},$$

kde $\mathcal{O} \subset \mathbb{R}^d$ je omezená oblast třídy \mathcal{C}^2 , $b \in \mathbb{R} \setminus \{0\}$ a

$$L(t, x)u = a_0(t, x)u(t, x) + \sum_{i=1}^d a_i(t, x) \frac{\partial u}{\partial x_i}(t, x) + \sum_{i,j=1}^d a_{ij}(t, x) \frac{\partial^2 u}{\partial x_i \partial x_j}(t, x)$$

je silně eliptický operátor druhého řádu na \mathcal{O} stejnoměrně v $(t, x) \in [0, T] \times \bar{\mathcal{O}}$, kde funkce $a_0(t, \cdot)$, $a_i(t, \cdot)$, $a_{ij}(t, \cdot) \in \mathcal{C}^\infty(\bar{\mathcal{O}})$ pro každé $i, j = 1, \dots, d$ a $t \in [0, T]$.

STOCHASTICKÁ BILINEÁRNÍ ROVNICE

Příklad je pokryt stochastickou bilineární diferenciální rovnicí

$$\begin{aligned}dX(t) &= A(t)X(t)dt + BX(t)dB^H(t) \\ X(0) &= x_0,\end{aligned}$$

kde $\{A(t), t \in [0, T]\}$ a B jsou typicky neomezené lineární operátory v separabilním Hilbertově prostoru V a $x_0 \in V$ je deterministická počáteční podmínka.

Frakcionální Brownův pohyb s Hurstovým parametrem $H < \frac{1}{2}$ je jednorozměrný a stochastický integrál je chápán ve Skorochodově smyslu. Za jistých předpokladů jsme schopni ukázat, že tato rovnice má slabé řešení.

