

Chování pořadových testů v lineárním modelu za přítomnosti chyb měření

Radim Navrátil

Katedra pravděpodobnosti a matematické statistiky
MFF UK v Praze

Robust 2010

Úvod

- Model:

$$Y_i = \beta_0 + \mathbf{x}'_i \boldsymbol{\beta} + e_i, \quad i = 1, \dots, n,$$

kde e_j jsou i.i.d. náhodné veličiny s distribuční funkcí F .

- Chceme testovat:

$$H_0 : \boldsymbol{\beta} = \mathbf{0} \quad \text{proti alternativě} \quad K : \boldsymbol{\beta} \neq \mathbf{0}$$

- Pozorování: $\mathbf{w}_i = \mathbf{x}_i + \mathbf{v}_i$ a $Z_i = Y_i + W_i$.
- Aplikace: lékařství, geologie, lesnictví,...

Model bez chyb měření

$$\mathbf{S}_n = n^{-1/2} \sum_{i=1}^n (\mathbf{x}_i - \bar{\mathbf{x}}) a_n(R_i),$$

kde R_1, \dots, R_n jsou pořadí Y_1, \dots, Y_n a $a_n(i) = \varphi\left(\frac{i}{n+1}\right)$ a φ je neklesající, s druhou mocninou integrovatelná skórová funkce.

$$T_n^2 = (A(\varphi))^{-2} \mathbf{S}'_n \mathbf{Q}_n^{-1} \mathbf{S}_n,$$

kde

$$\mathbf{Q}_n = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (\mathbf{x}_i - \bar{\mathbf{x}})(\mathbf{x}_i - \bar{\mathbf{x}})'$$

Statistika T_n^2 má za hypotézy asymptoticky χ^2 rozdělení o p stupních volnosti.

Chyby měření v regresorech

Pozorujeme: $\mathbf{w}_i = \mathbf{x}_i + \mathbf{v}_i$.

$$\tilde{\mathbf{S}}_n = n^{-1/2} \sum_{i=1}^n (\mathbf{w}_i - \bar{\mathbf{w}}) a_n(R_i),$$

$$\tilde{T}_n^2 = (A(\varphi))^{-2} \tilde{\mathbf{S}}_n' \mathbf{W}_n^{-1} \tilde{\mathbf{S}}_n,$$

kde

$$\mathbf{W}_n = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (\mathbf{w}_i - \bar{\mathbf{w}})(\mathbf{w}_i - \bar{\mathbf{w}})'$$

Statistika \tilde{T}_n^2 má za hypotézy asymptoticky χ^2 rozdělení o p stupních volnosti.

Chyby měření v odezvě

Pozorujeme: $Z_i = Y_i + W_i$.

$$\hat{\mathbf{S}}_n = n^{-1/2} \sum_{i=1}^n (\mathbf{x}_i - \bar{\mathbf{x}}) a_n(\hat{R}_i),$$

$$\hat{T}_n^2 = (A(\varphi))^{-2} \hat{\mathbf{S}}_n' \mathbf{Q}_n^{-1} \hat{\mathbf{S}}_n,$$

kde $\hat{R}_1, \dots, \hat{R}_n$ jsou pořadí Z_1, \dots, Z_n .

Statistika \hat{T}_n^2 má za hypotézy asymptoticky χ^2 rozdělení o p stupních volnosti.

Co najdete na posteru?

- Přesnější odvození uvedených testů, předpoklady
- Rozdělení testových statistik za alternativy
- Asymptotická síla a asymptotická relativní eficeince
- Numerické a simulační výsledky
- Porovnání síly testů pro různé volby skórové funkce