

Štatistické metódy metrologického vyhodnocovania nameraných dát

Intervaly spoľahlivosti pre spoločnú strednú hodnotu
- porovnanie dvoch metód

Mária Janková

Ústav merania, SAV

03.02.2010

ÚLOHA: Nájsť čo najpresnejší odhad skutočnej hodnoty zinku (resp. selénu) v sušenom mlieku na základe dát poskytnutých v tabuľkách ^a

^aDáta sú chemické merania za účelom certifikácie NIST Štandardného referenčného materiálu 1549

Tabuľka: Selén (ng/g) v sušenom mlieku

Metóda	n_i	$\bar{y}_i$	s_i	M_i
1	8	45.21	1.68	5.880
2	12	46.63	0.47	0.460
3	22	46.23	0.82	0.927
4	8	47.05	1.44	0.230

Tabuľka: Zinok ($\mu\text{g/g}$) v sušenom mlieku

Metóda	n_i	$\bar{y}_i$	s_i	M_i
1	8	105	9.288	2.1
2	12	109.75	4.555	1.1
3	14	109.5	1.625	1.1
4	8	113.25	5.8	0.6

Formulácia problému

Heteroskedastický jednofaktorový ANOVA:

$$y_{ij} = \mu + B_i + \epsilon_{ij} \quad (1)$$

- $i = 1, \dots, k$ - počet zúčastnených laboratórií; $j = 1, \dots, n_i$ počet pozorovaní v i – *tom* laboratóriu
- μ - neznáma hodnota meranej veličiny
- B_i - laboratórna chyba; napríklad nastavenie meracích zaradení, distribúciu a momenty poznáme
- ϵ_{ij} - chyba merania, predpokladáme $\epsilon_{ij} \sim N(0, \sigma_{A,i})$

Úloha: Nájsť najlepšieho odhadcu μ , na základe zadaných (dostupných) informácií (viď príklady selén, zinok).

Porovnanie dvoch metód pre intervalový odhad μ

Porovnáваме dve aproximácie intervalu spoľahlivosti pre μ :

- **metrologický prístup** - navrhnuté Witkovským a Wimmerom (ďalej WW)¹
- **generalized pivotal approach (GPQ)** - zovšeobecnené intervaly spoľahlivosti - navrhnuté Wangom a Iyerom (ďalej WI)²

¹WITKOVSKÝ,V.,WIMMER,G.: *Confidence Interval for Common Mean in Interlaboratory Comparisons with Systematic Laboratory Biases*

²WANG,C.M.,Iyer, H.K.: *A Generalized Confidence Interval for a Measurand in the Presence of Type - A and Type - B Uncertainties*

Aplikácia WW a WI metódy na dáta pre sušené mlieko

Tabuľka: Selén (ng/g) v sušenom mlieku

Metóda	n_i	$\bar{y}_i$	s_i	M_i
1	8	45.21	1.68	5.880
2	12	46.63	0.47	0.460
3	22	46.23	0.82	0.927
4	8	47.05	1.44	0.230

Metóda	Dolná hr.	Horná hr.
WW	46.1547	47.1384
WI	45.855	47.042

Tabuľka: Zinok ($\mu\text{g/g}$) v sušenom mlieku

Metóda	n_i	$\bar{y}_i$	s_i	M_i
1	8	105	9.288	2.1
2	12	109.75	4.555	1.1
3	14	109.5	1.625	1.1
4	8	113.25	5.8	0.6

Metóda	Dolná hr.	Horná hr.
WW	108.296	110.928
WI	108.319	111.106

Q: Ktorá z použitých metód je lepšia?

↔ U oboch metód sme skúmali frekventistické vlastnosti pomocou Monte Carlo simulácií pre rôzne vzory vstupných parametrov modelu (1):

- Empirické pravdepodobnosti pokrytia pre $(1 - \alpha) \times 100\%$ intervaly spoľahlivosti získané každou z metód
- relatívna dĺžka intervalov spoľahlivosti získané každou z metód (v porovnaní s exaktnou dĺžkou získanou zovšeobecnenou metódou najmenších štvorcov)

Obe porovnávané frekventistické vlastnosti vychádzajú lepšie pre tú istú metódu.

Kompletnú informáciu o tom, ktorá metóda bola úspešnejšia, získate pri preštudovaní postra.

ĎAKUJEM ZA POZORNOSŤ!