

VRAŽDY PODLE BAYESE

MATEMATICKÉ PROBLÉMY NEMATEMATIKŮ

HALINA ŠIMKOVÁ

4BIN – Centrum pro bayesovskou inferenci

www.4BIN.org

Důkaz v právním smyslu slova

= věc nebo postup, které mohou přispět k objasnění projednávané věci

- přímý důkaz
- nepřímý důkaz (indicie)
- vyvíňující důkaz
- usvědčující důkaz
- klíčový důkaz
- nezvratitelný důkaz
- ...



jak funguje důkaz

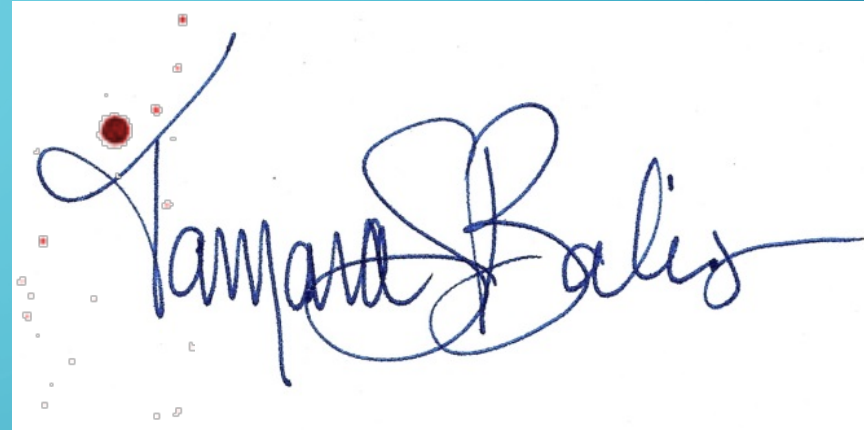
hypotézy



→ dokazování je založeno na práci s
pravděpodobností

Forenzní vědy

→ produkuje „vědecké důkazy“



- schopnost sběru dat
- teoretická znalost problematiky
- **správná inference**

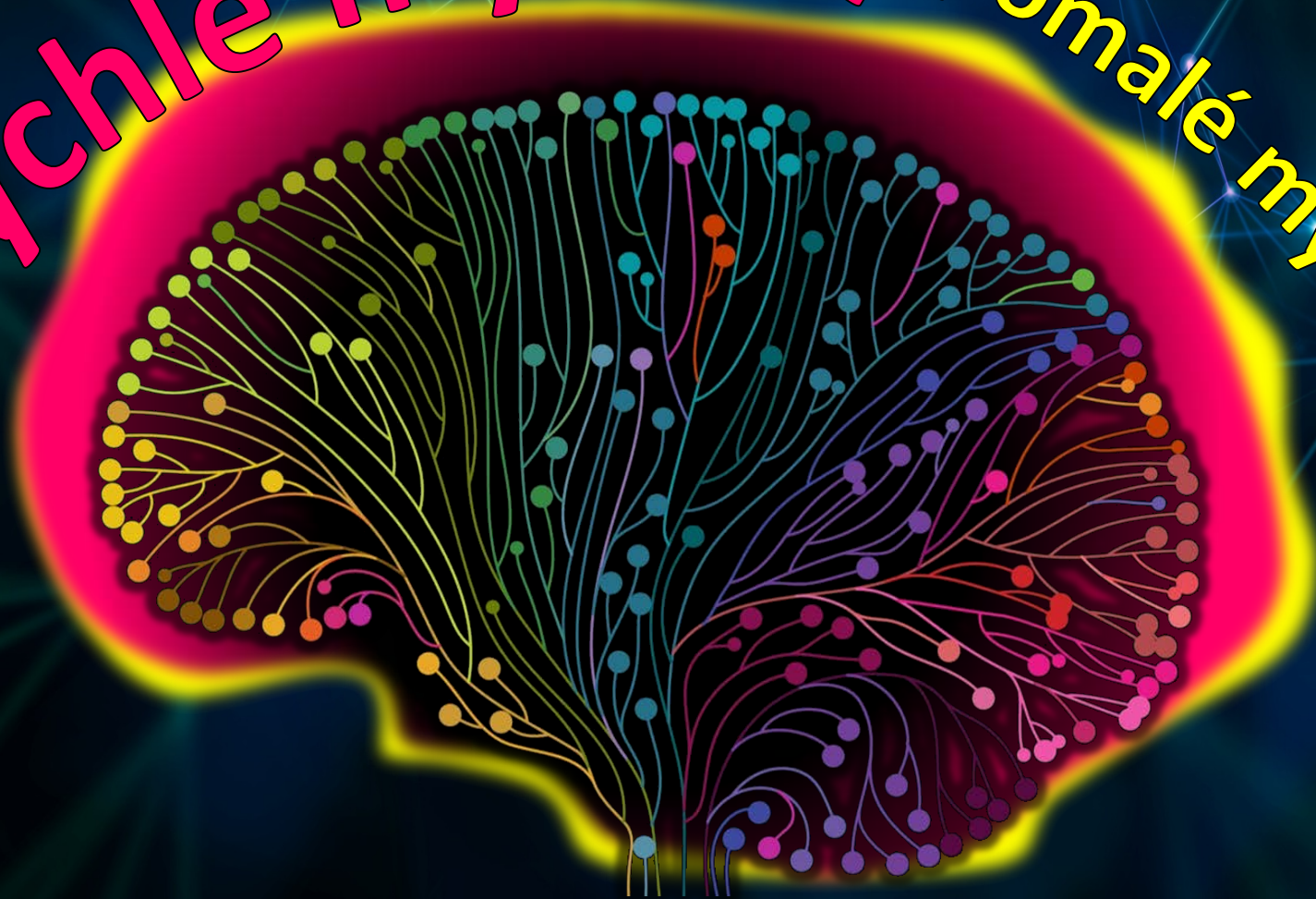
Jakou má důkaz váhu?

myšlení a pravděpodobnost

intuitivní inference

bayesovská inference

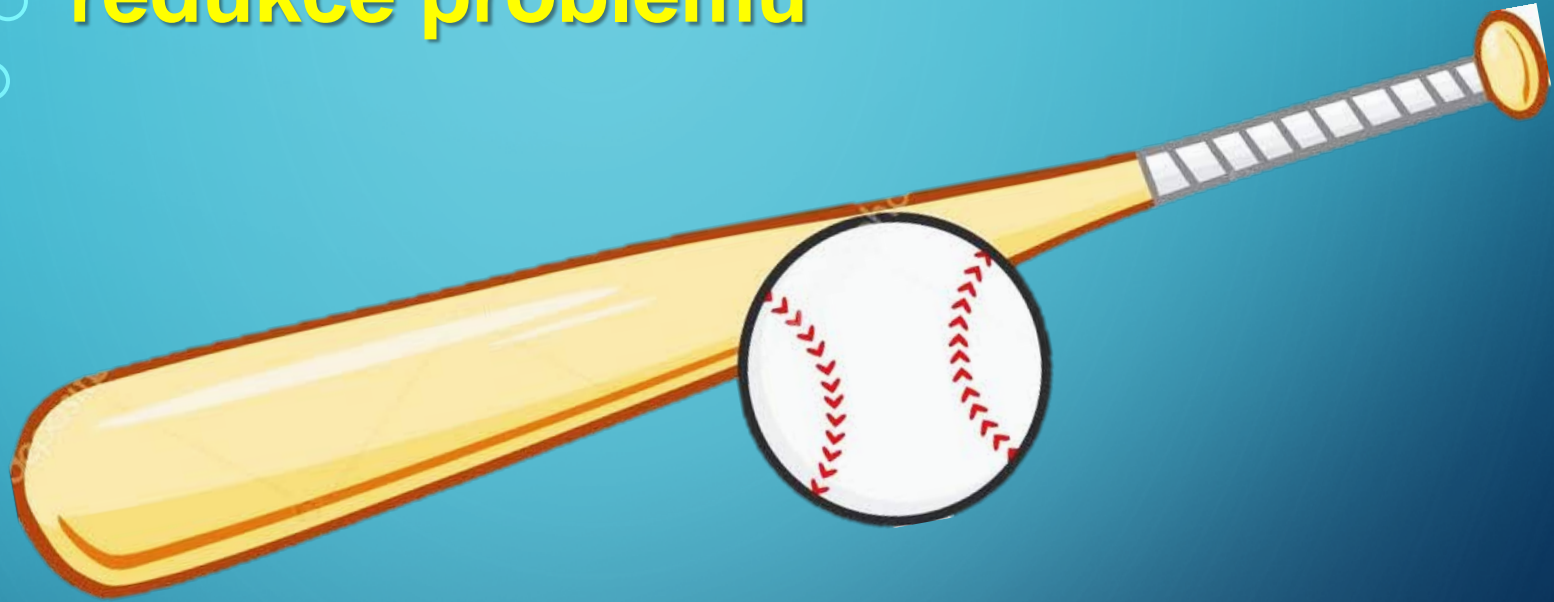
rychlé myšlení pomalé myšlení



Intuitivní inference

→ heuristiky

redukce problému

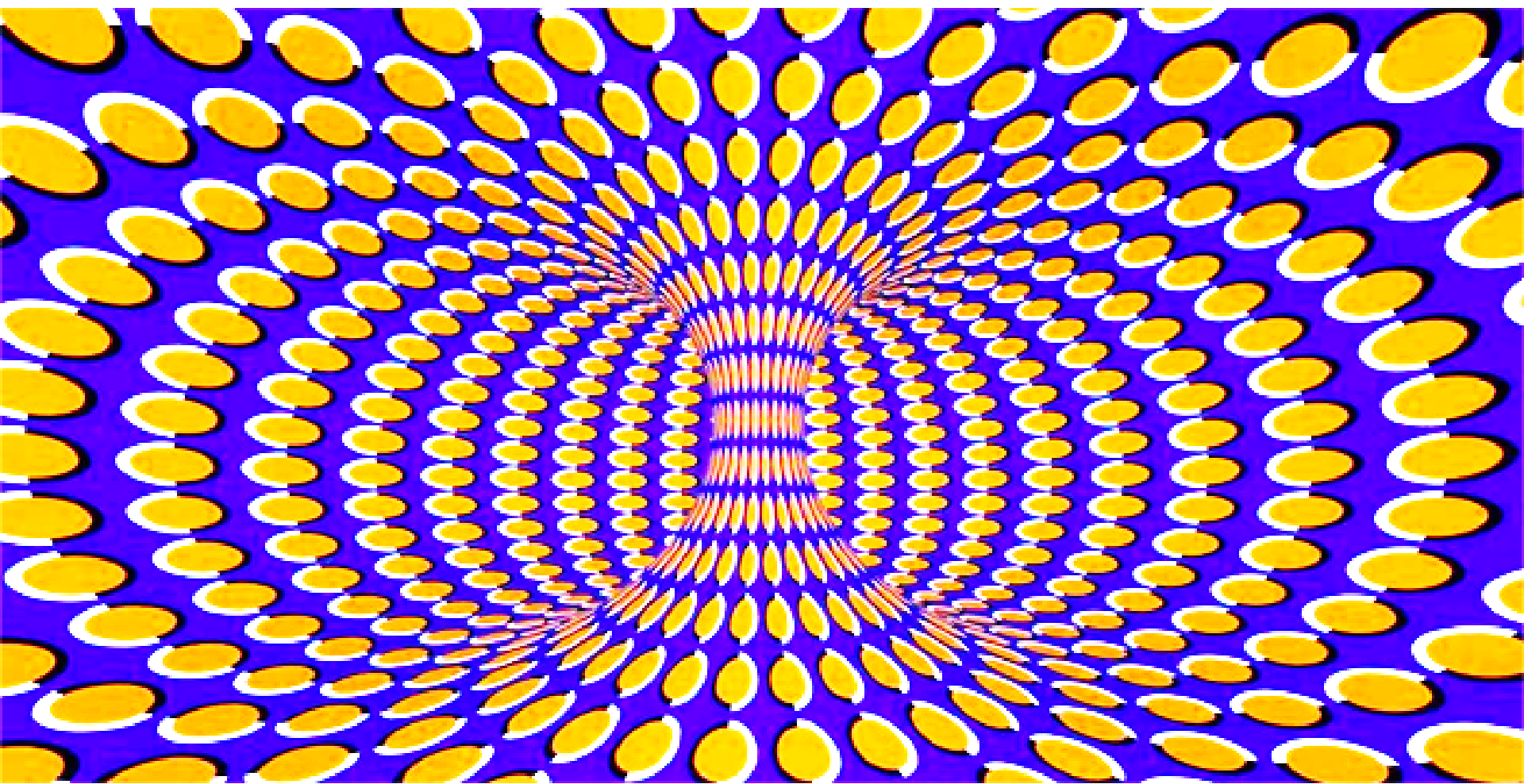


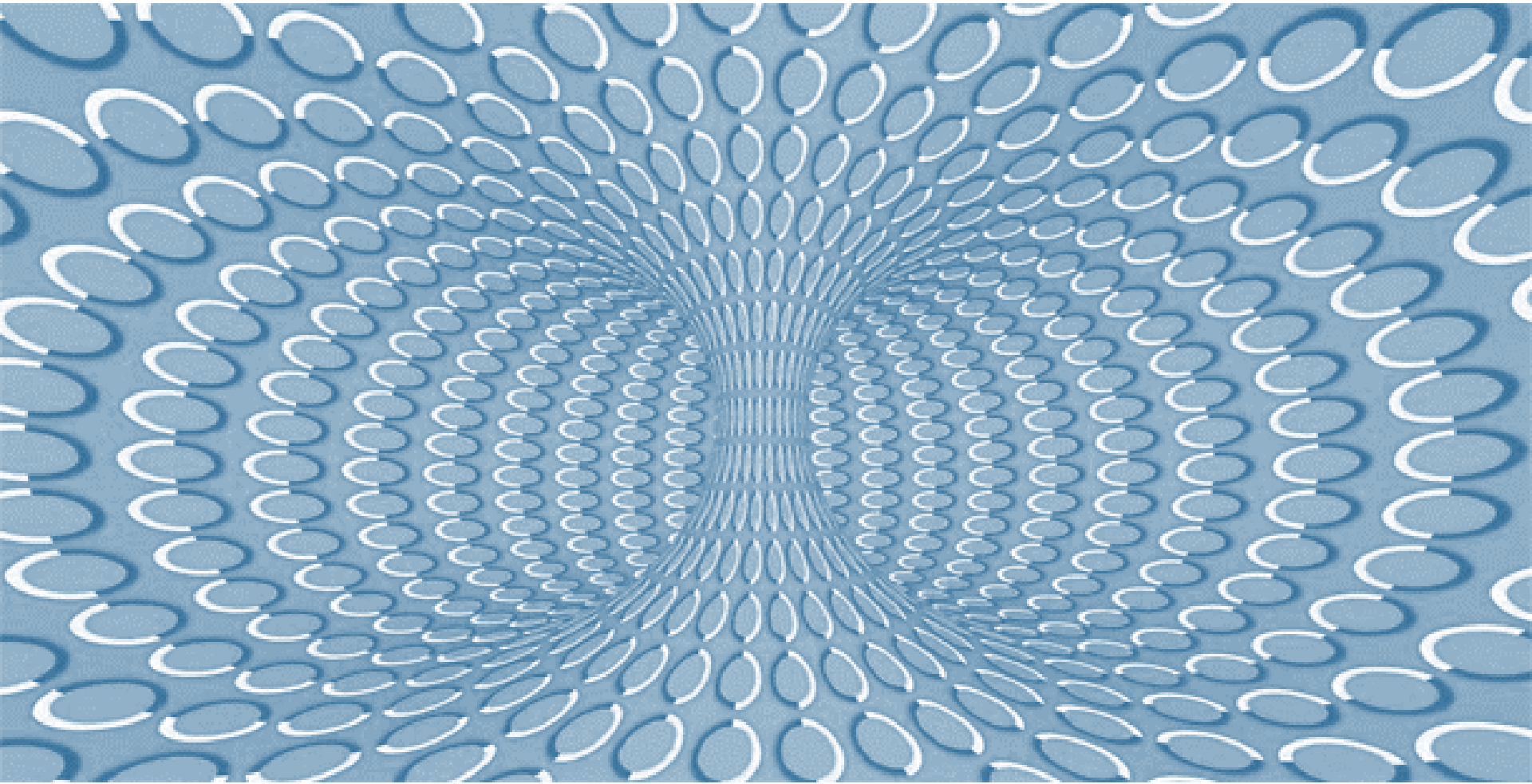
Intuitivní inference

→ heuristiky

redukce problému

nejlepší vysvětlení





Intuitivní inference

→ heuristiky

redukce problému

nejlepší vysvětlení

bažení po smysluplnosti

**POKUD MŮŽ3T3 Č15T TUTO
ZPR4VU M4T3 OPR4VDU 51LN0U
MYSL. T4T0 ZP4V4 5L0UŽ1 J4K0
DŮK4Z, Ž3 N4Š3 MY5L UM1
ÚŽ45N3 V3C1.
PŮ5081V3, Ž3? ZP0Č4TKU T0
8YL0 T3ŽK3, 4L3 T3Ď TUTO
ZPR4VU ČT3T3 J1Ž
4UTOM4T1CKY.**

Intuitivní inference

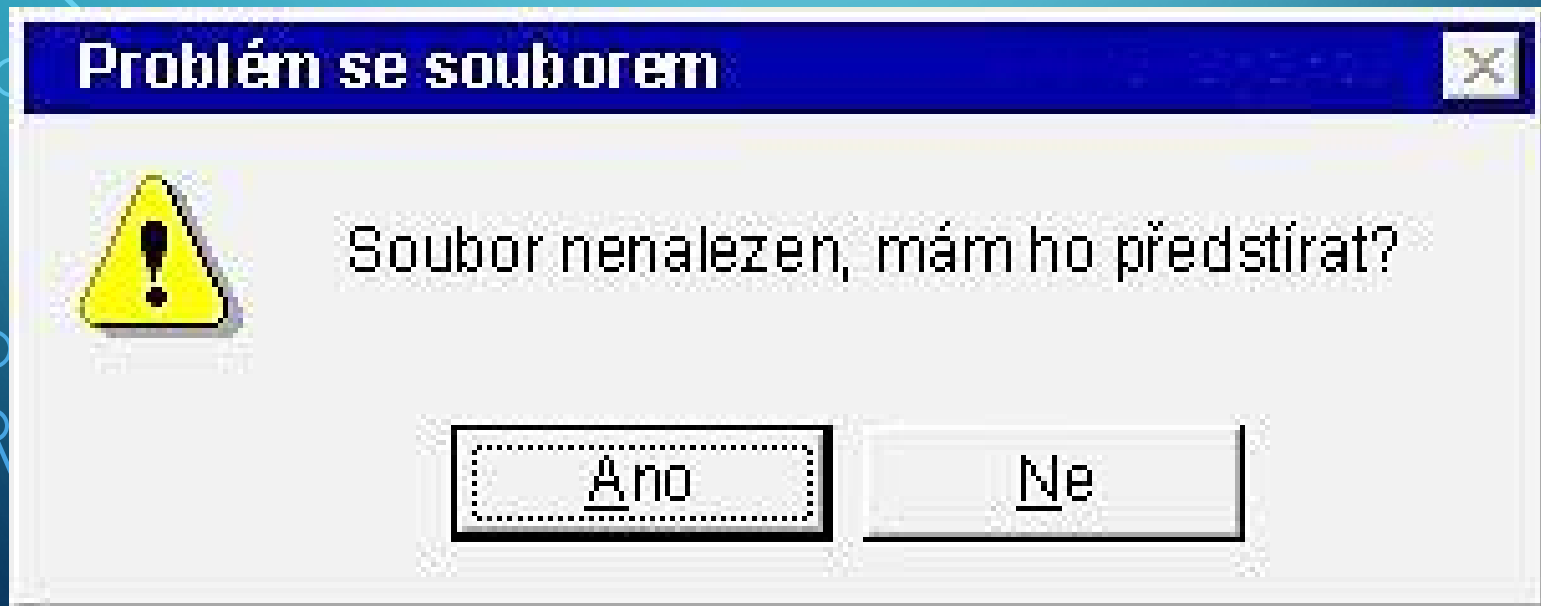
→ heuristiky

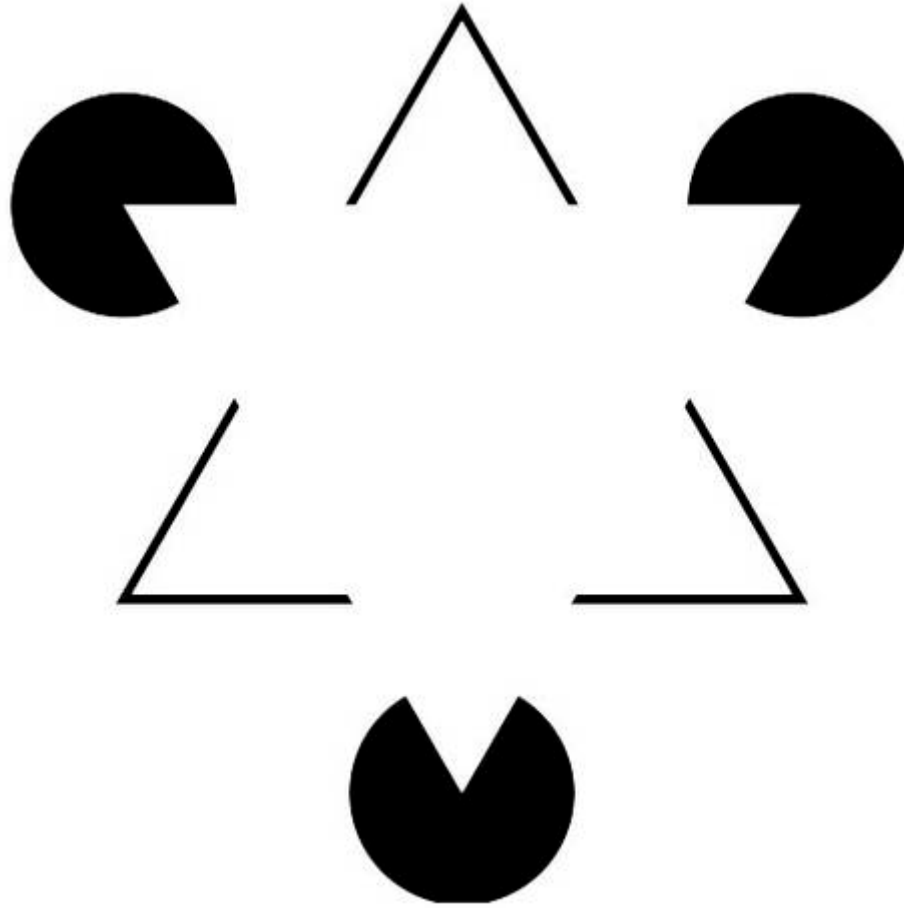
redukce problému

nejlepší vysvětlení

bažení po smysluplnosti

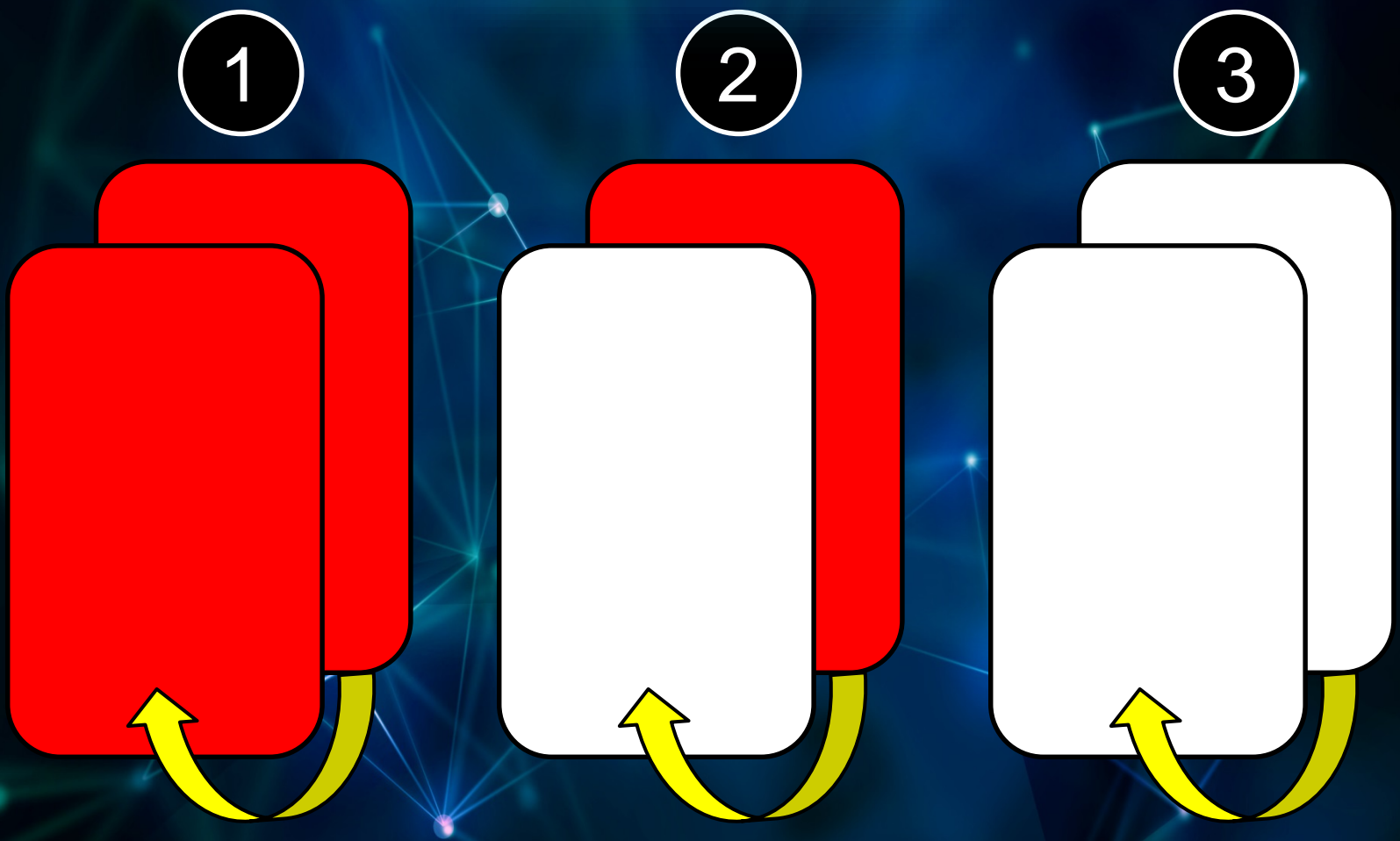
doplňování chybějícího



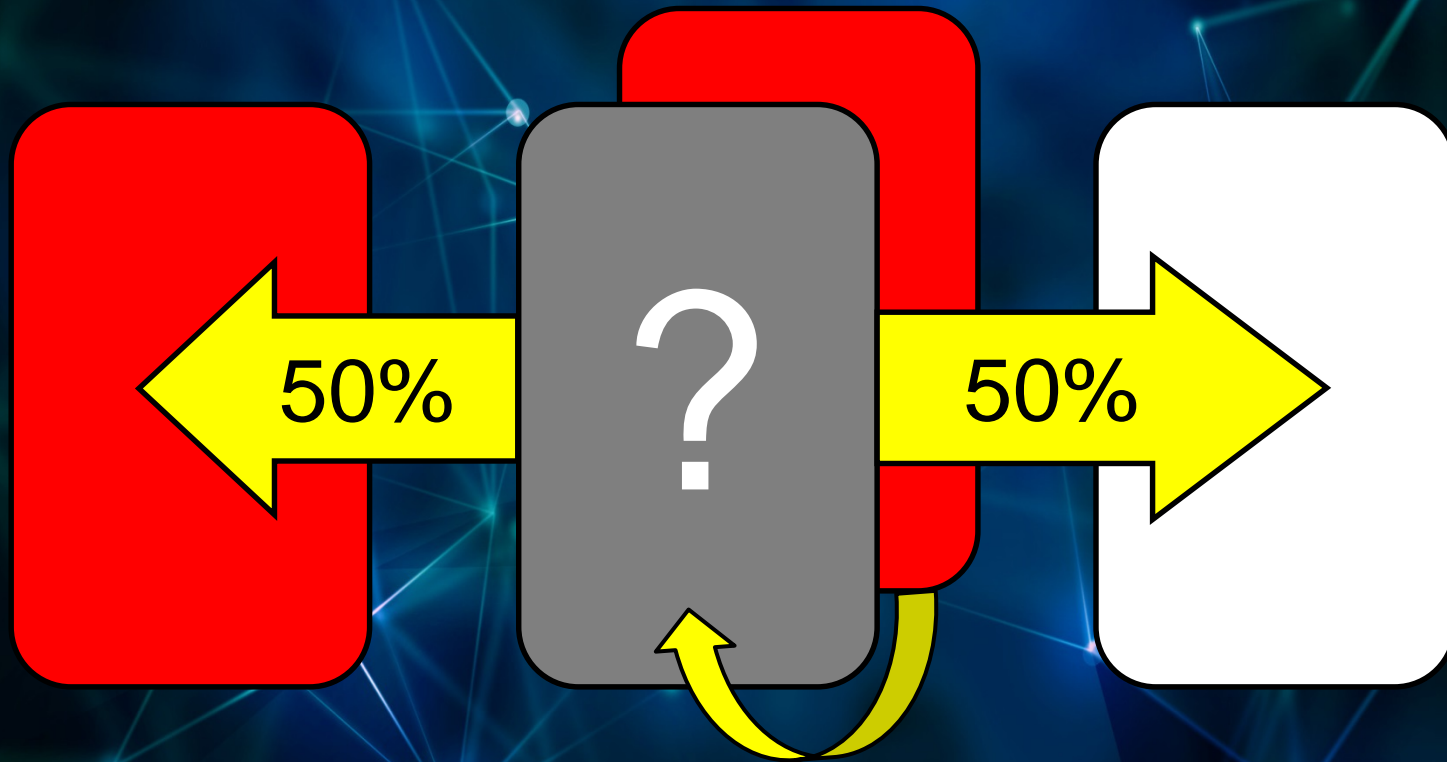


Kanizsa triangle

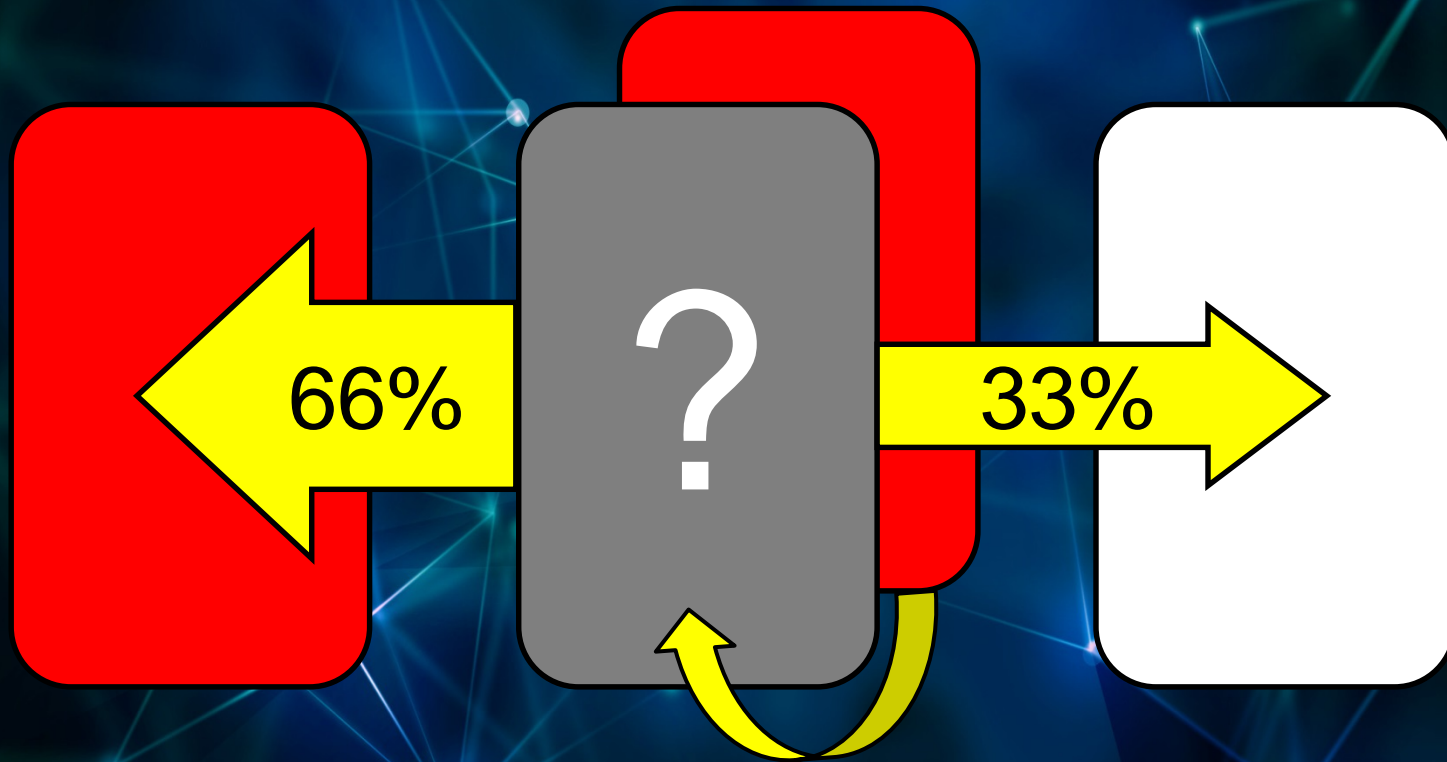
tři karty



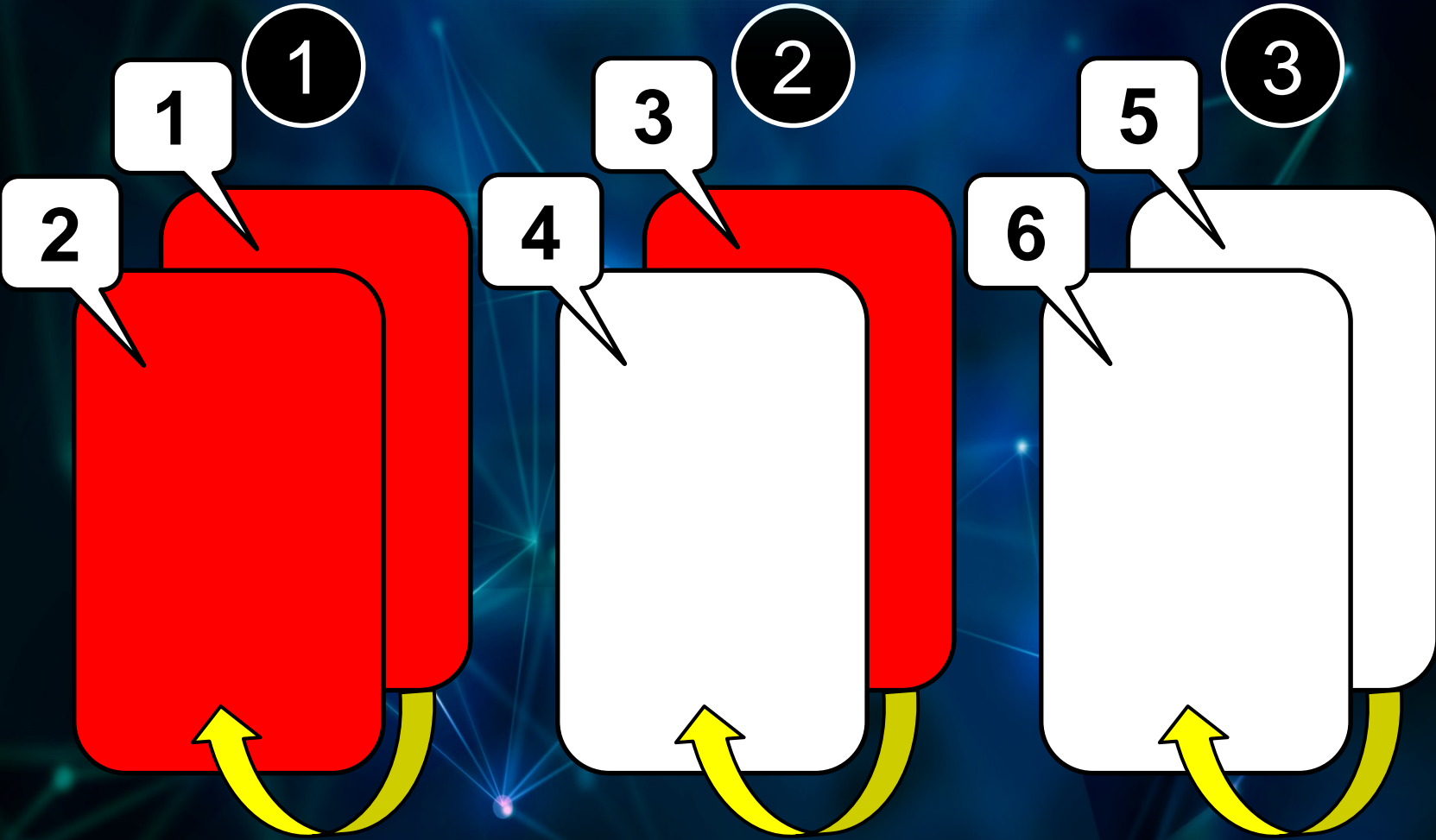
tři karty



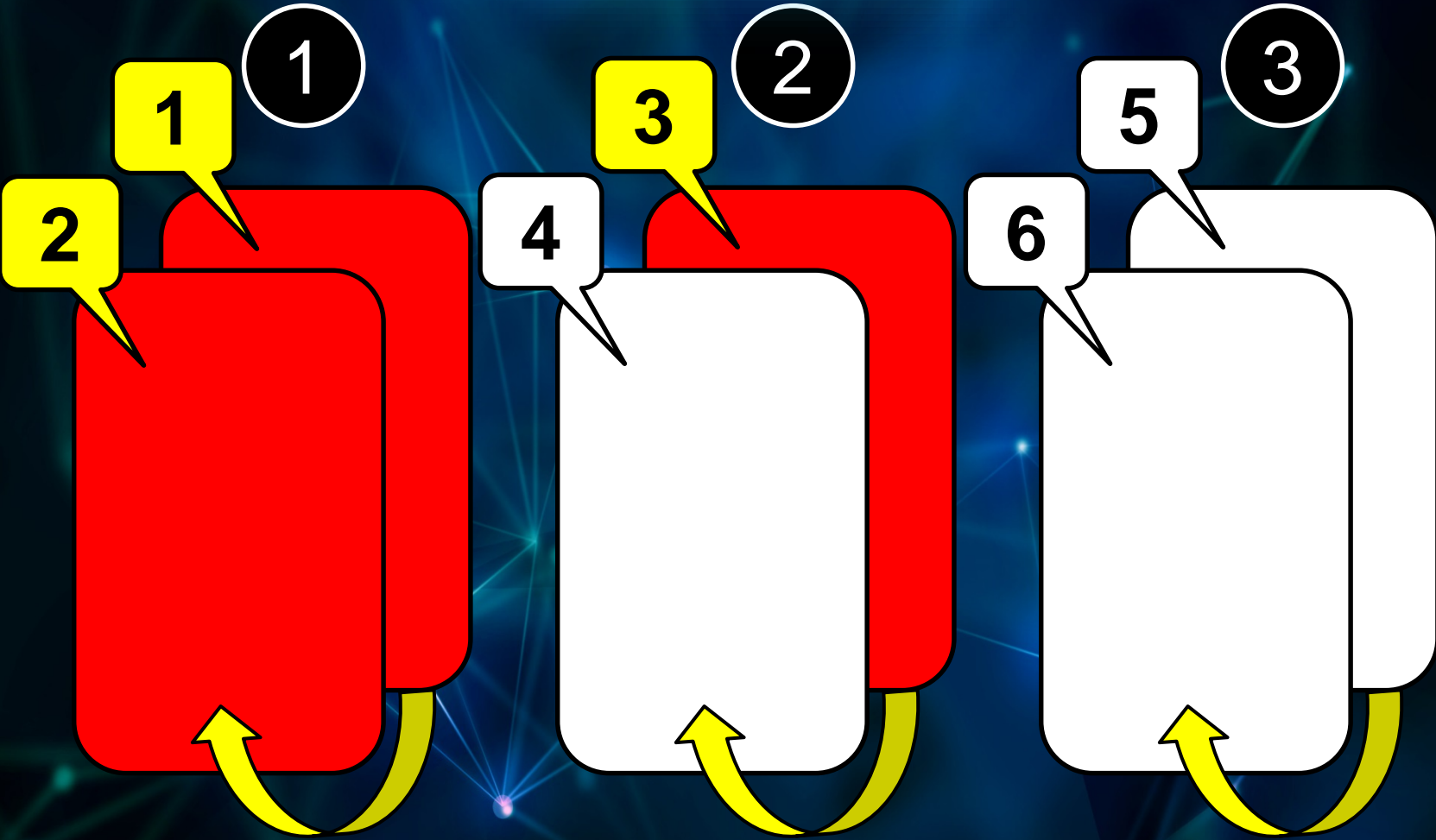
tři karty



tři karty

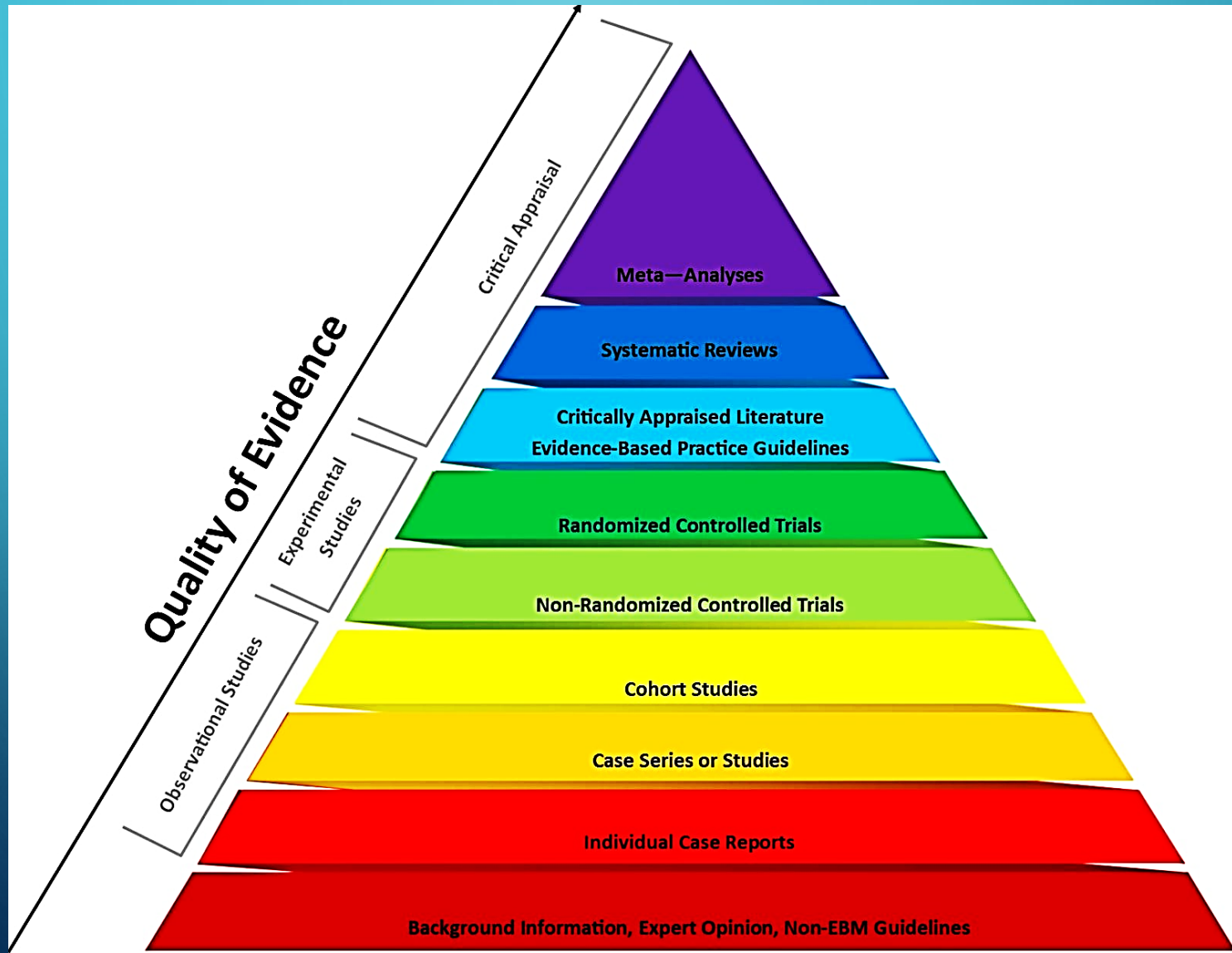


tři karty



EBM (evidence-based medicine)

→ pochopení důležitosti inference

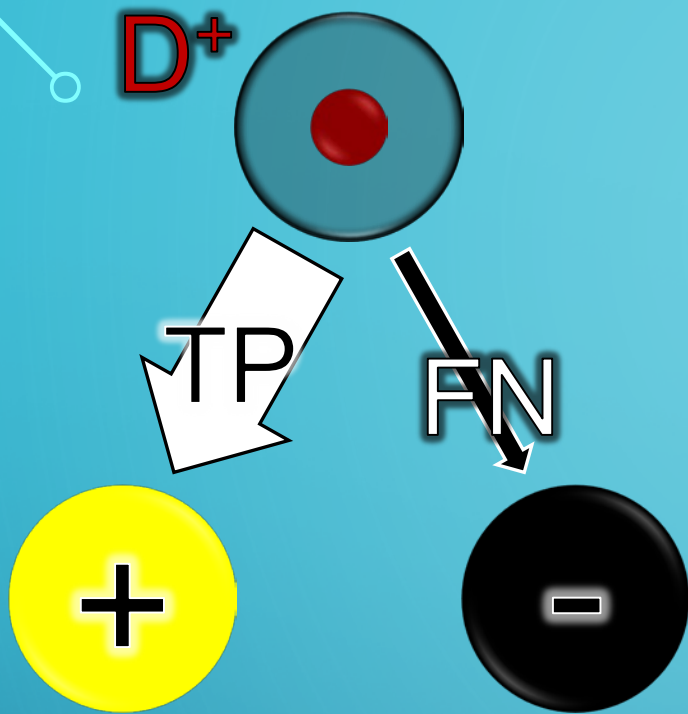




D⁺

D⁻





sensitivita

$$= P(T^+ | D^+)$$

$$= \frac{TP}{TP + FN}$$

fal. neg.

$$= P(T^- | D^+)$$

$$= \frac{FN}{TP + FN}$$

fal. pos.

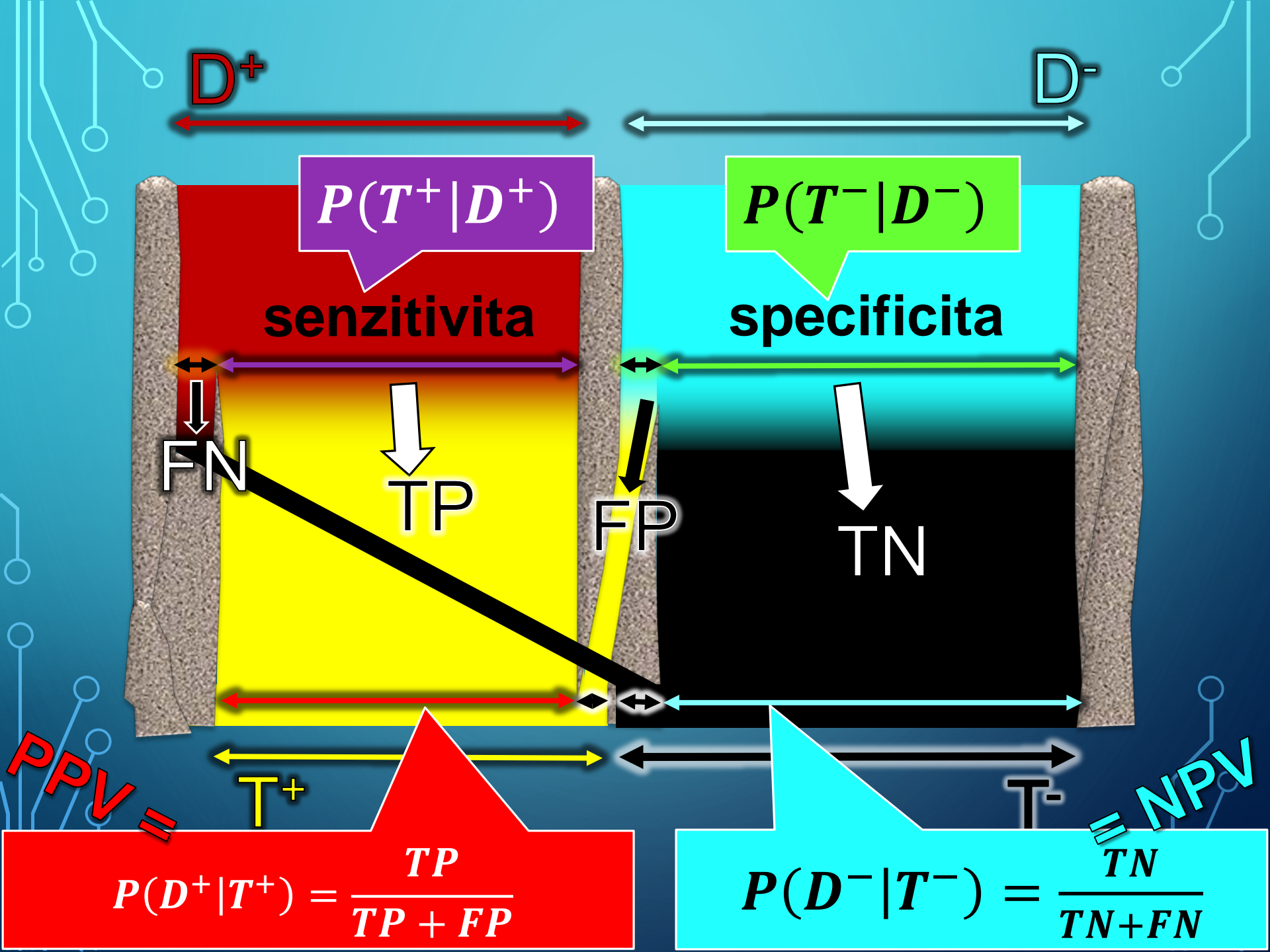
$$= P(T^+ | D^-)$$

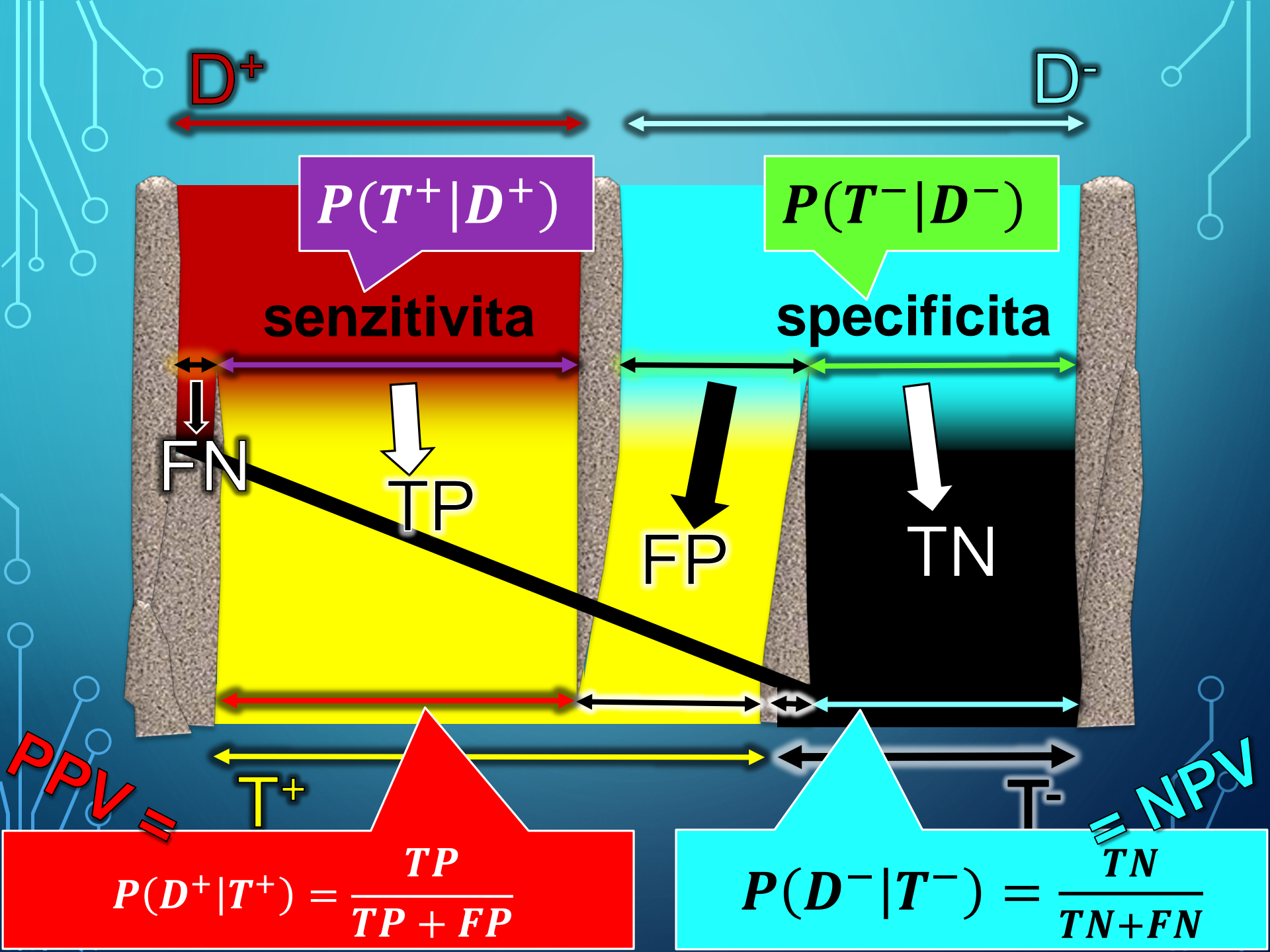
$$= \frac{FP}{TN + FP}$$

specificita

$$= P(T^- | D^-)$$

$$= \frac{TN}{TN + FP}$$





D^+ prior!!!

D^-

$P(T^+|D^+)$

$P(T^-|D^-)$

senzitivita

specificita

FN

TP

FP

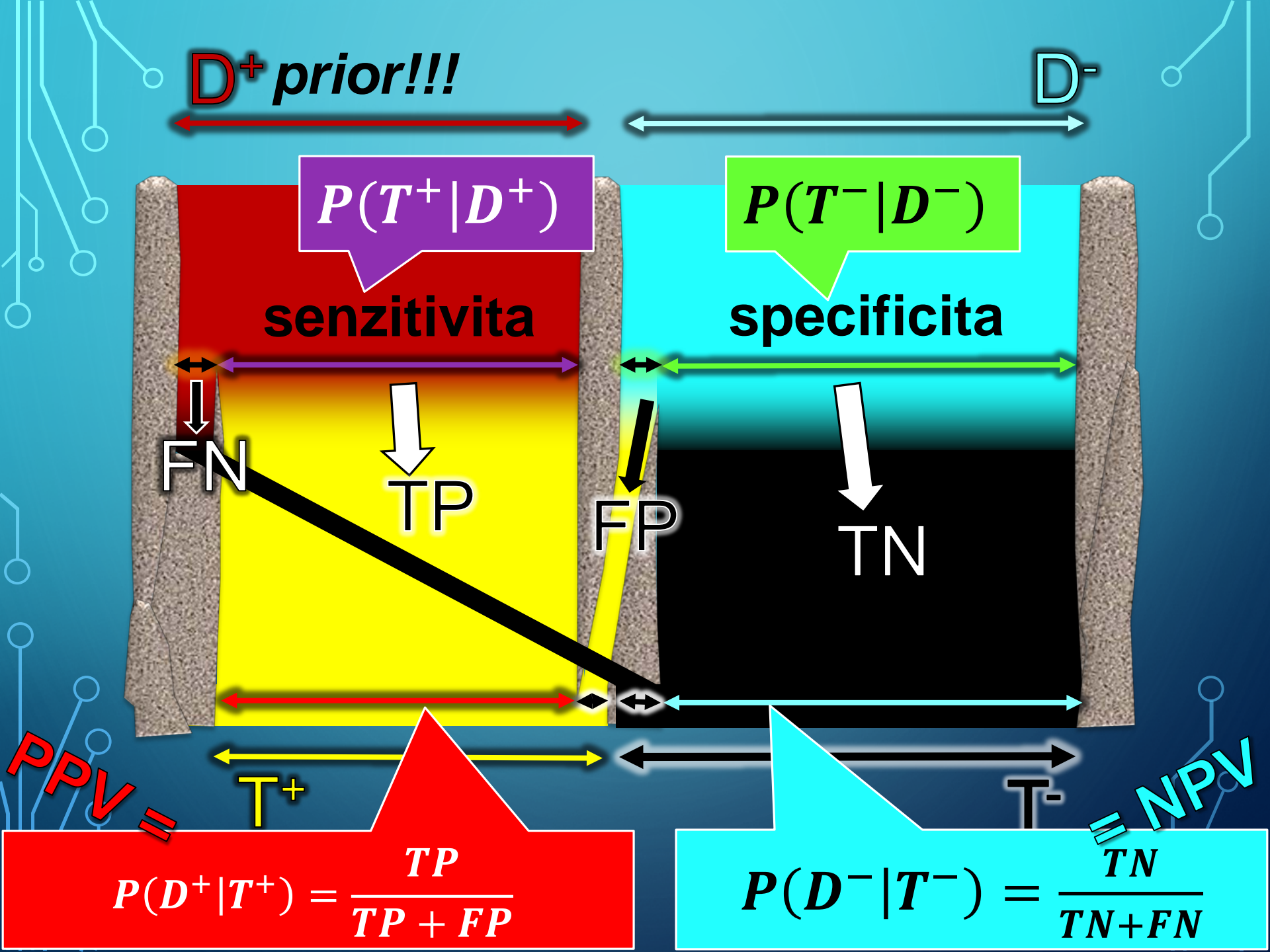
TN

PPV =

= NPV

$$P(D^+|T^+) = \frac{TP}{TP + FP}$$

$$P(D^-|T^-) = \frac{TN}{TN + FN}$$



D^+ prior

D^-

$P(T^+ | D^+)$

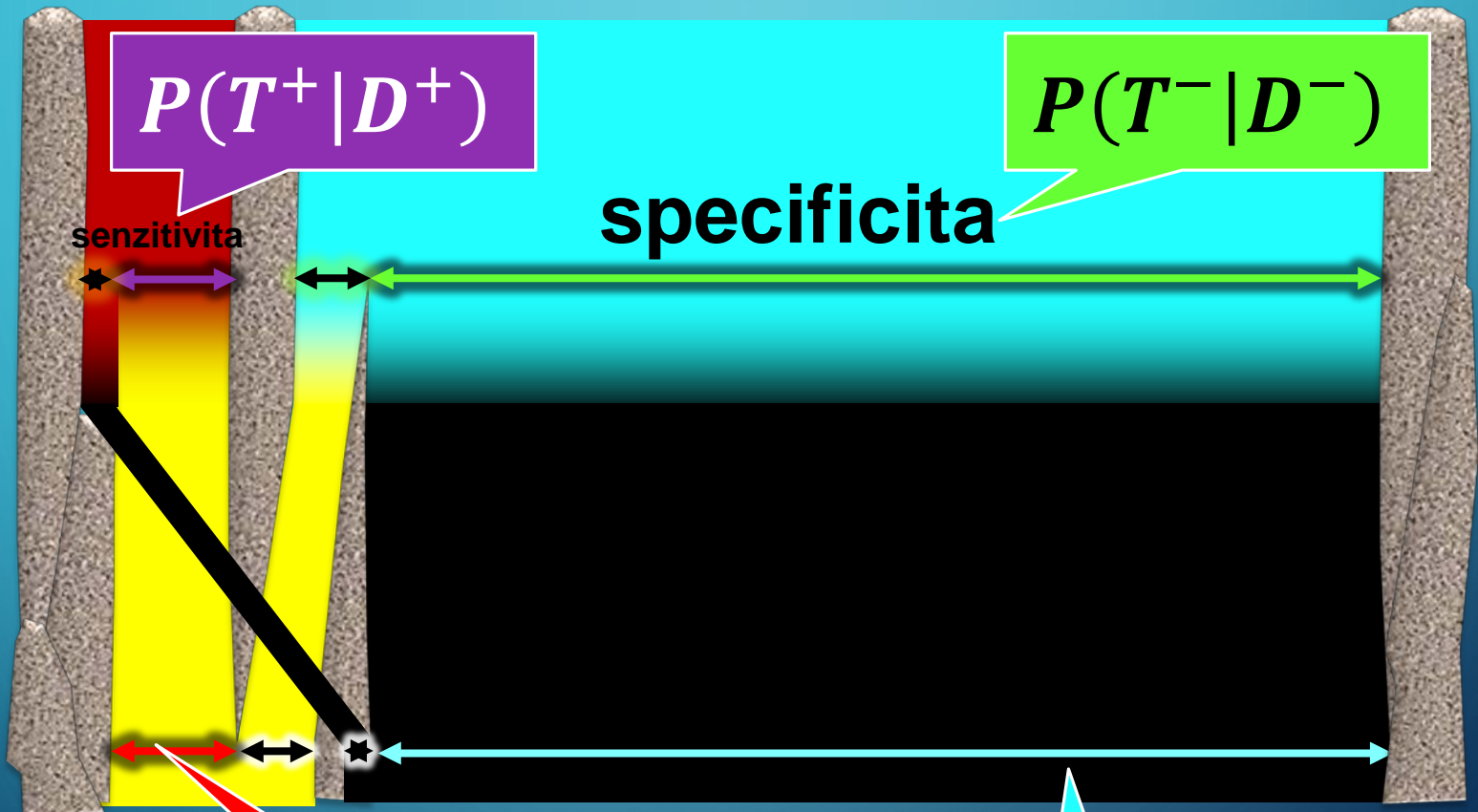
$P(T^- | D^-)$

senzitivita

specificita

$PPV = P(D^+ | T^+)$

$P(D^- | T^-) = NPV$



D^+ prior

D^-

$P(T^+ | D^+)$

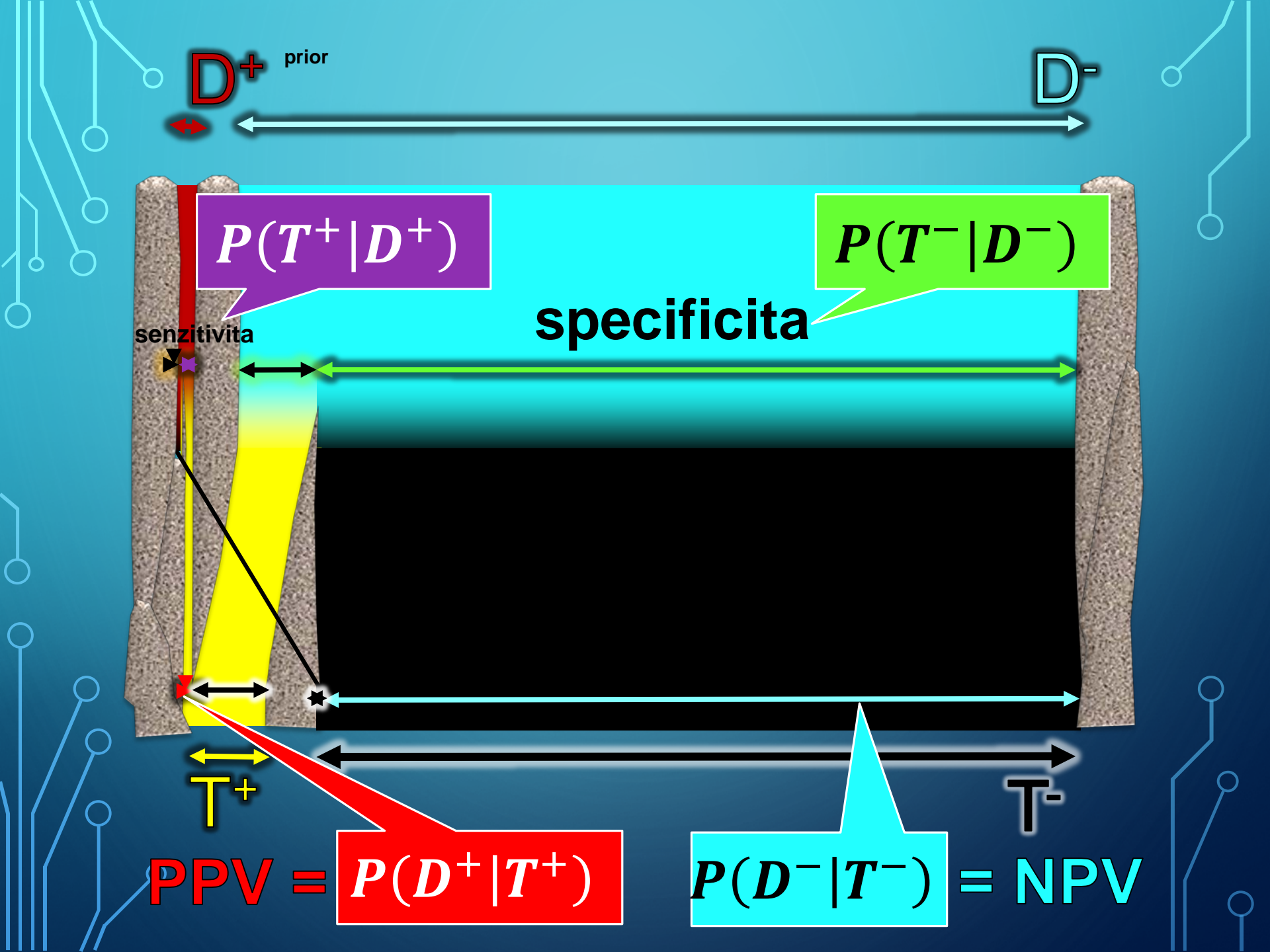
$P(T^- | D^-)$

senzitivita

specificita

$PPV = P(D^+ | T^+)$

$P(D^- | T^-) = NPV$



$P(D^+)$

$P(T^+)$

$P(T^+ \cap D^+)$

$$P(T^+ \cap D^+) = P(D^+) \times P(T^+ | D^+)$$

$$P(T^+ \cap D^+) = P(T^+) \times P(D^+ | T^+)$$

$$P(D^+ | T^+) = \frac{P(T^+ | D^+) \times P(D^+)}{P(T^+)}$$

$$P(T^+) \times P(D^+ | T^+) = P(D^+) \times P(T^+ | D^+)$$

$$P(T^+ \cap D^+) = P(D^+) \times P(T^+ | D^+)$$

$$P(T^+ \cap D^+) = P(T^+) \times P(D^+ | T^+)$$

$$P(D^+|T^+) = \frac{P(T^+|D^+) \times P(D^+)}{P(T^+)}$$

$$P(T^+) = P(T^+|D^+) \times P(D^+) + P(T^+|D^-) \times P(D^-)$$

PPV

sensitivita

prior

$$P(D^+|T^+) = \frac{P(T^+|D^+) \times P(D^+)}{P(T^+|D^+) \times P(D^+) + P(T^+|D^-) \times P(D^-)}$$

fal. poz. = 1-specificita

1-prior

$$P(D^-|T^-) = \frac{P(T^-|D^-) \times P(D^-)}{P(T^-)}$$

$$P(T^-) = P(T^-|D^-) \times P(D^-) + P(T^-|D^+) \times P(D^+)$$

NPV

specificita

1- prior

$$P(D^-|T^-) = \frac{P(T^-|D^-) \times P(D^-)}{P(T^-|D^-) \times P(D^-) + P(T^-|D^+) \times P(D^+)}$$

fal. neg. = 1-senzitivita

prior

drogový test DrugWipe 5S

senzitivita 97%

specifita 95%



drogový test DrugWipe 5S

senzitivita 97%

specificita 95%

PPV

senzitivita

prior

$$P(D^+ | T^+) = \frac{P(T^+ | D^+) \times P(D^+)}{P(T^+ | D^+) \times P(D^+) + P(T^+ | D^-) \times P(D^-)}$$

fal. poz. = 1-specificita

1-prior

drogový test DrugWipe 5S

senzitivita 97%

specificita 95%

prior 50%

PPV

senzitivita

prior

$$P(D^+ | T^+) = \frac{0.97 \times P(D^+)}{0.97 \times P(D^+) + 0.05 \times P(D^-)}$$

fal. poz. = 1-specificita

1-prior

drogový test DrugWipe 5S

senzitivita 97%

specificita 95%

prior 50%

PPV

senzitivita

prior

$$P(D^+ | T^+) = \frac{0.97 \times P(D^+)}{0.97 \times P(D^+) + 0.05 \times P(D^-)}$$

fal. poz. = 1-specificita

1-prior

drogový test DrugWipe 5S

senzitivita 97%

specificita 95%

prior 50%

PPV

senzitivita

prior

$$0.951 = \frac{0.97 \times 0.5}{0.97 \times 0.5 + 0.05 \times 0.5}$$

fal. poz. = 1-specificita

1-prior

drogový test DrugWipe 5S

senzitivita 97%

specificita 95%

prior 1%

PPV

senzitivita

prior

$$P(D^+ | T^+) = \frac{0.97 \times P(D^+)}{0.97 \times P(D^+) + 0.05 \times P(D^-)}$$

fal. poz. = 1-specificita

1-prior

drogový test DrugWipe 5S

senzitivita 97%

specificita 95%

prior 1%

PPV

senzitivita

prior

$$0.164 = \frac{0.97 \times 0.01}{0.97 \times 0.01 + 0.05 \times 0.99}$$

fal. poz. = 1-specificita

1-prior

drogový test DrugWipe 5S

senzitivita 97%

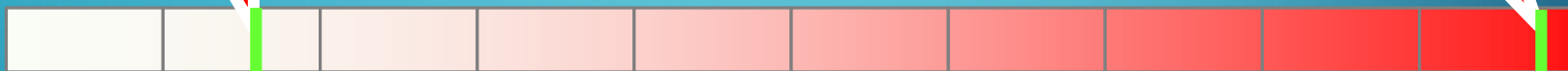
specificita 95%

prior 1%

PPV

prior 50%

PPV



drogový test DrugWipe 5S

senzitivita 97%

specificita 95%

prior 50%

NPV

specificita

1- prior

$$P(D^-|T^-) = \frac{P(T^-|D^-) \times P(D^-)}{P(T^-|D^-) \times P(D^-) + P(T^-|D^+) \times P(D^+)}$$

fal. neg. = 1-senzitivita

prior

drogový test DrugWipe 5S

senzitivita 97%

specificita 95%

prior 50%

NPV

specificita

1- prior

$$0.97 = \frac{0.95 \times 0.5}{0.95 \times 0.5 + 0.03 \times 0.5}$$

fal. neg. = 1-senzitivita

prior

drogový test DrugWipe 5S

senzitivita 97%

specificita 95%

prior 1%

NPV

specificita

1- prior

$$0.9997 = \frac{0.95 \times 0.99}{0.95 \times 0.99 + 0.03 \times 0.01}$$

fal. neg. = 1-senzitivita

prior

Šancová forma Bayesovy věty

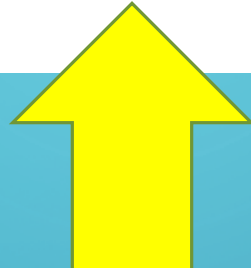
- dvojice navzájem se vylučujících hypotéz
- H_P – hypotéza obžaloby
- H_D – hypotéza obhajoby
- E – důkaz

$$P(H_P|E) = \frac{P(E|H_P) \times P(H_P)}{P(E)}$$

$$P(H_D|E) = \frac{P(E|H_D) \times P(H_D)}{P(E)}$$

Šancová forma Bayesovy věty

$$\frac{P(H_P|E)}{P(H_D|E)} = \frac{P(E|H_P) \times P(H_P)}{P(E|H_D) \times P(H_D)}$$

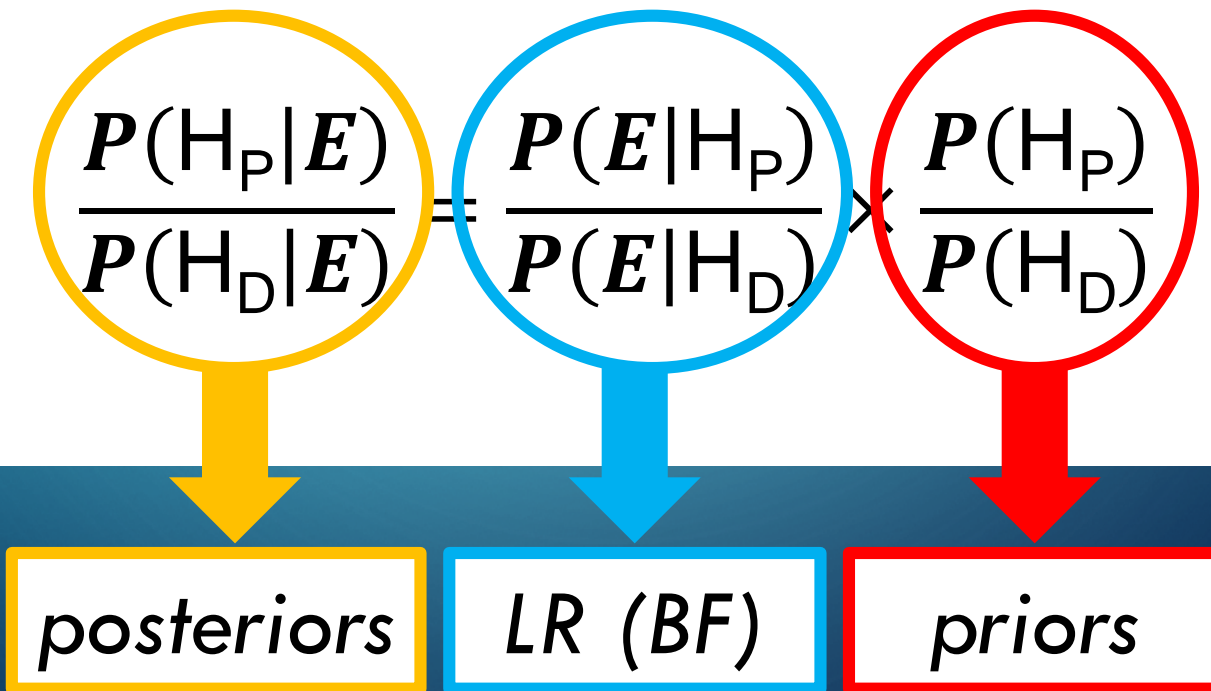


$$P(H_P|E) = \frac{P(E|H_P) \times P(H_P)}{P(E)}$$

$$P(H_D|E) = \frac{P(E|H_D) \times P(H_D)}{P(E)}$$

Šancová forma Bayesovy věty

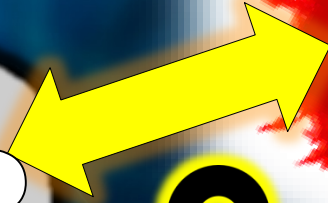
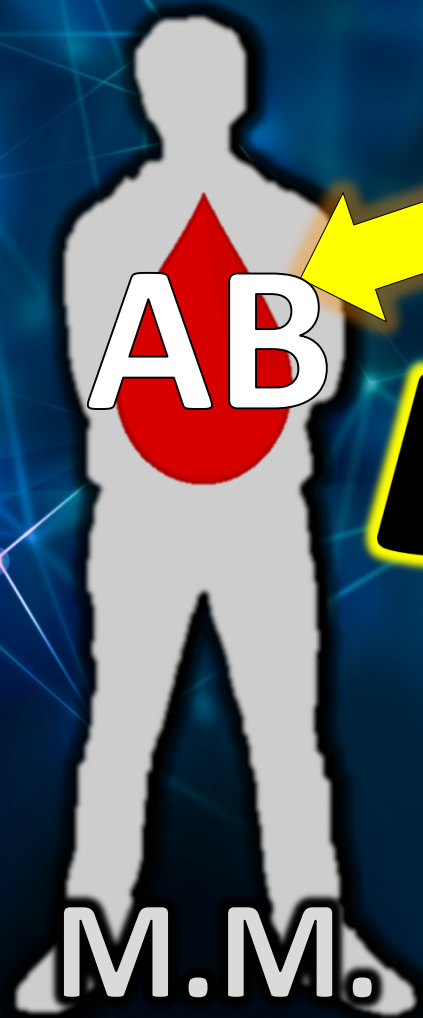
$$\frac{P(H_P|E)}{P(H_D|E)} = \frac{P(E|H_P) \times P(H_P)}{P(E|H_D) \times P(H_D)}$$



superjednoduchý případ



| O | A | B | AB |
|------|------|------|-----|
| 60 % | 25 % | 11 % | 4 % |



M.M.

klasický důkaz

bayesovský důkaz

konzistentnost



pravděpodobnost

kategorizace



bez kategorizace

slovo



číslo

myšlení a pravděpodobnost

intuitivní inference

bayesovská inference

rychlé myšlení pomalé myšlení



| 0 | A | B | AB |
|------|------|------|-----|
| 60 % | 25 % | 11 % | 4 % |



konzistentnost

nález je konzistentní s hypotézou, že mužem na MČ byl M.M.

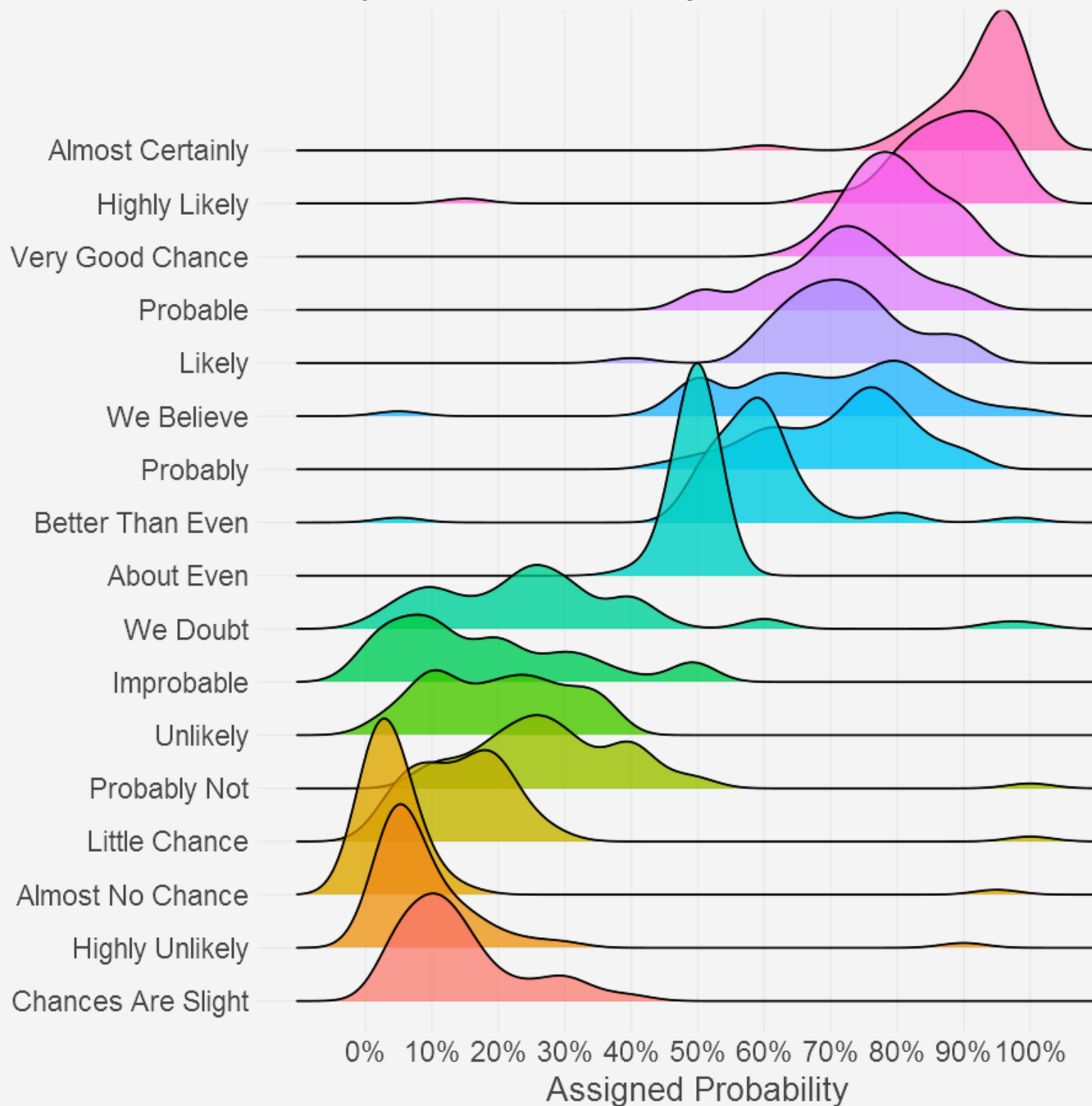
kategorizace

**nedosažena individuální identifikace
pouze skupinová identifikace**

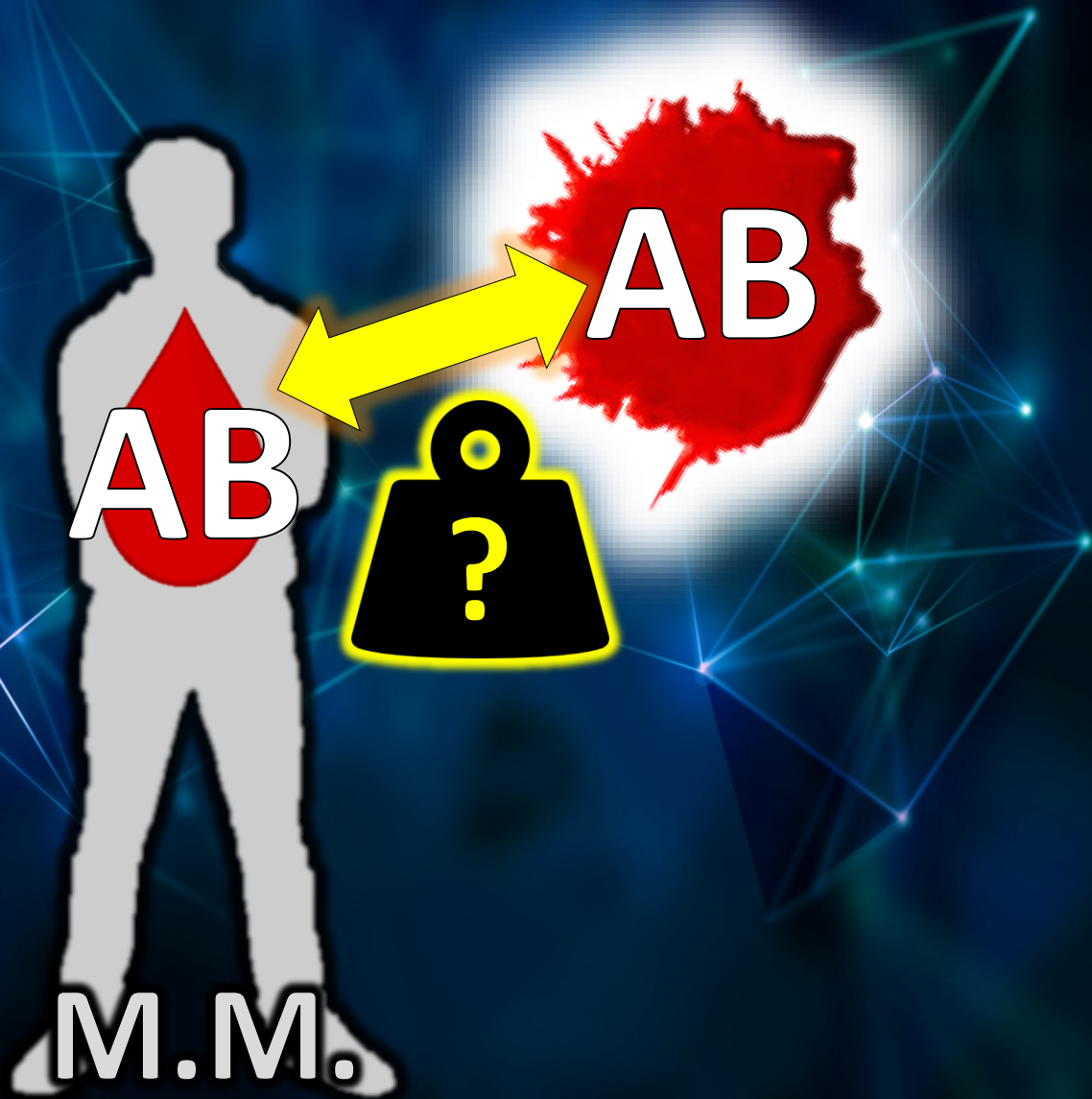
slovo

**„...nelze vyloučit, že mužem na MČ byl M.M...“
„...je možné, že mužem na MČ byl M.M...“**

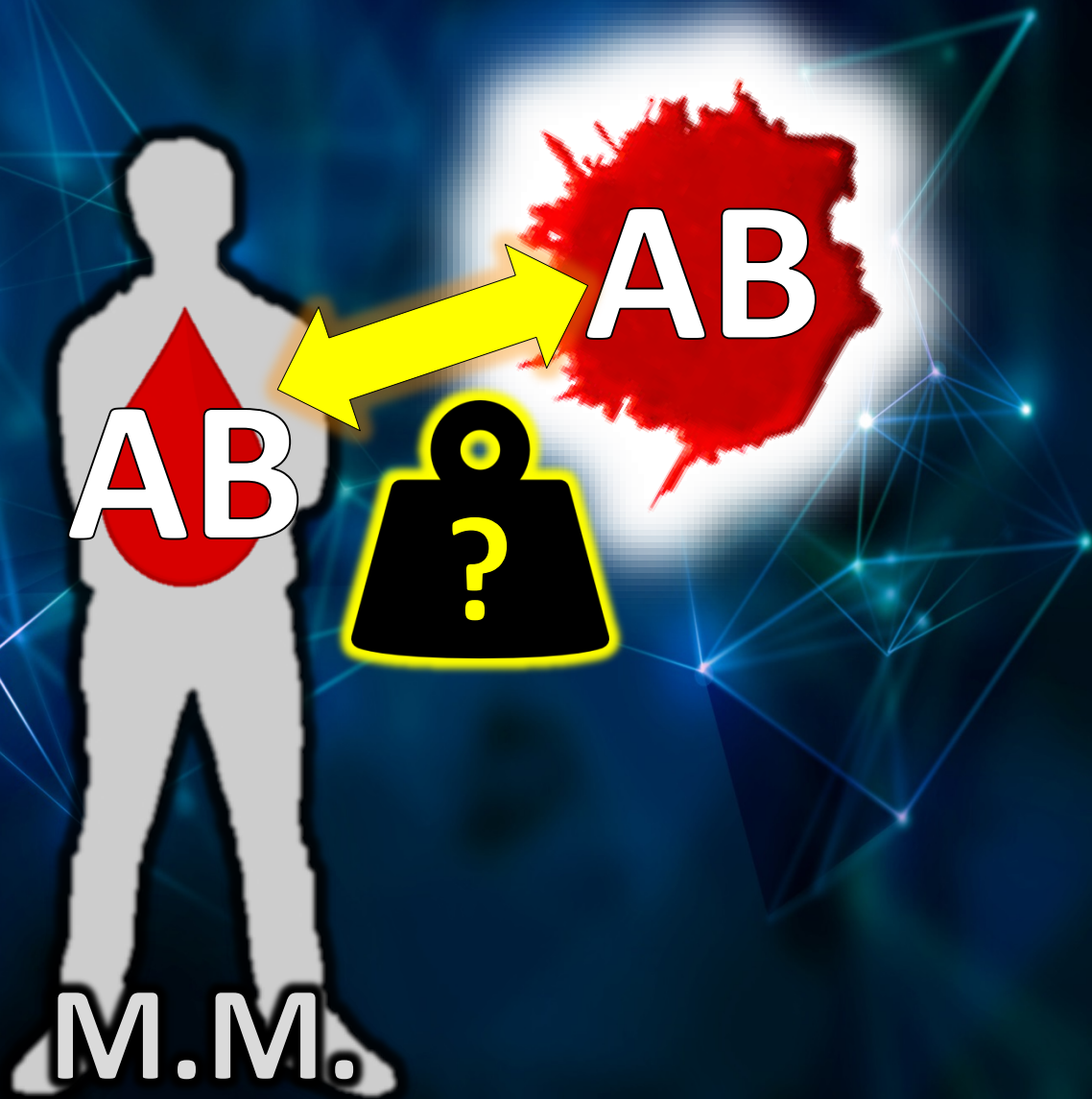
Perceptions of Probability



| O | A | B | AB |
|------|------|------|-----|
| 60 % | 25 % | 11 % | 4 % |



| O | A | B | AB |
|------|------|------|------|
| 33 % | 35 % | 20 % | 12 % |



| 0 | A | B | AB |
|------|------|------|------|
| 33 % | 35 % | 20 % | 12 % |



konzistentnost

nález je konzistentní s hypotézou, že mužem na MČ byl M.M.

kategorizace

nedosažena individuální identifikace
pouze skupinová identifikace

slovo

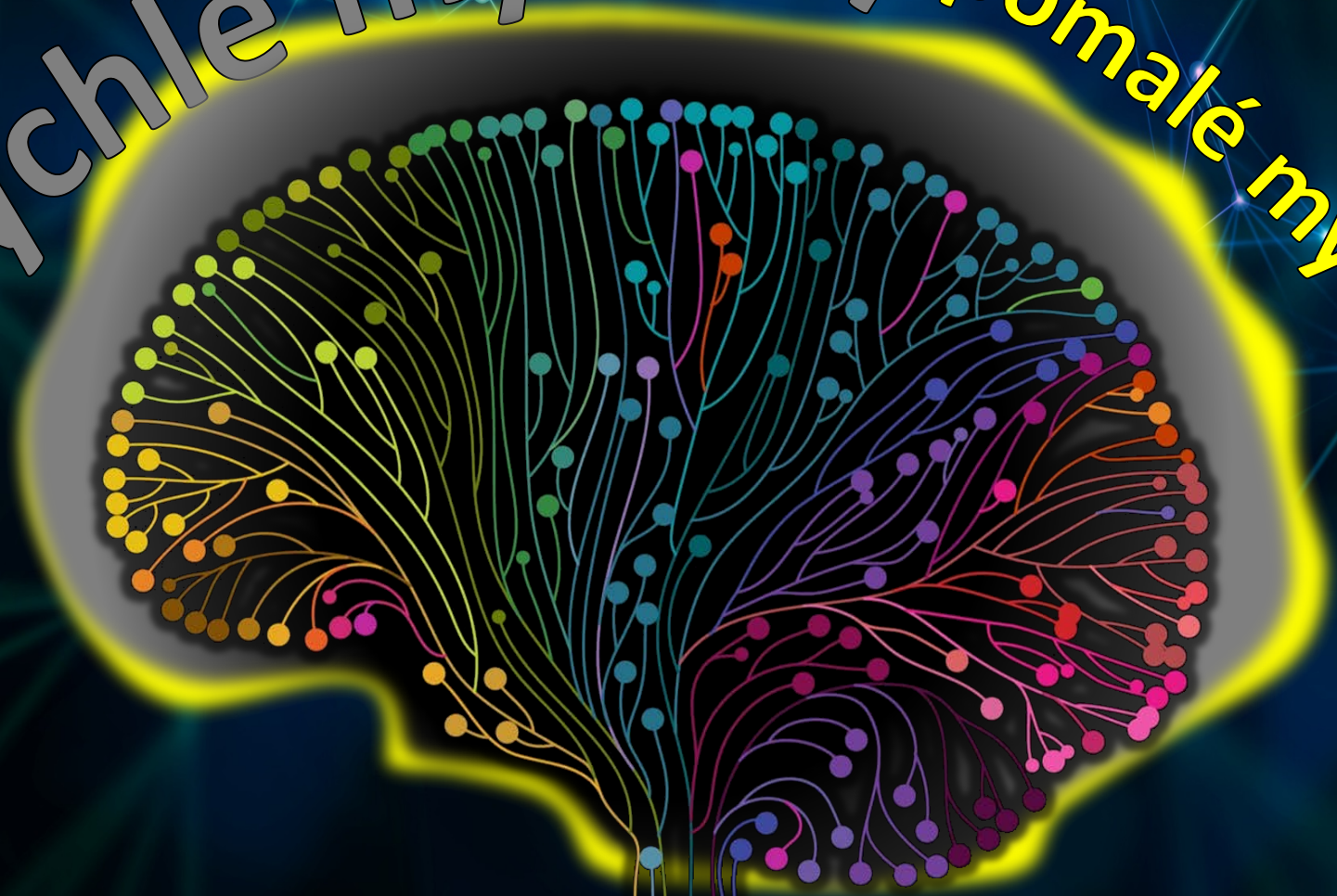
„...nelze vyloučit, že mužem na MČ byl M.M...“
„...je možné, že mužem na MČ byl M.M...“

myšlení a pravděpodobnost

intuitivní inference

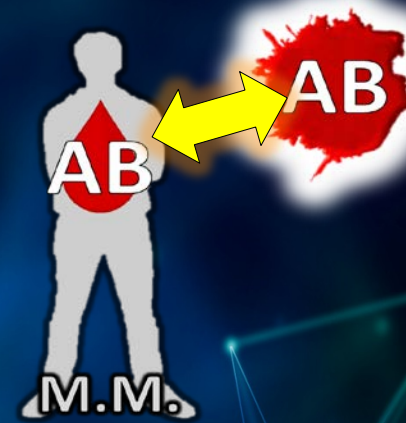
bayesovská inference

rychlé myšlení pomalé myšlení



| O | A | B | AB |
|------|------|------|-----|
| 60 % | 25 % | 11 % | 4 % |

pravděpodobnost



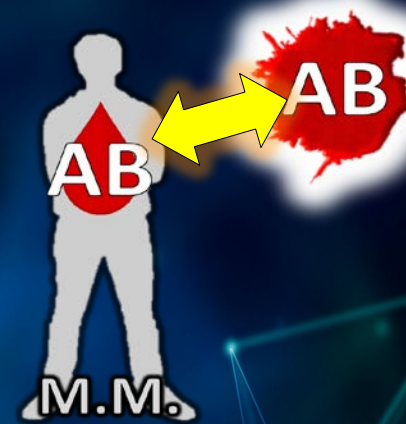
H_p : krev na MČ zanechal M.M.

$$P(AB|H_p) = 1$$

H_D : krev na MČ zanechal neznámý muž, s M.M. nepříbuzný

$$P(AB|H_D) = 0.04$$

| O | A | B | AB |
|------|------|------|-----|
| 60 % | 25 % | 11 % | 4 % |



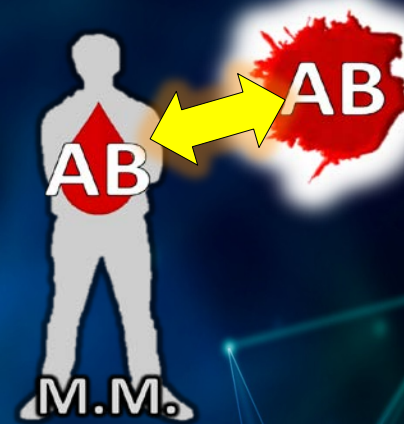
bez kategorizace

číslo

BAYESŮV FAKTOR (VĚROHODNOSTNÍ POMĚR)
 pro daný důkaz a danou dvojici hypotéz

$$BF = \frac{P(AB|HP)}{P(AB|HD)} = \frac{1}{0.04} = 25$$

| 0 | A | B | AB |
|------|------|------|------|
| 33 % | 35 % | 20 % | 12 % |



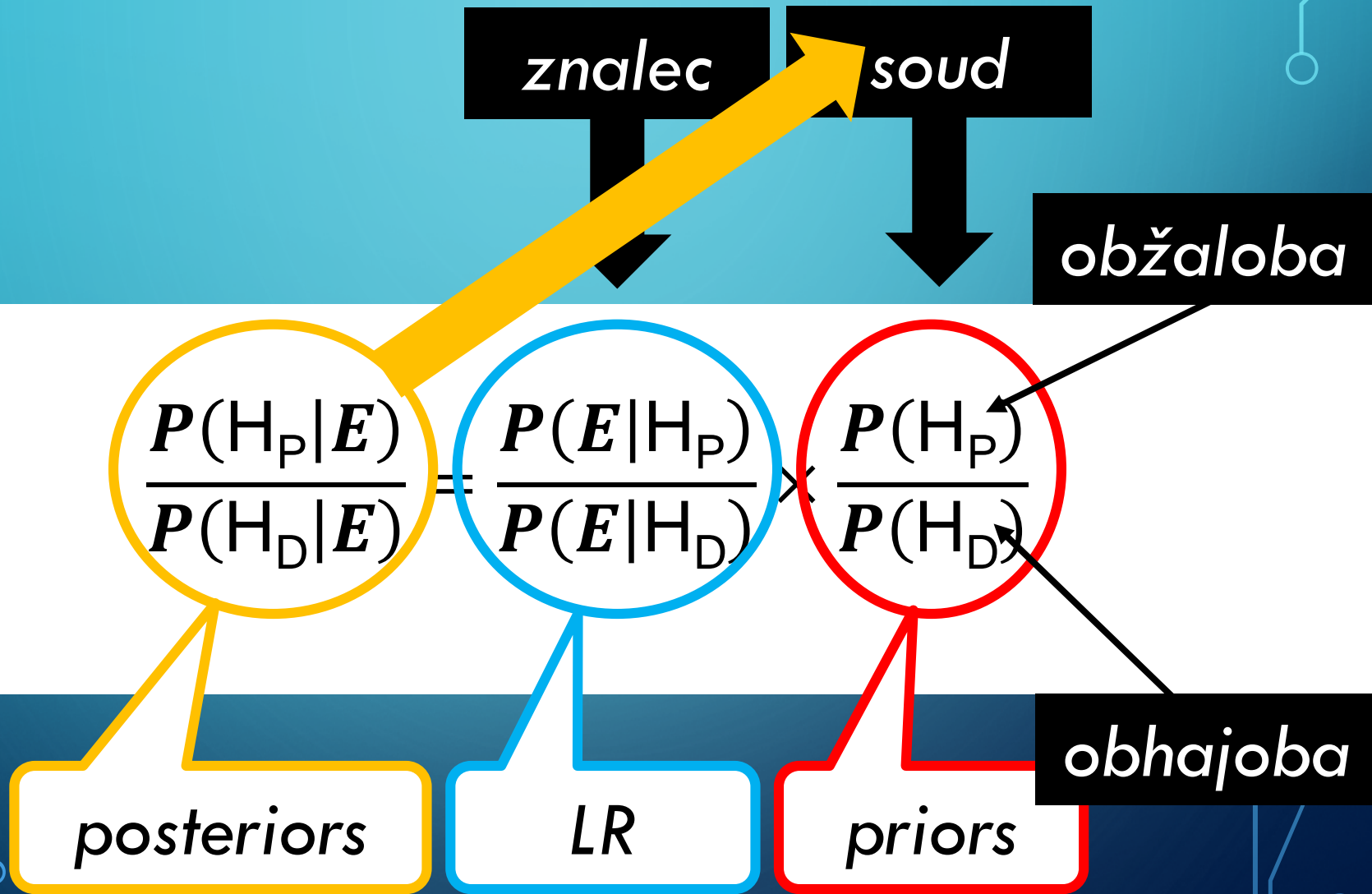
bez kategorizace

číslo

BAYESŮV FAKTOR (VĚROHODNOSTNÍ POMĚR)
 pro daný důkaz a danou dvojici hypotéz

$$BF = \frac{P(AB|HP)}{P(AB|HD)} = \frac{1}{0.12} = 8.333$$

Šancová forma Bayesovy věty



absolute forensics

AB

znalec

soud

obžaloba

$$\frac{100}{1} = 25 \times \frac{4}{1}$$

posteriors

LR

priors

obhajoba

absolute forensics

AB

znalec

soud

obžaloba

$$\frac{5}{1} = 25 \times \frac{1}{5}$$

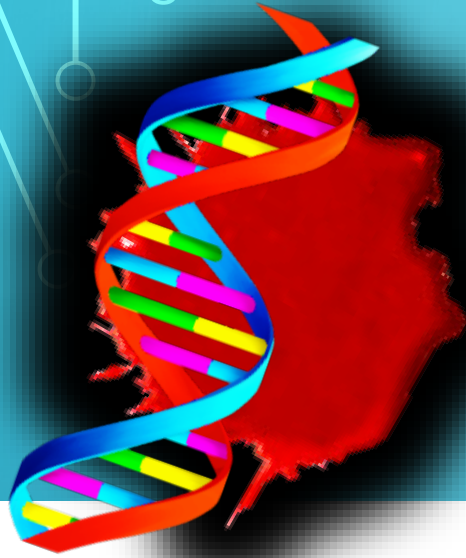
posteriors

LR

priors

obhajoba

absolute forensics



znalec

soud

obžaloba

$$\frac{4 \times 10^{20}}{1} = 10^{20} \times \frac{4}{1}$$

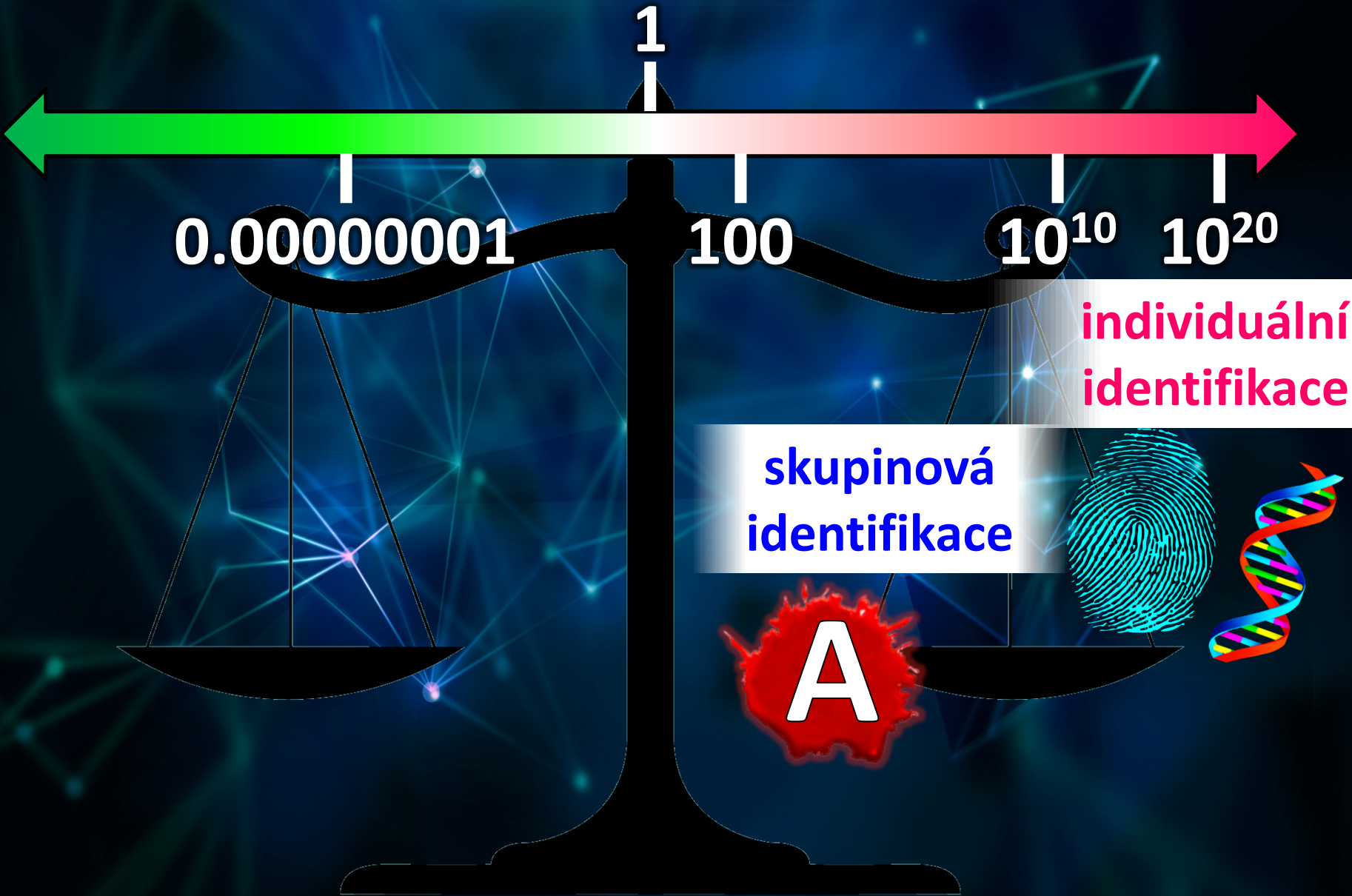
posteriors

LR

priors

obhajoba

škála BF

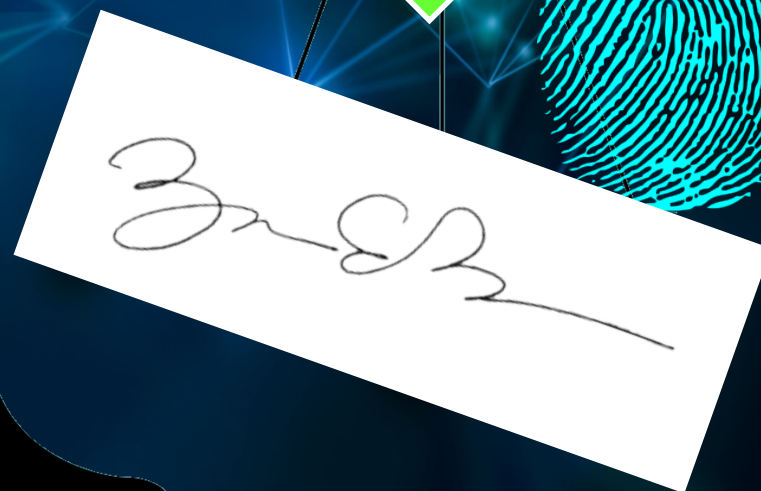


generování BF

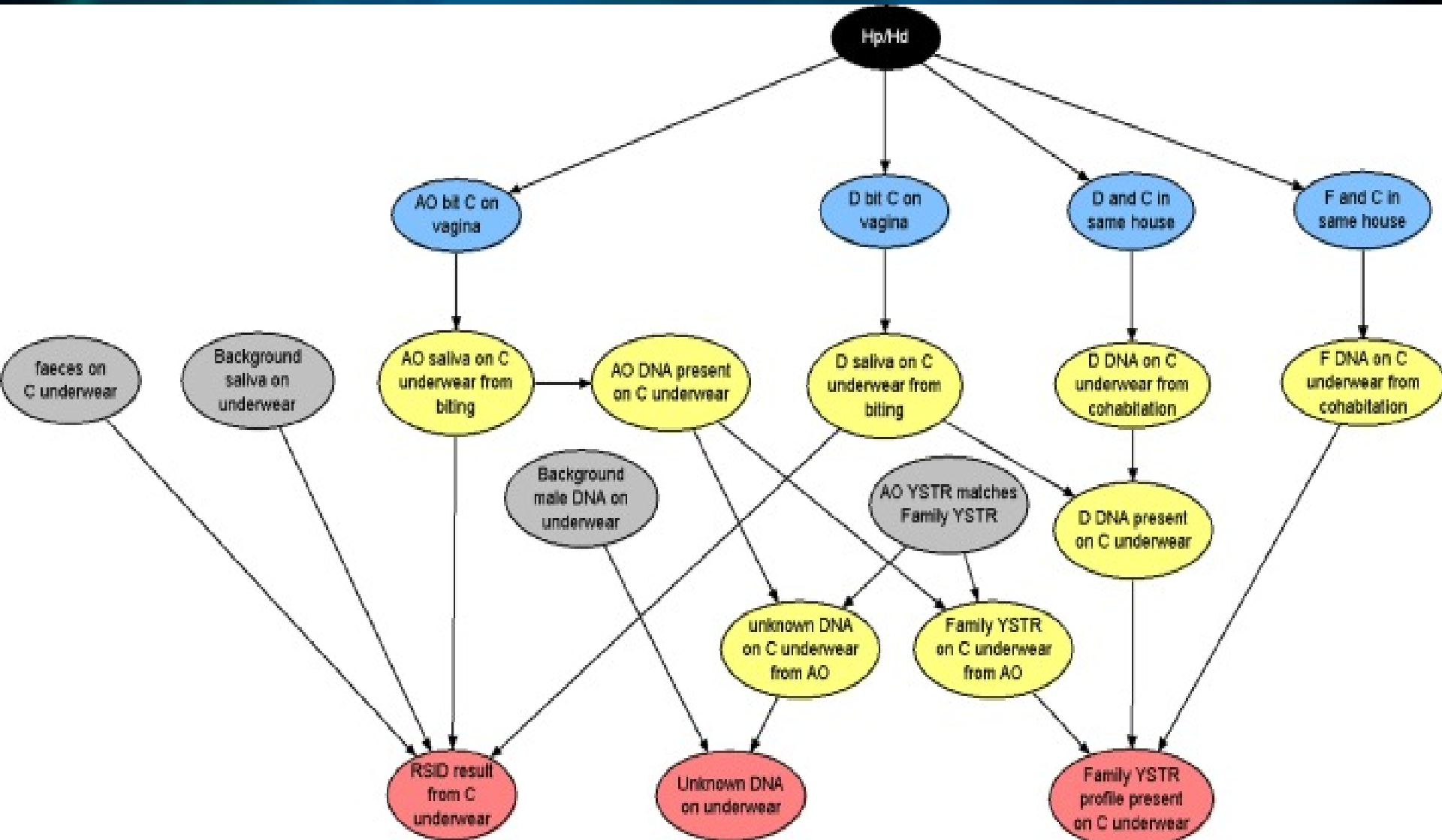
testové charakteristiky
experta nebo
expertního systému



pravděpodobnostní
charakteristiky jevu
a metody



komplexní modelování: BN





halina.simkova@gmail.com