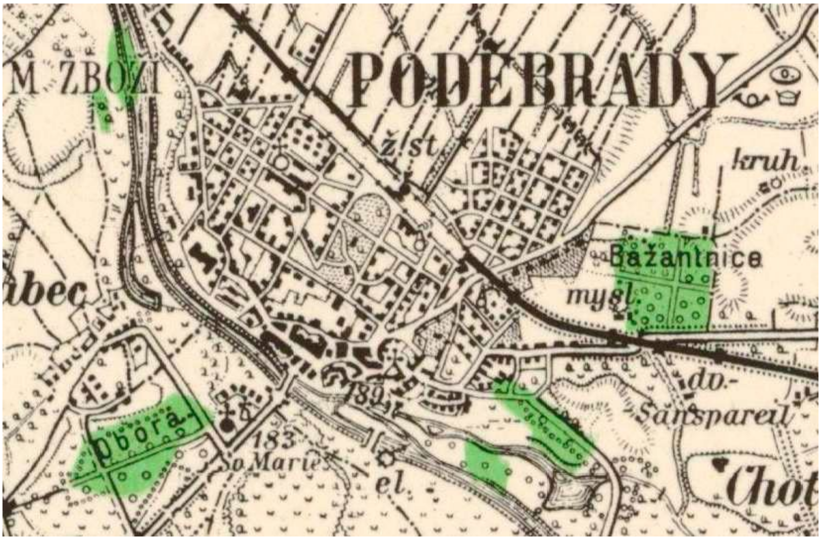
37. MEZINÁRODNÍ KONFERENCE

HISTORIE MATEMATIKY

Poděbrady, 19. až 23. 8. 2016



Praha **2016**

Recenzovali: J. Bečvář, M. Bečvářová, Z. Došlá, Z. Halas, M. Hykšová, L. Krump, M. Melcer, M. Stawiska-Friedland, I. Sýkorová, K. Śleziński, E. Tutaj, D. Trkovská, J. Veselý

ISBN 978-80-7378-317-4

Vážené kolegyně, vážení kolegové,

předkládáme vám sborník obsahující texty dvou vyzvaných přednášek, texty delších a kratších sdělení, které programový výbor obdržel do 1. června 2016. Všechny příspěvky byly graficky a typograficky sjednoceny.[1] Zařazen byl též program konference a seznam všech účastníků, kteří se přihlásili do 15. června 2016.

V první části sborníku jsou otištěny rozšířené texty dvou hlavních přednášek, o něž byli požádáni přednášející, kteří se dlouhodobě zabývají matematikou, její historií, vyučováním a aplikacemi.

Ve druhé části sborníku jsou publikovány příspěvky jednotlivých účastníků, které nejsou striktně monotematicky zaměřeny, neboť konference se snaží poskytnout dostatečný prostor k aktivním vystoupením, diskusím a neformálním setkáním všem přihlášeným, tj. matematikům, historikům matematiky, učitelům vysokých i středních škol, doktorandům, studentům i všem dalším zájemcům o matematiku a její historii. V letošním roce bylo poprvé zvoleno širší sjednocující téma *matematika v 19. a 20. století*.

Program letošní konference je poměrně pestrý. Věříme, že každý najde témata, která ho zaujmou a potěší, že objeví nové kolegy, přátele a spolupracovníky, získá inspiraci, řadu podnětů, motivaci i povzbuzení ke své další odborné práci a svému studiu.

Informace o letošní konferenci i o všech předchozích konferencích a letních školách lze najít na adrese

http://www.fd.cvut.cz/personal/becvamar/konference/hlavnindex.html.

Martina Bečvářová a *Jindřich Bečvář*

V Praze, v červnu 2016

[1] Jednotlivé příspěvky byly řádně recenzovány, neprošly však důslednou jazykovou korekturou.

SEZNAM ÚČASTNÍKŮ

- **Baštinec Jaromír**
- **Bálint Vojtech**
- **Bečvář Jindřich**
- **Bečvářová Martina**
- **Boháč Pavel**
- **Domoradzki Stanisław**
- **Halas Zdeněk**
- **Holá Ľubica**
- **Hudeček Jiří**
- **Hykšová Magdalena**
- **Janková Katarína**
- **Kalousová Anna**
- **Kosina Zdeněk**
- **Kosinová Marcela**
- **Kvasz Ladislav**
- **Landsman Bohumil**
- **Lengyelfalusy Tomáš**
- **Marek Jaroslav**
- **Melcer Martin**
- **Nedvědová Marie**
- **Netuka Ivan**
- **Otavová Miroslava**
- **Pajerová Nikola**
- **Pelantová Edita**
- **Pogoda Zdzisław**
- **Riečan Beloslav**
- **Riečanová Eva**
- **Slavík Antonín**
- **Svoboda Pavel**
- **Sýkorová Irena**
- **Štěpánová Martina**
- **Tůmová Kateřina**
- **Vacková Věra**
- **Vašíček Karel**
- **Veselý Jiří**
- **Větrovcová Marie**
- **Vízek Lukáš**
- **Wójcik Wiesław**
- **Zamboj Michal**
- **Zuzáková Jana**

SEZNAM PŘEDNÁŠEK

I. Vyzvané přednášky

Hykšová M.: ***Počátky teorie kooperativních her***
Svoboda P.: ***Základní fyzikální veličiny, jejich měření a trochu historie***

II. Konferenční vystoupení

Bálint V.: ***Erdős a ľudia okolo neho***
Bečvář J.: ***Eric Temple Bell***
Bečvář J., Bečvářová M., Netuka I.: ***Historie matematiky na Matematicko-fyzikální fakultě Univerzity Karlovy v Praze***
Bečvářová M.: ***Deskriptivní geometrie na Německé univerzitě v Praze – obor bez budoucnosti a perspektiv***
Domoradzki S., Gruszczyk-Kolczyńska E.: ***Kamienie milowe w nauczaniu geometrii dzieci w Polsce od II połowy XIX w. do końca XX w.***
Hudeček J.: ***Matematika a národní charakter: pohled z Číny***
Kalousová A.: ***Joseph Bertrand***
Kosina Z.: ***Kdo byl Abraham?***
Marek J., Nedvědová M.: ***Historie digitálního umění: náhoda, počítač a linie Zdeňka Sýkory***
Otavová M.: ***Výuka matematiky na pražské universitě v 1. polovině 19. století***
Pogoda Z.: ***Czwarty wymiar – historia osobliwości z polskim akcentem***
Slavík A.: ***Z historie existenčních vět pro obyčejné diferenciální rovnice***
Štěpánová M.: ***Frank Morley a jeho trojúhelníky***
Větrovcová M.: ***Analysis situs Henriho Poincarého***
Wójcik W.: ***Rachunek prawdopodobieństwa w Polsce na początku XX wieku***
Zamboj M.: ***Non-projective problems of the Chasles theorem***
Zuzáková J.: ***Mezinárodní konference EQUADIFF***

ODBORNÝ PROGRAM KONFERENCE

Pátek 19. 8. 2016

Dopolední program 10:30–12:00
Zahájení konference
Plenární přednáška:
Svoboda P.: *Základní fyzikální veličiny, jejich měření a trochu historie*

Odpolední program 14:00–15:30
Konferenční vystoupení:
Bečvář J., Bečvářová M., Netuka I.: *Historie matematiky na Matematicko-fyzikální fakultě Univerzity Karlovy v Praze*

Odpolední program 16:00–17:30
Konferenční vystoupení:
Pogoda Z.: *Czwarty wymiar – historia osobliwości z polskim akcentem*
Zuzáková J.: *Mezinárodní konference EQUADIFF*

Sobota 20. 8. 2016

Dopolední program 9:15–10:00
Konferenční vystoupení:
Hudeček J.: *Matematika a národní charakter: pohled z Číny*

Dopolední program 10:30–12:00
Konferenční vystoupení:
Kosina Z.: *Kdo byl Abraham?*
Bečvářová M.: *Deskriptivní geometrie na Německé univerzitě v Praze – obor bez budoucnosti a perspektiv*

Odpolední program 14:00–16:00
Konferenční vystoupení:
Domoradzki S., Gruszczyk-Kolczyńska E.: *Kamienie milowe w nauczaniu geometrii dzieci w Polsce od II połowy XIX w. do końca XX w.*
Bečvář J.: *Eric Temple Bell*

Odpolední program 16:30–18:00
Osm desetiletí Belo Riečana

Neděle 21. 8. 2016

Dopolední program 9:15–10:00
Konferenční vystoupení:
Bálint V.: *Erdős a l'udia okolo neho*

Dopolední program 10:30–12:00
Konferenční vystoupení:
Větrovcová M.: *Analysis situs Henriho Poincarého*
Slavík A.: *Z historie existenčních vět pro obyčejné diferenciální rovnice*

Pondělí 22. 8. 2016

Dopolední program 10:30–12:00
Plenární přednáška:
Hykšová M.: *Počátky teorie kooperativních her*

Odpolední program 14:00–15:30
Konferenční vystoupení:
Otavová M.: *Výuka matematiky na pražské universitě v 1. polovině 19. století*
Kalousová A.: *Joseph Bertrand*

Odpolední program 16:00–17:30
Konferenční vystoupení:
Wójcik W.: *Rachunek prawdopodobieństwa w Polsce na początku XX wieku*
Štěpánová M.: *Frank Morley a jeho trojúhelníky*

Úterý 23. 8. 2016

Dopolední program 9:00–11:00
Konferenční vystoupení:
Zamboj M.: *Non-projective problems of the Chasles theorem*
Marek J., Nedvědová M.: *Historie digitálního umění: náhoda, počítač a linie Zdeňka Sýkory*
Zakončení

VYZVANÉ PŘEDNÁŠKY

POČÁTKY TEORIE KOOPERATIVNÍCH HER

MAGDALENA HYKŠOVÁ

Abstract: The paper is aimed at the history of cooperative game theory, especially at the pioneering contributions published between the middle 1940's and the middle 1960's by John von Neumann, Oskar Morgenstern, Donald B. Gillies and Lloyd Shapley. It discusses various solution concepts as stable sets, core and Shapley value, and describes the axiomatic approach to the problem of fair payoff allocation, to the problem of the evaluation of power of various subjects, as well as to the problem of matching. The paper also touches a didactic merit of cooperative game theory.

1 Úvod

Článek volně navazuje na autorčino pojednání [4] věnované historickým počátkům teorie her,[1] kde je nastíněn vývoj od původně marginálních úvah o různých hazardních hrách (odkud pochází název teorie) či rozhodovacích situacích až po vznik teorie her jako samostatné matematické disciplíny.

Připomeňme, že jako *hra* se obecně označuje libovolná rozhodovací situace, na jejíž výsledek mají vliv alespoň dva různí racionální rozhodovatelé. Pod tento pojem tedy spadá velké množství situací z nejrůznějších oblastí – za hráče můžeme považovat například různé firmy na trhu, politiky či politické strany, účastníky dopravního provozu, různé strany vojenského konfliktu, věřitele firmy v konkurzu, anebo i geny, které řídí chování svých nositelů v určitých konkrétních situacích. Aby bylo možné vytvořit nějaký matematický model a v něm hledat vhodné řešení, je třeba uvedené široké pojetí pojmu hra určitým způsobem zúžit. Probíhá-li hra například tak, že hráči volí strategie postupně jeden po druhém (jako třeba v pokeru), bývá praktické ji modelovat pomocí tzv. *stromu hry*, v němž uzly znázorňují všechny možné situace, do nichž je teoreticky možné se při hře dostat, a hrany odpovídají možným volbám strategií jednotlivých hráčů. Tento model se obvykle nazývá *hra* v *explicitním tvaru*. Pro rozhodovací situace, kdy hráči volí své strategie současně (například firmy, které se ucházejí o vypsanou zakázku, účastníci aukce probíhající „obálkovou metodou" apod.), je vhodný model označovaný jako *hra v normálním tvaru* či *hra ve strategickém tvaru*, což je uspořádaná $(2n+1)$-tice

$$\text{(HNT)} \qquad (Q, S_1, S_2, \ldots, S_n, u_1, u_2, \ldots, u_n),$$

kde $n \in \mathbb{N}$, $Q = \{1, 2, \ldots, n\}$ je tzv. *množina hráčů*, S_i je obecně libovolná množina, tzv. *množina strategií hráče i*, a $u_i\colon S_1 \times S_2 \times \cdots \times S_n \to \mathbb{R}$ je tzv. *výplatní funkce hráče i* vyjadřující zisk, resp. ztrátu, tohoto hráče pro libovolnou kombinaci strategií $(s_1, s_2, \ldots, s_n)$.

Hry se také dělí do různých kategorií podle toho, zda hráči mohou spolupracovat či nikoli (hry kooperativní a nekooperativní), mají-li úplnou informaci o dostupných strategiích ostatních hráčů či o jejich předchozích tazích (v případě hry v explicitním tvaru), jsou-li schopni provádět veškeré úvahy a výpočty potřebné k nalezení řešení, anebo se postupně „učí" (tzv. evoluční teorie her), probíhá-li hra jen jednou, anebo se opakuje, atd.

---

[1] Pojednání [4] je dostupné online na adrese http://dml.cz/handle/10338.dmlcz/401596.

2 Stabilní množiny

2.1 Charakteristická funkce

Za zásadní mezník ve vývoji teorie her je všeobecně považován článek *Zur Theorie der Gesellschaftsspiele* [7] Johna von Neumanna (1903 – 1957), který byl publikován v roce 1928. Jak jsme viděli v citované práci [4], Neumann zde zformuloval definici, která přesně odpovídá dnešní definici hry v normálním tvaru s konečnými prostory strategií a s nulovým součtem (tj. všechny množiny S_i v modelu (HNT) jsou konečné a pro každou n-tici strategií $\boldsymbol{s} = (s_1, s_2, \ldots, s_n)$ platí: $u_1(\boldsymbol{s}) + u_2(\boldsymbol{s}) + \cdots + u_n(\boldsymbol{s}) = 0$). Dále pak Neumann vytvořil teorii tzv. *maticových her*, kdy je navíc $n = 2$.

V další části článku [7] se Neumann podrobně zabýval i případem $n = 3$ a naznačil možný přístup k hrám pro $n > 3$. V případě maticových her hráči samozřejmě nemají žádnou motivaci ke spolupráci, protože jejich zájmy jsou čistě antagonistické. Neumann si však uvědomil, že jsou-li hráči alespoň tři, pak mohou tvořit různé koalice, v nichž se někteří hráči spojí proti ostatním. K tomu je samozřejmě třeba předpokládat, že daná hra tvorbu koalic umožňuje a že má smysl přerozdělovat hodnoty výplatní funkce v rámci jednotlivých koalic;[2] dnes bychom hovořili o *kooperativních hrách s přenosnou výhrou*. Pro výsledné rozdělení zisků (a ztrát) pak přestávají být podstatné konkrétní množiny strategií jednotlivých hráčů, ale zásadní roli zde hrají hodnoty zisku, který jsou schopny si zajistit různé koalice v případě, že se jejich členové spojí proti ostatním hráčům.

Neumann ukazuje, že pro libovolnou hru n hráčů v normálním tvaru s nulovým součtem a konečnými prostory strategií lze sestrojit tzv. *charakteristickou funkci* v,[3] která je definovaná na množině všech koalic, tj. na množině všech podmnožin množiny Q, a která pro každou koalici K udává, jaký zisk je schopna si zajistit v maticové hře proti koalici $Q \setminus K$ tvořené všemi zbývajícími hráči. Tato funkce splňuje následující podmínky:[4]

$$\text{(Ch1')}\quad v(\emptyset) = 0,$$

$$\text{(Ch2')}\quad \text{pro každé } K \subseteq Q \text{ je } v(K) + v(Q \setminus K) = 0,$$

$$\text{(Ch3')}\quad v(K \cup L) \geq v(K) + v(L), \text{ je-li } K \cap L = \emptyset.$$

Na druhé straně lze také dokázat, že pro každou funkci v definovanou na množině všech podmnožin dané množiny Q a splňující podmínky (Ch1') – (Ch3') existuje hra n hráčů s nulovým součtem a konečnými prostory strategií s charakteristickou funkcí v.

V závěru pak Neumann vyjádřil domněnku, že pro danou množinu Q lze všechny hry se stejnou charakteristickou funkcí považovat za *takticky ekvivalentní*, a navrhl založit celou teorii her n hráčů s konečnými prostory strategií a s nulovým součtem na modelu, který se dnes označuje jako *hra s charakteristickou funkcí* a který je tvořen množinou hráčů Q a charakteristickou funkcí v definovanou na Q.

---

[2] Jako výplatní funkce se často uvažuje užitek, který bývá značně individuální.

[3] Tento název se objevil až v monografii [8]. Stejně tak pro názornost používáme i značení z této monografie, které je používáno i dnes; v článku [7] Neumann hodnotu této funkce pro koalici $\{\mu_1, \ldots, \mu_k\}$ značil symbolem $M_{\{\mu_1, \ldots, \mu_k\}}$.

[4] Prázdná koalice neobsahuje žádného hráče, a proto je její zisk vždy nulový. Druhá podmínka plyne z toho, že $v(K)$ a $v(Q \setminus K)$ získáme z téže (fiktivní) hry s nulovým součtem. Konečně koalice K si může zajistit hodnotu $v(K)$, koalice L si může zajistit hodnotu $v(L)$; i kdyby spolu tedy hráči z množin K a L nespolupracovali, byli by schopni si zajistit celkem alespoň $v(K) + v(L)$.

2.2 Imputace

Myšlenky nastíněné v pojednání [7] jsou podrobně rozvedeny v monografii *Theory of Games and Economic Behavior* [8] z roku 1944, kterou Neumann vydal spolu s ekonomem Oskarem Morgensternem (1902 – 1977). Zde je po delší diskusi zaveden pojem *rozdělení zisků* či *imputace* jako uspořádaná n-tice reálných čísel $\boldsymbol{a} = (a_1, a_2, \ldots, a_n)$ s následujícími vlastnostmi:

$$\text{(Im1')} \quad a_i \geq v(\{i\}) \quad \text{pro } i = 1, 2, \ldots, n,$$

$$\text{(Im2')} \quad \sum_{i=1}^{n} a_i = 0.$$

Složku a_i budeme interpretovat jako „výplatu“ (tj. výsledný zisk či ztrátu) hráče i. První podmínka požaduje, aby každý hráč dostal alespoň tolik, kolik by získal v případě, že by byl sám proti všem ostatním; pokud by a_i mělo být menší, pak by neměl důvod se jakékoli spolupráce zúčastnit. Tato podmínka se dnes obvykle nazývá *individuální racionalita.* Druhá podmínka, dnes obvykle označovaná jako *kolektivní racionalita*, požaduje, aby byl mezi hráče rozdělen „největší možný zisk“, jakého mohou všichni dohromady dosáhnout; ve hře s nulovým součtem je tento zisk vždy nulový, obecně zde bude $v(Q)$ (viz část 2.4). Zdá se přirozené, že výsledné rozdělení celkového zisku, které bychom hráčům mohli doporučit, by v každém případě mělo být imputací.

2.3 Stabilní množiny imputací

Řešení hry je založeno na pojmu *dominující imputace*, který je definován takto: Řekneme, že imputace $\boldsymbol{a} = (a_1, a_2, \ldots, a_n)$ dominuje imputaci $\boldsymbol{b} = (b_1, b_2, \ldots, b_n)$, symbolicky $\boldsymbol{a} \succcurlyeq \boldsymbol{b}$, jestliže existuje neprázdná množina $K \subseteq Q$, pro kterou platí:

$$\text{(Dom1)} \qquad \sum_{i \in K} a_i \leq v(K),$$

$$\text{(Dom2)} \qquad \text{pro všechna } i \in K \text{ je } a_i > b_i .$$

Jinými slovy, imputace $\boldsymbol{a}$ dominuje imputaci $\boldsymbol{b}$, jestliže existuje neprázdná koalice, jejíž hráči získají v imputaci $\boldsymbol{a}$ více než v imputaci $\boldsymbol{b}$ (podmínka Dom2), a přitom jsou schopni tohoto výsledku dosáhnout bez spolupráce s ostatními (Dom1).

Řešením hry Neumann a Morgenstern nazývají takovou množinu imputací V, která splňuje následující podmínky:

(NM1) Žádná imputace $\boldsymbol{b} \in V$ není dominována jinou imputací $\boldsymbol{a} \in V$,

(NM2) Každá imputace $\boldsymbol{b} \notin V$ je dominována nějakou imputací $\boldsymbol{a} \in V$.

Podmínka (NM1) se dnes obvykle označuje jako *vnitřní stabilita*, podmínka (NM2) se nazývá *vnější stabilita*, množina imputací splňující podmínku vnitřní i vnější stability se pak nazývá *stabilní*. Neumann a Morgenstern tedy za řešení hry považují *stabilní množinu imputací*.

Uvědomme si, že začneme-li s nějakou imputací mimo množinu V, vnější stabilita nás dovede do V, kde leží dominující imputace. Jsme-li v množině V, pak vnitřní stabilita předchází tomu, abychom se v rámci této množiny pohybovali. Může se však stát (a v hrách s konstantním součtem se tak stane dokonce vždy), že imputace z množiny V je dominována nějakou imputací ležící mimo V. Jakmile se tedy dostaneme do množiny V, zdá se, že není žádný důvod, abychom v ní zůstávali. Neumann a Morgenstern tento problém vyřešili šalamounsky: řekli, že množinu V můžeme chápat tak, že popisuje zavedený společenský řád či určitou sociální nebo etickou normu; pokud by tedy nějaká koalice chtěla upřednostnit dominující imputaci ležící mimo množinu V, znamenalo by to porušení „přijatého standardu chování“ jako například v případě, že by se určitá skupina bohatých obohatila ještě více za cenu toho, že by jiná skupina lidí vyhladověla.

Neumann a Morgenstern budovali teorii n hráčů s nulovým součtem. Jak však zdůraznili, libovolnou hru n hráčů s nekonstantním součtem lze převést na hru $n+1$ hráčů s nulovým součtem. Lze proto říci, že položili základy (mimo jiné) obecné teorie kooperativních her n hráčů s přenosnou výhrou.

2.4 Kooperativní hry *n* hráčů s přenosnou výhrou

Další možná řešení her tohoto typu byla zformulována přímo pro hry s nekonstantním součtem, kdy z podmínek uvedených v částech 2.1 a 2.2 odpadne požadavek nulového součtu hodnot výplatních funkcí; jinak všechna odůvodnění zůstávají stejná, nemění se ani podmínky uvedené v části 2.3. *Hra s charakteristickou funkcí* je tedy obecně uspořádaná dvojice (Q,v), kde $Q=\{1,2,\ldots,n\}$ je množina hráčů a v je funkce definovaná na množině všech podmnožin množiny Q, splňující následující podmínky:

(Ch1) $v(\emptyset)=0$,

(Ch2) pro každé $K, L\subseteq Q$, $K\cap L=\emptyset$, je $v(K\cup L)\geq v(K)+v(L)$ (tzv. *superaditivita*).

Imputací (tj. opět vhodným „kandidátem“ na řešení hry) se rozumí uspořádaná n-tice reálných čísel $\boldsymbol{a}=(a_1,a_2,\ldots,a_n)$, která splňuje následující podmínky:

(Im1) $a_i\geq v(\{i\})$ pro $i = 1, 2, \ldots, n$ (tzv. *individuální racionalita*),

(Im2) $\sum_{i=1}^{n} a_i = v(Q)$ (tzv. *kolektivní racionalita*).

V části 2.3 jsme viděli, že Neumann a Morgenstern za řešení hry s charakteristickou funkcí považovali množinu imputací V, která splňuje podmínky tzv. vnitřní (NM1) a vnější (NM2) stability. Otázka existence takovéto stabilní množiny představovala řadu let jeden z důležitých problémů teorie her. Odpověď byla nakonec negativní: William F. Lucas (1933–2010) v článku [5] uvedl příklad hry 10 hráčů, pro kterou stabilní množina neexistuje.[5]

Souběžně se zkoumáním existence stabilních množin byly rozvíjeny i jiné přístupy k řešení kooperativních her, z nichž každý má své opodstatnění a své výhody i nevýhody. V tomto článku se podíváme na dvě z těchto řešení.

3 Jádro hry

Blízko k pojmu stabilní množiny má tzv. *jádro hry* (anglicky *core*). V ekonomickém kontextu lze jeho základní myšlenku odhalit již v publikaci [1], kterou v roce 1881 vydal Francis Ysidro Edgeworth (1845–1926); v kontextu teorie her pak tento pojem definoval kanadský matematik a informatik Donald Bruce Gillies (1928 – 1975), a to nejprve v disertační práci [2] z roku 1953, později v článku [3] z roku 1959.

[5] Lucasova hra má přitom neprázdné *jádro*, jehož definice je uvedena v následující části. Dodejme, že Lucas spolu s Rabiem také uvedli příklad hry, která nemá žádnou stabilní množinu a má i prázdné jádro (viz [6]).

Dnes se jádro definuje obvykle jako *množina všech nedominovaných imputací* ve výše uvedeném smyslu (povšimněme si, že jádro splňuje podmínku vnitřní stability (NM1)). Gillies v pojednání [3] usiloval o co nejobecnější definici; od charakteristické funkce nepožadoval splnění podmínky superaditivity (Ch2), ale pouze splnění podmínky (Ch1), a u imputací vynechal podmínku individuální racionality (Im1). Sám hned poznamenal, že jádro hry může být prázdné, a zabýval vlastnostmi jádra a podmínkami jeho existence. Dokázal například, že je-li jádro neprázdné, je obsaženo v každé neprázdné stabilní množině, a dále, je-li jádro stabilní (tj. splňuje-li vedle podmínky (NM1) i podmínku (NM2)), pak je jedinou stabilní množinou. Gillies rovněž ukázal, že pro libovolnou množinovou funkci v existuje množinová funkce v^*, která je superaditivní a definuje stejnou relaci dominance; hry s charakteristickou funkcí v a v^* jsou pak považovány za ekvivalentní. V neposlední řadě Gillies dokázal, že jádro (pokud existuje) je uzavřená a konvexní množina.

Dodejme, že lze dokázat, že je-li funkce v superaditivní, pak je jádro tvořeno právě těmi imputacemi $(a_1, a_2, \ldots, a_n) \in \mathbb{R}^n$, pro které platí:

(J) $\sum_{i\in K} a_i \geq v(K)$ pro každou množinu $K \subseteq Q$.[6]

Tímto způsobem definoval jádro například L. Shapley v práci [14] (a její tištěné variantě [15]). Jádro pak můžeme chápat jako rozšíření myšlenky, že by řešení mělo splňovat podmínku individuální a kolektivní racionality; to, co se v případě imputace požadovalo od hodnot a_i přiřazených ve výsledném rozdělení jednotlivým hráčům, se v případě jádra požaduje i pro všechny možné koalice. Ještě jinak řečeno, jádro je tvořeno vektory, které rozdělují zisk velké koalice Q mezi jednotlivé hráče tak, že každá koalice získá alespoň tolik (nebo zaplatí nanejvýš tolik), kolik by získala (zaplatila), kdyby byla sama proti všem ostatním hráčům, neboli kolik udává její charakteristická funkce. Žádná koalice by si tedy nepolepšila, kdyby z velké koalice odešla a dohodu o rozdělení zisku zablokovala.

Oproti Neumannovu-Morgensternovu řešení má jádro tu výhodu, že k dosažení stability nepotřebuje představu žádné etické normy. Obsahuje-li jediný prvek, je to všeobecně přijatelné řešení. Jádro však může být i nekonečné; v takovém případě vyvstává otázka, který z jeho prvků by měl být výsledkem vyjednávání hráčů. Horší je ovšem problém, že jádro může být i prázdné – alespoň jedna množina hráčů v takovém případě nemůže plně uplatnit svůj potenciál, bez ohledu na to, jak jsou výhry nakonec rozděleny. K tomu poznamenejme, že jádro je prázdné například pro každou hru s konstantním součtem, pro kterou platí, že $\sum_{i=1}^{n} v(i) < v(Q)$.[7]

K otázce existence jádra poznamenejme, že Shapley ve zmíněné práci [14] dokázal, že je-li hra konvexní,[8] pak má neprázdné jádro, které je navíc stabilní, takže se shoduje s Neumannovým-Morgensternovým řešením, a dále že hodnota, kterou Shapley zavedl v práci [12] (viz následující část), leží v těžišti krajních bodů jádra.

---

[6] Pro $K = Q$ zřejmě platí rovnost, protože součet větší než $v(Q)$ by nebyl dosažitelný.

[7] Hra splňující tuto podmínku se obvykle nazývá *podstatná*. Je-li hra *nepodstatná*, tj. místo ostré nerovnosti platí rovnost, pak existuje jediná imputace $\boldsymbol{a}$, kde $a_i = v(i)$, a ta zároveň tvoří jádro – ať je součet konstantní či nikoli.

[8] Hra se nazývá *konvexní*, jestliže pro každou dvojici množin $K, L \subseteq Q$, kde $K \subset L$, a pro každé $i \notin L$ platí:

$$v(K \cup \{i\}) - v(K) \leq v(L \cup \{i\}) - v(L),$$

tj. každý hráč je „užitečnější“, vstoupí-li do větší koalice.

4 Shapleyova hodnota a její aplikace

4.1 Axiomy pro hodnotu hry

Lloyd Stowell Shapley (1923 – 2016), americký matematik a držitel Nobelovy ceny za ekonomii, se teorií her začal zabývat nedlouho po vydání citované monografie [8].[9] Koaliční pojetí her bylo v té době v zárodku; jak jsme viděli v části 2.3, Neumann a Morgenstern uvažovali hry s nulovým součtem a za řešení považovali imputace splňující podmínku vnitřní a vnější stability. Toto pojetí – rozšířené na hry s nenulovým a nekonstantním součtem – hraje dodnes důležitou roli a sám Shapley se jím rovněž zabýval.[10] Nicméně, jak jsme se již zmínili, množina imputací v jádru může být nekonečná, anebo naopak prázdná.

Shapley se proto snažil najít jiné řešení, tzv. *hodnotu hry*, které by vždy existovalo a vždy bylo určeno jednoznačně, a přitom by bylo určitým způsobem spravedlivé. Nejprve tedy ve formě axiomů zformuloval podmínky, které by taková hodnota měla splňovat, a potom zkonstruoval řešení vyhovující všem axiomům i požadavku existence a jednoznačnosti. Své pojetí popsal nejprve ve výzkumné zprávě [12] z roku 1951, v poněkud upravené podobě pak v pojednání [13], které vyšlo tiskem v roce 1953. Podívejme se zde podrobněji na druhý z citovaných článků.

Shapley vyšel z modelu hry s charakteristickou funkcí, uvedeného v části 2.4. Aby však mohl co nejjednodušeji zavést pojem *součtu her*, zahrnul množiny všech hráčů ze všech možných her do jedné množiny U, tzv. *světa hráčů*; u každé konkrétní hry pak uvažoval jako množinu hráčů tuto univerzální množinu U, přičemž požadoval, aby vždy existovala jen konečná množina hráčů, tzv. *nosič*, kteří mají možnost výsledek hry ovlivnit. Přesněji, nosič hry s charakteristickou funkcí v Shapley definoval jako podmnožinu $N \subseteq U$, pro kterou platí, že pro každou koalici $K \subseteq U$ je $v(K) = v(N \cap K)$. Hráči mimo nosič tedy nemají přímý vliv na hru, protože žádné koalici ničím nepřispívají.

Vzhledem k tomu, že pro všechny hry Shapley uvažuje stejnou množinu hráčů U, liší se jednotlivé hry jen v charakteristické funkci. Může proto hru ztotožnit přímo s charakteristickou funkcí v a hovořit jednoduše o *hře* v. Pro hru v s konečným nosičem N pak Shapley hledá tzv. *hodnotu* jako funkci, která by každému hráči $i \in U$ přiřadila právě jedno reálné číslo $\varphi_i(v)$ splňující následující podmínky:

Axiom 1 (symetrie). Pro každou permutaci π množiny U platí:[11]

$$\varphi_{\pi i}(\pi v) = \varphi_i(v) \text{ pro každé } i \in U,$$

kde funkce πv je definována vztahem: $\pi v(\pi K) = v(K)$ pro každé $K \subseteq U$.

---

[9] V roce 1948, ještě před dokončením bakalářského stupně studia matematiky, začal pracovat pro RAND Corporation, kde byl v té době organizován seminář o teorii her. V témže roce sepsal výzkumnou zprávu [10], věnovanou antagonistickým hrám dvou hráčů s nespočetnými množinami strategií.

[10] Ve výzkumné zprávě [11] například studoval Neumannovo-Morgensternovo řešení hry čtyř hráčů s nulovým součtem.

[11] Permutaci Shapley uvažoval v obvyklém smyslu jako vzájemně jednoznačné zobrazení množiny U na sebe. Axiom 1 se často označuje také jako podmínka *anonymity*.

Hodnota tedy nemá záviset na označení hráčů; pokud je přečíslujeme (provedeme permutaci), pak se hodnoty pro jednotlivé hráče nezmění. Ještě jinak lze tuto podmínku vyjádřit tak, že jsou-li na tom dva hráči z hlediska charakteristické funkce naprosto stejně, měla by jim být přiřazena stejná hodnota.

Axiom 2 (efektivita). Je-li N nosič hry, pak platí:

$$\sum_{i\in N} \varphi_i(v) = v(N).$$

Hodnota by tedy měla představovat rozdělení maximálního zisku, jaký hráči mohou dohromady vytěžit, a tento zisk je rozdělen mezi hráče, kteří se o něj zasloužili.

Axiom 3 (aditivita). Pro libovolné dvě hry v, w platí:

$$\varphi(v+w) = \varphi(v) + \varphi(w).$$

Je-li tedy charakteristická funkce součtem dvou charakteristických funkcí, měla by být i hodnota pro každého hráče součtem odpovídajících hodnot.

Je pozoruhodné, že uvedené tři podmínky stačí k tomu, aby byla hodnota hry jednoznačně určena. V literatuře se zpravidla uvádí až výsledný vztah pro Shapleyho hodnotu a různé jeho interpretace; považujeme proto za zajímavé uvést zde způsob, jakým k němu Shapley původně došel.

4.2 Konstrukce Shapleyovy hodnoty

Shapley nejprve dokazuje, že pro každé $i \in U$ platí:

$$i \notin N \;\Rightarrow\; \varphi_i(v) = 0. \tag{1}$$

Jinými slovy, každému hráči, který je „nadbytečný" v tom smyslu, že žádné koalici nepřináší žádný zisk, je přiřazena nulová hodnota.[12]

Důkaz tohoto tvrzení je jednoduchý. Pro $i \notin N$ jsou množiny N i $N \cup \{i\}$ nosiči dané hry; z definice nosiče a axiomu 2 potom plyne:

$$v(N \cup \{i\}) = v[N \cap (N \cup \{i\})] = v(N),$$

$$\varphi_i(v) + \sum_{j\in N} \varphi_j(v) = \sum_{j\in N} \varphi_j(v), \quad \text{odkud} \quad \varphi_i(v) = 0.$$

Hru v potom Shapley vyjadřuje jako lineární kombinaci jednoduchých symetrických her definovaných takto: pro libovolnou množinu $S \subseteq U$, $S \neq \emptyset$, položme

$$v_S(K) = \begin{cases} 1 & \text{pro } K \supseteq S, \\ 0 & \text{jinak.} \end{cases} \tag{2}$$

Hra v_S má zřejmě konečný nosič S. Vzhledem k symetrii, tj. axiomu 1, by měla být všem hráčům množiny S přiřazena stejná hodnota; vzhledem k axiomu 2 je součet těchto hodnot roven 1. Pro každé $i \in S$ tedy dostáváme $\varphi_i(v_S) = 1/s$, kde $s = |S|$, a pro každé

[12] V angličtině se takový hráč nazývá *dummy*, v češtině bychom mu mohli říkat *loutka* či *křoví*. V literatuře se Shapleyovy axiomy uvádějí zpravidla bez použití pojmu nosič; obvykle se uvažuje konečná množina hráčů Q, axiom 2 se nahradí požadavkem kolektivní racionality $\sum_{i\in Q} \varphi_i(v) = v(Q)$ a jako čtvrtý axiom se doplní požadavek, aby hráči, který žádné koalici ničím nepřispívá, byla přiřazena nulová hodnota.

$i \notin S$ bude $\varphi_i(v_S) = 0$. Podobně pro libovolné nezáporné číslo $c \in \mathbb{R}$ je cv_S opět symetrickou hrou s nosičem S a pro hodnoty jednotlivých hráčů platí:

$$\varphi_i(cv_S) = \begin{cases} c/s & \text{pro } i \in S, \\ 0 & \text{jinak.} \end{cases} \tag{3}$$

Dále Shapley dokazuje, že libovolnou hru v s konečným nosičem N lze vyjádřit jako lineární kombinaci uvedených symetrických her v_S:

$$v = \sum_{\substack{S \subseteq N \\ S \neq \emptyset}} c_S(v) v_S, \qquad \text{kde} \quad c_S(v) = \sum_{T \subseteq S} (-1)^{s-t} v(T) \qquad (0 < s < \infty).^{13} \tag{4}$$

Pro každou podmnožinu $K \subseteq N$ totiž platí (při označení $k = |K|$, $s = |S|$, $t = |T|$):

$$\sum_{\substack{S \subseteq N \\ S \neq \emptyset}} c_S(v) v_S(K) = \sum_{S \subseteq K} \sum_{T \subseteq S} (-1)^{s-t} v(T) = \sum_{T \subseteq K} \left[\sum_{s=t}^{k} (-1)^{s-t} \binom{k-t}{s-t} \right] v(T) = v(K),$$

neboť výraz v hranaté závorce lze pro každé $t < k$, tj. pro každou vlastní podmnožinu $T \subset K$, zapsat ve tvaru $(1-1)^{k-t} = 0$. Obecně pro $K \subseteq U$ pak platí:

$$v(K) = v(N \cap K) = \sum_{\substack{S \subseteq N \\ S \neq \emptyset}} c_S(v) v_S(N \cap K) = \sum_{\substack{S \subseteq N \\ S \neq \emptyset}} c_S(v) v_S(K).$$

Výsledná hodnota $\varphi_i(v)$ přiřazená hráči $i \in N$ je vzhledem k axiomu 3 součtem

$$\varphi_i(v) = \sum_{\substack{S \subseteq N \\ i \in S}} c_S(v)/s. \tag{5}$$

Po dosazení ze vztahu (4) a úpravě dostaneme

$$\varphi_i(v) = \sum_{\substack{K \subseteq N \\ i \in K}} \frac{(k-1)!(n-k)!}{n!} v(K) - \sum_{\substack{K \subseteq N \\ i \notin K}} \frac{k!(n-k-1)!}{n!} v(K).$$

Mají-li platit axiomy 1 a 2, nemůžeme hodnoty $\varphi_i(cv_S)$ definovat jinak než vztahem (3); vzhledem k axiomu 3 pak máme jedinou možnost, jak stanovit hodnoty $\varphi_i(v)$. Shapley tak dokázal, že pro hry s konečným nosičem existuje jediná funkce φ splňující axiomy 1 až 3, a že tato funkce je dána vztahem

$$\varphi_i(v) = \sum_{\substack{K \subseteq N \\ i \in K}} \frac{(k-1)!(n-k)!}{n!} \big(v(K) - v(K \setminus \{i\}) \big), \tag{6}$$

---

[13] Uvažujme pro názornost hru v s nosičem $\{A, B, C\}$ a hledejme rozklad

$$v = c_A v_A + c_B v_B + c_C v_C + c_{AB} v_{AB} + c_{AC} v_{AC} + c_{BC} v_{BC} + c_{ABC} v_{ABC},$$

kde $v_A = 1$ pro množiny hráčů obsahující A, tj. pro {A}, $\{A, B\}$,$\{A, C\}$ a $\{A, B, C\}$, jinak je $v_A = 0$; podobně $v_{AB} = 1$ pro $\{A, B\}$ a $\{A, B, C\}$, $v_{ABC} = 1$ pro $\{A, B, C\}$, $v_B = 1$ pro $\{B\}$, $\{A, B\}$, $\{B, C\}$ a $\{A, B, C\}$ atd. Pak je

$v(A) = c_A \cdot 1$, $v(B) = c_B \cdot 1$, $v(C) = c_C \cdot 1$,

$v(A,B) = c_A \cdot 1 + c_B \cdot 1 + c_{AB} \cdot 1 = v(A) + v(B) + c_{AB}$, tedy $c_{AB} = v(A,B) - v(A) - v(B)$, podobně

$$c_{AC} = v(A,C) - v(A) - v(C), \quad c_{BC} = v(B,C) - v(B) - v(C),$$

$v(A,B,C) = c_A \cdot 1 + c_B \cdot 1 + c_C \cdot 1 + c_{AB} \cdot 1 + c_{AC} \cdot 1 + c_{BC} \cdot 1 + c_{ABC} \cdot 1$, odkud

$$\begin{aligned} c_{ABC} &= v(A,B,C) - c_{AB} - c_{AC} - c_{BC} - c_A - c_B - c_C = v(A,B,C) - [v(A,B) - v(A) - v(B)] - \\ &\quad - [v(A,C) - v(A) - v(C)] - [v(B,C) - v(B) - v(C)] - v(A) - v(B) - v(C) = \\ &= v(A,B,C) - v(A,B) - v(A,C) - v(B,C) + v(A) + v(B) + v(C). \end{aligned}$$

kde N je libovolný konečný nosič dané hry v. Dodejme, že dnes se hodnota $\varphi_i(v)$ pro danou hru n hráčů s charakteristickou funkcí v nazývá *Shapleyovou hodnotou* a vektor $(\varphi_1(v), \varphi_2(v), \dots, \varphi_n(v))$ se nazývá *Shapleyovým vektorem* dané hry.

Uvědomme si, že jmenovatele zlomku ve vztahu (6) můžeme chápat jako počet různých seřazení n hráčů a čitatele téhož zlomku můžeme chápat jako počet různých seřazení, v nichž je hráč i na k-té pozici, před ním je zbývajících $k-1$ členů koalice K a za ním jsou všichni ostatní. Zlomek pak lze interpretovat jako pravděpodobnost, že při náhodném seřazení hráčů vznikne právě popsaná konstelace. Tato pravděpodobnost je pak vynásobena hodnotou $v(K) - v(K \setminus \{i\})$ vyjadřující přínos hráče i pro koalici K. Shapleyova hodnota tak odpovídá střední hodnotě přínosu daného hráče přes všechna možná uspořádání.

V duchu této interpretace Shapley popsal tzv. *vyjednávací proces*, v němž hodnoty $\varphi_i(v)$ představují *očekávané zisky* (ve smyslu střední hodnoty) jednotlivých hráčů: Hráči tvořící konečný nosič N se dohodnou, že vytvoří velkou koalici N, a to tak, že do koalice budou vstupovat jeden po druhém; pořadí, v jakém tak budou činit, je na začátku určeno náhodně, přičemž všechna pořadí jsou stejně pravděpodobná. Každý hráč při vstupu do koalice požaduje částku (a tato částka je mu přislíbena), o kterou se jeho příchodem zvýší hodnota charakteristické funkce v dané koalice. Velká koalice N pak hraje „efektivně" tak, aby získala $v(N)$, tj. přesně tolik, kolik potřebuje k vyplacení všech slíbených částek. Uvažujme všechny možné koalice K, jichž může být hráč i členem. Připojí-li se hráč i do vznikající velké koalice v okamžiku, kdy v ní jsou již hráči $K \setminus \{i\}$, bude mu přislíbena částka $v(K) - v(K \setminus \{i\})$. Pravděpodobnost této konstelace je přitom $(k-1)!(n-k)!/n!$. Očekávaný zisk hráče i je proto roven hodnotě $\varphi_i(v)$ ze vztahu (6).

Dodejme ještě, že lze dokázat, že Shapleyův vektor splňuje podmínky individuální a kolektivní racionality, a je tedy imputací. Z jeho konstrukce přitom okamžitě plyne, že vždy existuje a vždy je určen jednoznačně. Zajímavá je také skutečnost, že ve speciálním případě hry tří hráčů s nulovým součtem se Shapleyův vektor shoduje s řešením, které navrhl John von Neumann v pojednání [7].[14]

4.3 Volební hra

Uveďme zde jednoduchý příklad, na němž si lze dobře představit výše uvedené pojmy. Uvažujme komisi sestávající ze tří hráčů, kde každý hráč má jeden hlas a rozhodnutí se přijímají na základě prosté většiny. K prosazení návrhu je tedy zapotřebí alespoň dvou hlasů. Situaci můžeme modelovat pomocí hry s množinou hráčů $Q = \{1, 2, 3\}$ a charakteristickou funkcí definovanou tak, že tzv. *vítězné koalici*, tj. koalici, která je schopna prosadit jakýkoli návrh, je přiřazena hodnota 1, a koalici, která není vítězná, je přiřazena hodnota 0. Máme tedy $v(K) = 1$ pro $|K| \geq 2$ a $v(K) = 0$ pro $|K| \leq 1$.

Množinu imputací A tvoří trojice reálných čísel (a_1, a_2, a_3), pro které platí:

$$a_1, a_2, a_3 \geq 0, \quad a_1 + a_2 + a_3 = 1.$$

[14] $\varphi_1 = \frac{1}{3}\big(v(1,2) + v(1,3) - 2v(2,3)\big), \quad \varphi_2 = \frac{1}{3}\big(v(1,2) + v(2,3) - 2v(1,3)\big), \quad \varphi_3 = \frac{1}{3}\big(v(1,3) + v(2,3) - 2v(1,2)\big).$

Jádro je v tomto případě prázdné; pro jeho prvky by totiž muselo platit:

$$a_1, a_2, a_3 \geq 0, \quad a_1 + a_2 \geq 1, \;\; a_1 + a_3 \geq 1, \;\; a_2 + a_3 \geq 1, \quad a_1 + a_2 + a_3 = 1,$$

což není možné.

Shapleyova hodnota by vzhledem k symetrii měla být stejná pro všechny členy komise, *Shapleyův vektor* je proto (1/3,1/3,1/3).

Stabilní je například množina K = {(1/2, 1/2, 0), (1/2, 0, 1/2), (0, 1/2, 1/2)},[15] což napovídá, že se vytvoří koalice dvou hráčů, kteří pak budou rovným dílem sdílet zisky či užitek z prosazených návrhů. Pro libovolné $0 \leq c \leq 1/2$ jsou však stabilní také množiny

$$K_c^1 = \{\boldsymbol{a} \in A : a_1 = c\},\; K_c^2 = \{\boldsymbol{a} \in A : a_2 = c\},\; K_c^3 = \{\boldsymbol{a} \in A : a_3 = c\},$$

které odpovídají situaci, kdy jeden z hráčů dostane částku c a zbývající dva hráči pak vyjednávají o tom, jak se podělit o zbývající $1-c$.

4.4 Shapley-Shubikův index

V roce 1954 vydal Shapley spolu s Martinem Shubikem článek [17], v němž je Shapleyova hodnota použita k apriornímu ohodnocení rozdělení moci či vlivu mezi členy různých kolektivních orgánů (zákonodárných sborů, různých rad, výborů apod.). Článek byl určen nematematikům, proto zde autoři uvedli pouze slovní popis řešení; z matematického hlediska se však jedná o pouhou aplikaci vzorce (6) ve speciálním případě *volební hry,* jejíž charakteristickou funkci definujeme podobně jako v části 4.3: $v(K)=1$ v případě, že koalice K je *vítězná*, tj. je schopna prosadit, co chce, jinak je $v(K)=0$. Rozdíl $v(K)-v(K\backslash\{i\})$ nyní může nabývat pouze hodnot 1 nebo 0; první případ nastane zřejmě právě tehdy, když koalice K je vítězná, ale koalice $K\backslash\{i\}$ nikoli – v takovém případě řekneme, že hráč i je pro koalici K *klíčový*. Vztah (6) tedy můžeme přepsat do tvaru

$$\varphi_i(v) = \sum_{\substack{K \subseteq N \\ i \text{ je klíčový pro } K}} \frac{(k-1)!(n-k)!}{n!}, \tag{7}$$

který lze interpretovat tak, že *Shapley-Shubikův index hráče i* vyjadřuje celkovou pravděpodobnost, že při náhodném seřazení n hráčů vznikne konstelace, v níž je hráč i na tzv. *klíčové pozici*, kdy před ním jsou všichni ostatní členové některé z koalic, pro které je tento hráč klíčový, a za ním jsou zbývající hráči (zlomek ve vztahu (7) udává pravděpodobnost takového seřazení pro jednu konkrétní koalici K; výraz $(k-1)!$ vyjadřuje počet různých seřazení ostatních členů koalice K, $(n-k)!$ udává počet různých seřazení hráčů, kteří nepatří do koalice K, a $n!$ je počet všech možných seřazení n hráčů). Ještě jinak řečeno, Shapley-Shubikův index (7) lze vyjádřit jako zlomek, jehož čitatel udává počet všech seřazení, při nichž je daný hráč na klíčové pozici, a jmenovatel udává počet všech možných seřazení všech hráčů.

---

[15] Vnitřní stabilita je zřejmá: žádná z trojic, které obsahuje, není dominovaná jinou, protože dominující imputace by podle definice musela mít pro příslušnou koalici složky ostře větší. Vnější stabilitu lze dokázat takto: uvažujme imputaci $\boldsymbol{b} = (b_1, b_2, b_3) \notin K$; nechť je například $b_1 < 1/2$. Zbývající složky nemohou být obě větší než 1/2; nechť je například $b_2 < 1/2$. Potom je imputace (b_1, b_2, b_3) dominovaná imputací (1/2, 1/2, 0) pro koalici {1,2}. Pro $b_1 = 1/2$ by muselo být $0 < b_2, b_3 < 1/2$, takže by imputace $\boldsymbol{b}$ byla dominovaná imputací (0, 1/2, 1/2) pro koalici {2,3}. Pro $b_1 > 1/2$ by muselo platit $b_2, b_3 < 1/2$, takže by byl výsledek stejný jako v předchozím případě.

Shapley a Shubik své řešení popsali slovně takto: *Uvažujme skupinu jedinců, kteří všichni chtějí hlasovat pro nějaký návrh. Volí postupně. Jakmile pro návrh hlasuje již dostatek jedinců, je považován za schválený a poslednímu hlasujícímu se dostane ocenění za to, že umožnil zákonu projít. Zvolme náhodné pořadí hlasování členů.* […] *Pak můžeme spočítat, jak často* [ve smyslu četnosti] *je určitý jedinec klíčovým voličem. Toto číslo udává náš index.* ([17], str. 788)

Uvědomme si, že interpretace pomocí uspořádání nám často usnadní výpočet; v řadě situací je nějaká skupina hráčů ve stejné pozici (například řadoví členové městské rady), a proto není třeba pracovat s faktoriály velkých čísel, ale stačí uvažovat o tom, kolik je různých seřazení, která je skutečně nutné rozlišovat. Ilustrujme to na dvou příkladech, které Shapley a Shubik (vedle dalších) diskutovali v článku [17].

Jeden z nich ukazuje, jak zásadní vliv má právo veta v Radě bezpečnosti OSN. V době vzniku měla tato rada 5 stálých členů (Čína, Francie, Sovětský svaz, USA a Velká Británie) a 6 členů nestálých, volených na 2 roky (v prvním období Brazílie, Mexiko, Austrálie, Polsko, Egypt a Nizozemí). K přijetí rezoluce bylo třeba 7 kladných hlasů a žádné veto stálého člena.

Vzhledem k symetrii by všichni volení (resp. stálí) členové měli mít stejný index. Stačí tedy rozlišovat, zda je na určité pozici stálý nebo volený člen. Celkem máme 11 členů, tedy 11 pozic; z nich vybíráme pět, na nichž bude stálý člen. Celkový počet různých seřazení, která budeme rozlišovat, je tedy

$$\binom{11}{5} = \frac{11!}{6!5!} = 462\,.$$

Některý z volených členů je na klíčové pozici v šesti případech: před sebou musí mít všechny stálé členy s právem veta a ještě jednoho člena voleného – ten tedy může být na jedné ze šesti pozic; za klíčovým voleným hráčem pak jsou jen volení hráči, které nerozlišujeme. Shapley-Shubikův index všech volených členů dohromady je proto roven $\varphi_V = 6/462 \doteq 0{,}013$, pro jednoho z nich vychází $\varphi_{V0} = 1/462 \doteq 0{,}00216$. V ostatních seřazeních je klíčový některý ze stálých členů, jejichž celkový index je proto roven $\varphi_S = 1 – 456/462 \doteq 0{,}987$; index jednoho z nich je pak $\varphi_{S0} = \varphi_S/5 \doteq 0{,}1974$. Vliv konkrétního stálého člena je tedy více než devadesátkrát větší než vliv člena voleného.[16]

Druhý příklad, který je velmi jednoduchý a zároveň aktuální i v dnešní době, se týká akciové společnosti, jejíchž 40 % akcií vlastní jeden velký akcionář (označme jej *V*) a zbývajících 60 % je rozděleno mezi 600 malých akcionářů (každý z nich tedy vlastní 0,1 % akcií; libovolného z nich označme *M*). Vzhledem k požadavku symetrie by všichni malí akcionáři měli mít stejný index. Nebudeme proto počet všech seřazení počítat jako 601!, ale budeme rozlišovat pouze to, zda se na daném místě nachází velký nebo malý akcionář. Pak je počet všech seřazení 601 (velkého akcionáře umístíme na jednu ze 601 pozic). Seřazení, při nichž je klíčový některý z malých akcionářů, jsou dvojího druhu a celkem jich je 201:

$$\underbrace{\mathrm{V\,M\,M}\ldots\mathrm{M}}_{101}\;\mathbf{M}\;\underbrace{\mathrm{M\,M}\ldots\mathrm{M}}_{1}, \quad\cdot\qquad\qquad \underbrace{\mathrm{M\,M\,M}\ldots\mathrm{M}}_{1}\;\mathbf{M}\;\underbrace{\mathrm{V\,M\,M}\ldots\mathrm{M}}_{100}. \quad\cdot$$

[16] Poznamenejme, že v roce 1965 byla Rada bezpečnosti rozšířena na 10 volených členů; k přijetí rezoluce je třeba 9 kladných hlasů a žádné veto stálého člena. Shapley-Shubikovy indexy nyní vycházejí $\varphi_{V0} \doteq 0{,}00186$, $\varphi_{S0} \doteq 0{,}19628 > 105\varphi_{V0}$.

V ostatních 400 seřazeních je klíčovým hráčem velký akcionář. Shapley-Shubikův index velkého, resp. malého, akcionáře je tedy

$$\varphi_V = \frac{400}{601} = 66{,}6\,\% , \qquad \varphi_M = \frac{201}{601} = 33{,}4\,\% , \quad \varphi_{M0} = \frac{1}{600} \cdot \varphi_M = 0{,}056\,\% .$$

Uvědomme si, že jsou-li ostatní akcie podobným způsobem rozděleny mezi velký počet akcionářů, pak velký akcionář skutečně firmu obvykle ovládá, i když má méně než 50 % akcií (vzpomeňme na výsledky kuponové privatizace); v našem případě stačí, aby na valnou hromadu nedorazila pětina malých akcionářů, a velký akcionář si prosadí, co chce. Shapley-Shubikův index tedy velmi dobře vystihuje reálný vliv zúčastněných.

4.5 Rozdělení nákladů

Shapleyova hodnota hraje důležitou roli také při sdílení nákladů na nějaké společně užívané zařízení (např. vodárnu nebo čističku odpadních vod pro více obcí, rozvodnou soustavu, přístrojové vybavení v různých firmách apod.). Jejímu použití v této oblasti se podrobně věnoval Martin Shubik v článku [18] či později Alvin E. Roth v práci [9].

Model používaný pro tento účel je založen nikoli na charakteristické funkci, ale přímo na funkci $c(K)$ vyjadřující náklady, které by daná koalice K musela vynaložit, kdyby její členové spolupracovali navzájem, avšak nikoli s ostatními hráči. Shapleyova hodnota nyní opět představuje jediné pravidlo pro rozdělení nákladů, které splňuje přirozené požadavky na řešení: symetrii, aditivitu (viz část 4.1) a „pravidlo nadbytečného hráče" (viz část 4.2): má-li určitý hráč tu vlastnost, že pro žádnou koalici neznamená jeho připojení žádné zvýšené náklady, pak tento hráč nemusí nic platit.

5 Problém přiřazení

V roce 2013 získal Lloyd Shapley spolu s Alvinem E. Rothem Nobelovu cenu za ekonomii, a to za *přínos k teorii stabilních tržních alokací a praktické návrhy optimální podoby trhů*. V prvním případě se jednalo jednak o rozdělení zisků či nákladů s využitím Shapleyovy hodnoty a zejména pak o tzv. *problém přiřazení*, tj. o otázku, jak přiřadit například studenty ke školám, dárce orgánů k pacientům, muže k ženám atd. tak, aby výsledné vazby byly akceptovány všemi stranami. Shapley i k této problematice přistoupil na základě teorie her. Podívejme se v krátkosti na jeho první práci v této oblasti [16], kterou napsal společně s Davidem Galem (1921–2008).

Nejjednodušší problém, který je zde vyřešen, je tzv. *sňatkový problém*: Uvažujme n mužů a n žen a předpokládejme, že každý z nich má na množině potenciálních protějšků definováno úplné ostré uspořádání. Cílem je přiřadit k sobě muže a ženy tak, aby výsledné přiřazení bylo *stabilní*, tj. aby neexistovala žádná žena a žádný muž, kteří by se navzájem preferovali před svými současnými partnery. Shapley a Gale podali konstruktivní důkaz tvrzení, že vždy existuje stabilní množina sňatků. Proces, který k ní vede, popsali takto: Na začátku každý muž učiní návrh ženě, kterou preferuje nejvíce. Každá žena, která dostane více než jeden návrh, odmítne všechny kromě návrhu od muže, jehož z těchto žadatelů preferuje nejvíce. Jeho návrh však zatím nepřijme, jen si ho nechá „do rezervy" a bude čekat, jestli se jí neozve někdo oblíbenější. Každý z odmítnutých pak učiní návrh své druhé nejoblíbenější ženě, každá žena opět odmítne všechny (třeba i toho, kterého neodmítla minule) kromě nejoblíbenějšího z uchazečů a tak dále. Nakonec, nejpozději po $(n-1)^2$ krocích, každá dívka dostane návrh, námluvy se prohlásí za ukončené a každá dívka je požádána, aby si nechala nápadníka, jehož dosud neodmítla.

Snadno si můžeme rozmyslet, že takto vytvořená množina sňatků je stabilní. Pokud by totiž například Jan preferoval Marii před partnerkou, která „na něj vyšla," znamenalo by to, že v průběhu námluv musel dát Marii návrh a byl odmítnut – Marie tedy měla raději jiného nápadníka, u kterého nakonec skončila, anebo jej vyměnila za ještě oblíbenějšího. Svého současného partnera tedy jistě preferuje před Janem.

Proces samozřejmě mohl probíhat také tak, že by ženy dávaly návrhy mužům. S výjimkou případu, kdy existuje jediná stabilní množina sňatků, se tato dvě řešení liší; v prvním případě je výsledek optimální pro muže, v druhém pro ženy.

Podobným způsobem pak Shapley a Gale vyřešili i problém přiřazení studentů na školy: Všichni studenti se nejprve přihlásí na školu první volby. Každá škola si pak prvních q uchazečů, kde q je počet studentů, které chce přijmout, nechá na „čekací listině" a ostatní rovnou odmítne. Odmítnutí uchazeči se potom přihlásí na druhou nejoblíbenější školu. Každá škola nové žadatele porovná s těmi, které má „v záloze" a do dalšího si na čekací listině nechá jen q nejlepších. Takto proces pokračuje, dokud nenastane situace, kdy každý uchazeč je buď na čekací listině některé školy, anebo byl na všech školách (o které má zájem a na které by mohl být připuštěn) odmítnut. Poté každá škola přijme všechny uchazeče, které má na čekací listině.

Shapley a Gale dále dokazují, že popsaný proces vede k řešení, které je stabilní a navíc optimální pro studenty. K tomu poznamenávají, že kdyby naopak školy usilovaly o řešení, které by bylo optimální z jejich pohledu, pak by musely naopak ony samy s nabídkami oslovovat nejslibnější uchazeče až do naplnění kvót, a studenti by odmítali všechny nabídky s výjimkou té nejatraktivnější.

6 Závěr

Podrobný přehled vývoje teorie kooperativních her, byť jen z prvních let, kdy tato teorie začala být předmětem systematického studia, by vyžadoval samostatnou monografii; jen John von Neumann a Oskar Morgenstern věnovali kooperativním hrám (s nulovým součtem) většinu své více než šestisetstránkové knihy [8]. V tomto článku jsme se proto jen pokusili nastínit vznik vybraných pojmů, které se později staly v teorii her klíčovými. Zároveň jsme se snažili naznačit i didaktický přínos kooperativní teorie her, která má jednak potenciál přiblížit nematematické veřejnosti zajímavé aplikace matematiky, jednak poskytuje příklady, jež ilustrují, že pro zdárné proniknutí do matematiky není podstatná „hlava na vzorečky" (což je častou výmluvou těch, kdo tvrdí, že ji nemají), ale spíše schopnost vyvinout soustředění dostatečné intenzity a délky. Právě za takový příklad označili Shapley a Gale v závěru práce [16] svůj konstruktivní důkaz existence stabilního řešení sňatkového problému.

Literatura

[1] Edgeworth F. Y.: *Mathematical psychics*, Kegan Paul Publishers, London, 1881; reprint in Newman P. (ed.): *F. Y. Edgeworth's mathematical psychics and further papers on political economy*, Oxford University Press, Oxford, 2003.

[2] Gillies, D. B.: *Some theorems on n-person games*, Ph.D. Dissertation, Princeton University, Princeton, 1953.

[3] Gillies D. B.: *Solutions to general non-zero-sum games*, in Tucker A. W., Luce R. D. (eds.): *Contributions to the theory of games IV*, Annals of Mathematics Studies 40, Princeton University Press, Princeton, 1959, str. 47–85.

[4] Hykšová M.: *Historické počátky teorie her*, in Bečvář J, Fuchs, E. (eds.): *Matematika v proměnách věků III*, VCDV, Praha, str. 69–98.

[5] Lucas W. F.: *A game with no solution*, Bulletin of the American Mathematical Society 74(1968), str. 237–239.

[6] Lucas W. F., Rabie M.: *Games with no solutions and empty cores*, Mathematics of Operations Research 7(1982), str. 491–500.

[7] von Neumann J.: *Zur Theorie der Gesellschaftsspiele*, Mathematische Annalen 100(1928), no. 1, str. 295–320.

[8] von Neumann J., Morgenstern O.: *Theory of games and economic behavior*, Princeton University Press, Princeton, 1944.

[9] Roth A. E., Verrecchia E.: *The Shapley value as applied to cost allocation: a reinterpretation*, Journal of Accounting Research 17(1979), str. 295–303.

[10] Shapley L. S.: *Two theorems concerning solutions for games with continua of strategies*, RAND Research Memorandum RM-33, RAND Corp., Santa Monica, 1948, 4 strany.

[11] Shapley L. S.: *Notes on the n-person game, I: Characteristic-point solutions of the four-person game*, RAND Research Memorandum RM-656, RAND Corp., Santa Monica, 1951, 13 stran.

[12] Shapley L. S.: *Notes on the n-person game, II: The value of an n-person game*, RAND Research Memorandum RM-670, RAND Corp., Santa Monica, 1951, 17 stran.

[13] Shapley L. S.: *A value for n-person games*, in Kuhn H., Tucker A. W. (eds.): *Contributions to the theory of games II*, Princeton University Press, Princeton, 1953.

[14] Shapley L. S.: *Notes on the n-person game, VII: Cores of convex games*, RAND Research Memorandum RM-4571, RAND Corp., Santa Monica, 1965, 24 stran.

[15] Shapley L. S.: *Cores of convex games*, Int. Journal of Game Theory 1(1971), str. 11–26.

[16] Shapley L. S., Gale D.: *College admissions and the stability of marriage*, The American Mathematical Monthly 69(1962), č. 1, str. 9–15.

[17] Shapley L. S., Shubik M.: *A Method for evaluating the distribution of power in a committee system*, American Political Science Review 48(1954), str. 787–792.

[18] Shubik M.: *Incentives, decentralized control, the assignment of joint costs and internal pricing*, Management Science 8(1962), str. 325–343.

Adresa

RNDr. Magdalena Hykšová, Ph.D.
Ústav aplikované matematiky
Fakulta dopravní ČVUT
Na Florenci 25
110 00 Praha 1
e-mail: *hyksova@fd.cvut.cz*

ZÁKLADNÍ FYZIKÁLNÍ VELIČINY, JEJICH MĚŘENÍ A TROCHU HISTORIE

PAVEL SVOBODA

Abstract: This paper should be understood as a small contemplation about obviousnesses which are not so completely obvious – and why. The aim is to describe the development of measurement of some physical quantities taking into account the unavoidable experimental error and what in reality means the process of measurement.

1 Úvod

Článek vychází z přednášky (a textu) na Kalorimetrickém Semináři 2011, kdy jsem byl požádán, zda bych nemohl pohovořit na téma měření termodynamických veličin. Ke koncepci přednášky a následně i k tomuto článku mě vedla předchozí přednáška Petra Voňky (Kalsem 2010) a několik následných diskusí s ním na téma statistického zpracování dat, tedy přesného počítání s nepřesnými čísly. Jednou z možností, jak získat nepřesná čísla pro tato zpracování, je měření fyzikálních veličin, tedy přesné záznamy nepřesných dat. Petr již bohužel žádnou další přednášku neprosloví, a tak bych tento článek rád věnoval jeho památce.

Fyzika (dříve také zvaná – a velmi výstižně – přírodozpyt) se obecně zabývá zkoumáním vlastností a projevů objektivní reality, snaží se vyšetřovat a vykládat jevy a pokouší se stanovit zákonitosti, kterými se tyto jevy řídí (fenomenologie). Na rozdíl od přírodopisu, který objektivní realitu více či méně přesně popisuje, se snaží ptát, proč jsou ty vlastnosti takové, jaké jsou, a za jakých podmínek. K tomu využívá pozorování a empirické zobecňování. Pozorování poskytující kvantitativní výsledky nazýváme experiment a proces získávání kvantitativních výsledků je znám jako měření.

Pro experiment se obvykle snažíme volit omezující a zjednodušující podmínky. Pokud za těchže podmínek získáváme obdobné kvantitativní výsledky, jedná se o vítaný bonus a může nastoupit empirické zobecňování, tvorba fenomenologických zákonů a psaní základních učebnic.

V historii lidstva se měření fyzikálních veličin vyvíjelo spolu s matematikou. Zejména měření délky, hmotnosti a času – nejstarších měřených veličin. S tím rozdílem, že matematika nemusí uvažovat chybu měření, zatímco experimentální fyzik tuto chybu uvažovat musí. Takže číslo π sice můžeme vyjádřit na milión desetinných míst a více, leč každý fyzik by se měl zeptat, k čemu je to dobré, mimo trochy intelektuálního cvičení.

V základním fyzikálním praktiku bývala (a snad je dosud) úloha na vyhodnocení Brownova pohybu. Základem této úlohy bylo pozorování a záznam polohy částic koloidního roztoku latexu na stínítku mikroskopu a při vyhodnocování se dosadila termodynamická teplota roztoku. Tu studenti změřili rtuťovým teploměrem v lahvičce roztoku (řekněme 20 °C) a následně se divili, proč se mi nelíbí údaj, že teplota kapky roztoku na podložním sklíčku mikroskopu nad kondenzorem byla 293,15 K. Snad tuto svoji nelibost objasním v následujícím textu.

2 Veličiny, jednotky

Chceme-li zkoumat nějakou vlastnost či projev objektivní reality, měli bychom nejprve vědět, ***co*** chceme zkoumat – co může nabývat nějaké hodnoty – tedy jakou veličinu. Zajímají-li nás kvantitativní výsledky hodnot zkoumané veličiny, zajímá nás fakticky srovnání s jinou veličinou, na jejíž velikosti se dohodneme – tedy proces měření, ***jak*** zkoumat. (Pozn. *Zkoumaná veličina a měřená veličina nemusí být tatáž, např. teplotu látky měříme pomocí elektrického odporu, elektrického napětí, dilatace apod.*)

Pojem a definici veličiny zavedl jako jeden z prvních matematik a fyzik Leonard Euler ve svém díle *Algebra* [1] vydaném v roce 1765:

1. Veličinou rozumíme vše to, co se může zvětšovat nebo zmenšovat, nebo to, k čemu můžeme něco přidat či od toho něco ubrat.
2. Existují veličiny různého druhu, jejichž studiem se zabývají různé oblasti vědy. Každá oblast vědy má své charakteristické veličiny.
3. Měření je srovnání dané veličiny s vybranou veličinou téhož druhu (jednotkou).

K této definici není ani dnes příliš co dodat, pouze první část se zpřesňuje na znění: „Veličinou popisujeme objektivní vlastnost, kterou lze kvalitativně odlišit a kvantitativně popsat.“

Druhy veličin jsou pak hlavně *extenzivní* (vyjadřující kvantitu a obecně aditivní – hmotnost, délka, objem, elektrický náboj, teplo apod.), *intenzivní* (vyjadřující kvalitu – stav – teplota, tlak, elektrické napětí apod.) a *protenzivní* (stále plynoucí – čas). Extenzivní veličiny můžeme měřit přímo, přesně podle Eulerovy definice, srovnáním s dohodnutou jednotkou, prostým aditivním procesem. Z požadavku aditivního procesu plyne automaticky linearita škály extenzivních veličin, ač ne vždy nejvýhodnější.

Intenzivní veličiny měříme nepřímo, pomocí veličin extenzivních, srovnáním s dohodnutou jednotkou příslušné extenzivní veličiny za pomoci dohodnutých empirických zákonitostí. Vzhledem k tomu, že intenzivní veličiny popisují stav hmoty, je nutno vytvořit jakousi stupnici stavů, tyto stavy pojmenovat (ohodnotit) a jednotlivým stavům přiřadit hodnoty veličiny extenzivní. Přiřazení by mělo býti jednoznačné, tedy jedinečné hodnotě stavu A by měla odpovídat jedinečná hodnota extenzivní veličiny B. A zde začínají naše problémy – nakolik jsou ony empirické zákonitosti obecné. A mezitím plyne protenzivní veličina – čas – a my se nemůžeme vrátit zpět na začátek experimentu a udělat to jinak a třeba lépe.

Takže říkáme, že měříme teplotu, kdežto fakticky měříme délku (rtuťového sloupce), objem (plynu za stálého tlaku), nebo dokonce elektrický odpor (odporového teploměru) či elektromotorické napětí (termočlánku), tedy jiné intenzivní veličiny, opět pomocí veličin extenzivních a dohodnutých zákonitostí. Jedna věc je, že to tak měříme. Druhá věc, často opomíjená, je uvědomit si, ***kdy to tak smíme*** měřit.

Ostatně, i mnohé extenzivní veličiny (např. elektrický náboj nebo teplo) měříme pomocí veličin intenzivních převodem na jednu z nejsnáze měřitelných extenzivních veličin, tedy délku. Ať už se jedná o pozici ručky na stupnici, polohy kapalinového sloupce, světelné stopy apod., vždy se jedná o délkový rozdíl dvou poloh. To se týká i měření hmotnosti pomocí rovnovážné polohy vah.

Stejně tak, jako je věcí dohody, jak kvantitativně popíšeme veličiny, je věcí dohody i to, které veličiny považujeme za základní. Dnes akceptovaná dohoda je do značné míry poplatná technické praxi a systém základních veličin tvoří délka, hmotnost, čas, teplota, elektrický proud, svítivost a látkové množství. Jediným požadavkem je, aby všechny ostatní – odvozené – veličiny se opravdu daly ze základních veličin odvodit. V principu nám nic nebrání, abychom místo elektrického proudu vzali za základní veličinu elektrický náboj a elektrický proud pak za odvozenou veličinu, danou změnou náboje v čase. Z hlediska fyziky by to bylo i logičtější. Leč nehledejme logiku v dohodě.

Máme tedy dohodnutý systém základních veličin, a pokud pomocí nich chceme popsat objektivní realitu, je nutno tyto veličiny kvantifikovat. To, podle třetí části Eulerovy definice, znamená určit násobnost dané veličiny vůči jakési její – opět dohodnuté – části, kterou prohlásíme za jednotku. Tedy

$$X = \nu \cdot U\,, \tag{1}$$

kde X je libovolná veličina, U je její jednotka a ν označuje hodnotu, tedy násobnost veličiny, vůči jednotce. Systému základních veličin pak odpovídá dohodou určený systém základních jednotek. Postrádá-li logiku systém základních veličin a jedná-li se fakticky o kompromis mezi vědou a technickou praxí, o to méně hledejme logiku v soustavě základních jednotek. Dohodnutá soustava základních jednotek implikuje požadavek na systém etalonů, aby bylo možno dohodě dostát, tedy aby tatáž veličina za těchže podmínek nabývala v daném systému jednotek téže číselné hodnoty, což je smysl kvantifikace veličiny. Z výše uvedeného ovšem plyne, že etalon mohu vytvořit pouze pro veličinu extenzivní – v naší, dnes tak oblíbené soustavě SI, tedy např. jeden kilogram či jeden metr. Tyto etalony byly také vytvořeny a uloženy v mezinárodním ústavu pro míry a váhy. Současně z nich byly vytvořeny co nejpřesnější kopie a tyto uloženy v ústavech národních (a z těch byly vytvořeny další co nejpřesnější kopie – atd., atp.)

A jsme u toho – co znamená „co nejpřesnější“?

Teoretik může brát platnost rovnice (1) jako absolutní, experimentátor ví, či měl by vědět, že pojem „přesnost“ je poplatný možnostem měření, a že tedy jak hodnota jednotky, tak i samotný srovnávací proces, ergo i hodnota veličiny, jsou zatíženy nevyhnutelnými nepřesnostmi – chybami. *Grau, teurer Freund, ist alle Theorie, und Grün des Lebens goldner Baum*, říká Mefisto v Goethově Faustovi. Tedy vztah (1) by měl být přepsán do formy

$$X = (\nu \pm \delta\nu)\cdot(U \pm \delta U), \tag{2}$$

kde $\delta\nu$ označuje nepřesnost srovnávacího procesu, tedy měření, a δU označuje chybu etalonu, tedy realizace jednotky. Pak X je hodnota veličiny, určená daným procesem pomocí daných etalonů. A máme tu další problém – jakápak dohodnutá základní jednotka, když je všade jiná? To, uznáte sami, je politicky neprůchodné ... Na něčem jsme se dohodli a nevíme na čem. Proto je příslušný etalon prohlášen za posvátný a absolutně přesný, o jeho hodnotě se fakticky nediskutuje a příslušný vztah se modifikuje na

$$(X \pm \delta X) = (\nu \pm \delta\nu)\cdot \mathrm{U}\,, \tag{3}$$

kde idealizaci jednotky typograficky zdůrazníme stojatým symbolem. X pak dostává význam pravděpodobné hodnoty dané veličiny v rámci chyby δX, do které se nám promítá jak chyba měření, tak přeneseně i chyba etalonu, který máme k dispozici. Takže např. hmotnost naváženého hexableptanu fujtajblovitého uvádíme jako 1,5 kg s chybou řekněme 20 mg, tedy $m = (1{,}50000 \pm 0{,}00002)$ kg, a nerozlišujeme chybu použitého závaží a chybu vážení samotného.

Z uvedeného je snad patrno, že jednotka nějaké veličiny je pouze a jedině věcí dohody. Pokud se navíc velikost této jednotky v čase a prostoru nemění, jde o vítaný bonus. Takže vhodnou jednotkou pro elektrický náboj je např. náboj elektronu – elementární náboj, zatímco dosti nevhodnou jednotkou délky je z tohoto hlediska např. „královský loket“ tedy délka králova předloktí, která u desetiletého krále bude jiná než u patnáctiletého či dvacetiletého – přesto mi nic nebrání tuto jednotku zavést a používat. Pokud ji však zavedu, tak vzhledem k tomu, že systém jednotek je určen dohodou, měli by tuto dohodu dodržovat všichni zúčastnění.

Z nedávné historie je známo „nedorozumění“ v použité soustavě jednotek, kdy toto nedorozumění stálo 193,1 milionu USD – známý případ sondy Mars Climate Orbiter, která po úspěšné cestě k Marsu při závěrečném manévru shořela v atmosféře. Příčina byla prostá – jeden tým při práci na projektu používal imperiální systém jednotek (libry, palce atd.), zatímco tým NASA používal jednotky systému SI. Tuto „chybičku“ lze považovat za učebnicový příklad důležitosti dodržování dohodnuté soustavy jednotek.

No, a protože lidová tvořivost nezná mezí, častým úkolem experimentálního fyzika je přepočítávání hodnot veličin převzatých z literatury do systému jednotek, který je vyžadován po něm. Zvláště v oblasti magnetických vlastností látek je situace kromobyčejně zajímavá, kdy část literatury je stále v Gaussově systému CGSM, část v SI a část v „přirozených“ jednotkách založených na elementárním magnetickém momentu – Bohrově magnetonu.

U intenzivních veličin je situace ještě pikantnější. Mezinárodní metr a mezinárodní kilogram si mohu s maximální dosažitelnou přesností okopírovat, zapomenout na to, že ani jeden z těchto etalonů není v čase a prostoru stabilní, a mohu si ho odnést domů, jako jednotku používat a měřit délku a hmotnost. Mezinárodní teplotní stupeň jako etalon nemám, tedy nemám co kopírovat a tím spíše odnést domů. Jak je řečeno výše, intenzivní veličina popisuje stav látky. Je tedy třeba vytvořit jakousi stupnici stavů, těmto stavům dohodou přiřadit hodnotu veličiny a této hodnotě intenzivní veličiny dále přiřadit (na ní závislou) hodnotu veličiny extenzivní, pomocí jejíž změny mohu velikost intenzivní veličiny zpětně stanovit. Tomuto procesu se říká kalibrace a velikost intenzivní veličiny mezi definovanými stavy pak určuji vhodnou interpolací. Ze základních fyzikálních veličin se tento proces nejmarkantněji dotýká základní intenzivní termodynamické veličiny – teploty. Stojí tedy za to problematiku teploty rozebrat detailněji z úvodního hlediska – přesných záznamů nepřesných dat.

3 Teplota, teplotní roztažnost

Teplotu, jako blíže neurčený pojem, vnímal člověk již od počátku své existence. Rozhodně si uvědomoval, že na osluněné pláni vnímá pocitově něco jiného, než ve skalní sluji a než v zasněženém lese. Těmto pocitům, odpovídajícím jeho stavu, začal říkat teplota. Asi nikoho nepřekvapí, že člověk uměl mnohem dříve teplotu regulovat než měřit. Již staří Egypťané, když začali s vařením piva, dávali pivo vychladit do sklepů – tento zvyk se ostatně leckde udržel dodnes – jako jednoduchá možnost regulace teploty přírodním termostatem. Brzy si rovněž povšimli, že odpařování vody vede k ochlazování mokrých předmětů a tímto způsobem dosáhli ještě většího chladu, než byl chlad samotného sklepa.

Teprve mnohem později si člověk povšiml, že s teplotou se mění i jiné vlastnosti než pouze příjemný či méně příjemný pocit. Například objem látky. Tvrdí se, že změny objemu s teplotou – tedy teplotní roztažnosti – si člověk nejprve povšiml u rybích měchýřů. Toto pozorování probíhalo za více méně stálého tlaku (okolního vzduchu), takže se fakticky jednalo o děj izobarický.

Odtud už byl jen malý krůček k sestrojení prvního plynového teploměru – termoskopu, leč tento malý krůček trval až do prvního století našeho letopočtu, kdy první termoskop sestrojil Hérón Alexandrijský (viz [2]). Pak uplynulo dalších 15 století a na základě Hérónových zápisků sestrojil další termoskop Galileo Galilei. Ovšem jeho (a asi i Hérónův) termoskop byl tvořen skleněnou baňkou s trubičkou, ve které se s teplotou měnil tlak plynu a podle toho se měnila hladina vody v trubičce, aby se tlak vyrovnal. Tedy cca v 17. století se již vědělo, že s teplotou se mění objem plynu. Změnu objemu s teplotou se podařilo pozorovat i u kapalin, především u lihu a rtuti. A pomocí teploměrné trubice lze při zanedbání změn průřezu snadno převést změnu objemu na změnu délky. K trubici naplněné lihem bylo pak celkem přirozené připevnit nějakou škálu – stupnici stavů. Již od starověku je nejjednodušší stupnicí stupnice lineární, odpovídající posloupnosti přirozených čísel, tedy i tato škála byla lineární, takže je vhodné si uvědomit, že *lineární teplotní roztažnost není obecnou vlastností látek, ale věcí dohody a definice teploměrné stupnice*.

Moderní fyzikální pozorování a základy měření můžeme datovat od dob Galileiho, který sám se snažil o co největší přesnost svých pozorování. Větší délka teploměrné trubice spolu s užším průřezem vede ke zpřesnění určení délky kapalinového sloupce. Proto florentinská Akademie začala používat tenké, spirálovitě stočené teploměrné trubice, rozdělené na 300 až 400 dílků, a pomocí těchto trubic členové Akademie zjistili, že teplota tajícího ledu je velmi stabilní a tuto jako základní bod začal používat R. Boyle r. 1664 – máme jeden pevný bod. S druhým pevným bodem to bylo složitější, neboť již v roce 1665 zjistil Ch. Huygens, že teplota varu vody závisí na tlaku. (Teplota tajícího ledu závisí na tlaku také, ale toto zjištění bylo mimo tehdejší přesnost měření).

O první normalizaci – dohodu o teplotní stupnici – se pokusil D. G. Fahrenheit, výrobce nejprve lihových, později rtuťových teploměrů. Za základní bod použil tehdy nejnižší dosažitelnou teplotu, teplotu chladicí směsi ledu a salmiaku a přiřadil jí hodnotu 0 ($-17{,}778$ °C). Bodu tání ledu přiřadil hodnotu 4 a jako třetí teplotu vzal teplotu zdravého lidského těla s hodnotou 12 (viz [3]). Později se mu tato stupnice zdála příliš hrubá, tak každou jednotku rozdělil na 8 částí, které nazval stupně. Takže tání ledu odpovídá 32 °F a teplota zdravého lidského těla má hodnotu 96 °F.

Jak píšu výše, přiřazená stupnice je jen věcí dohody. On sám, jako výrobce teploměrů, se dohodl (sám se sebou), jak je bude škálovat, a zákazník si teploměr mohl koupit nebo taky ne. Díky této zcela demokratické dohodě se tato teplotní stupnice v Anglii a v USA udržela s malými změnami dodnes, stejně jako posedlost osminným dělením.

Desítkovou škálu do měření teplot zavedl až v roce 1742 švédský matematik a astronom Anders Celsius, když teplotu tání ledu označil jako 100 a teplotu varu vody za normálního tlaku jako 0 a tento teplotní interval tak rozdělil na 100 dílů (led se mu zdál být kvalitnější materiál než voda, tak vytvoření ledu označil jako 100). Tuto stupnici v roce 1745 obrátil Carl Linnaeus (Carl von Linné), který ponechal velikost dílků. Tato stupnice se dodnes nazývá Celsiova, udává se v ní teplota *t* nazvaná Celsiova teplota a pro jednotku Celsiův stupeň se používá značka °C. Pokud se pohybujeme v anglosaském světě, kde se stále používá stupnice Fahrenheitova, lze použít převod

$$t_F = 1{,}8 \cdot t + 32 \tag{4}$$

Stále uvažujeme 2 pevné body – bod tání ledu a bod varu vody (za normálního tlaku). K přiřazení kvantifikovatelné extenzivní veličiny sloužila délka (výška) rtuťového sloupce za příslušné teploty t a teplotní roztažnost rtuti. Ta byla v tomto intervalu teplot prohlášena jako lineární a popsána dnes tak známým vztahem

$$l_t = l_0 \cdot (1 + \alpha t), \tag{5}$$

kde α je koeficient teplotní roztažnosti a linearita vztahu není výsledkem fyzikálního procesu, ale vzata z definice. Fakticky se jedná o Taylorův rozvoj do prvního řádu, tedy matematické přiblížení. Již brzy se ukázalo, při použití různých kapalin, že linearita vztahu (5) je opravdu jen matematické přiblížení a že různé kapaliny udávají uvnitř intervalu 0°C – 100°C různé hodnoty teploty. Chybička se vloudila ...

Kupodivu se však zjistilo, že – oproti kapalinám – teplotní roztažnost či rozpínavost různých plynů je téměř stejná a – měřena v Celsiově stupnici – ve vzácné shodě obsahuje konstantu 273,15. Čím více můžeme zanedbat interakce uvnitř plynu a konečnou velikost částic, tedy čím více se blížíme ideálnímu plynu, tím více se projevuje konstanta 273,15. Tedy plynový teploměr, naplněný ideálním plynem, by měnil svůj objem podle vztahu

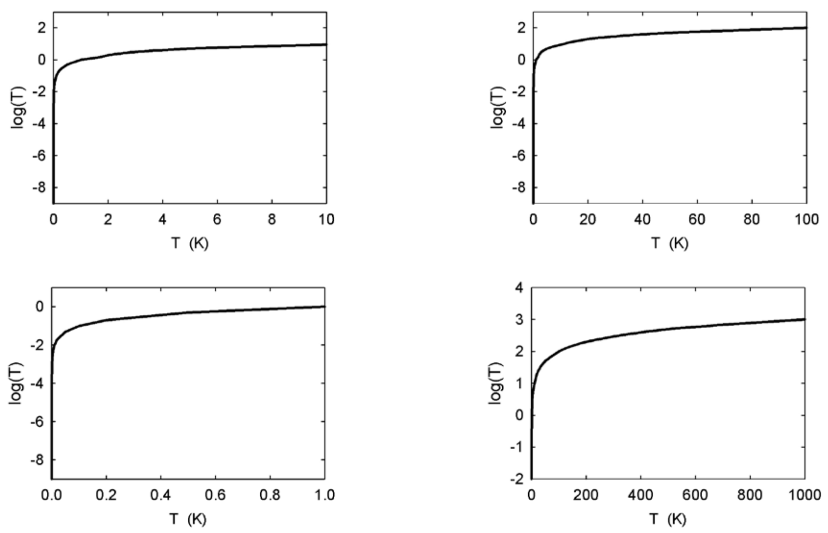
$$V_t = V_0 \cdot (1 + 1/273{,}15 \cdot t) \tag{6}$$

a při teplotě $-273{,}15$ °C by dosáhl nulového objemu. Opět jde o matematickou aproximaci – zkrátka to tak vychází za předpokladu lineární změny objemu s teplotou. A protože záporný objem nedává dosti dobrý smysl, nedává smysl ani teplota nižší než $-273{,}15$ °C.

Této skutečnosti si povšiml anglický fyzik William Thomson, pozdější lord Kelvin, při formulování základních prací termodynamiky, které vedly k objevu základních vět termodynamiky. Analýzou přenosu tepla v Carnotově cyklu zavedl termodynamickou teplotu, stejně jako bod, kde k dalšímu přenosu tepla nedochází – absolutní nulu (viz [4]). Ta pak v aproximaci plynového teploměru je právě oněch $-273{,}15$ °C.

Na tomto místě bych rád uvedl tři základní věty termodynamiky, v kouzelné formulaci Jendy Obdržálka (viz [5]): *Zákon prvý pak tobě praví: „Nezískáš systému svému energie jen tak zbůhdarma“. Zákon druhý vece: „Neproměníš tepla všeho za práci dle libosti své“, anebo taktéž „Ve chladu odpočívaje, toliko prochladnouti můžeš“. Zákon třetí: „Nedojdeš nikdá pořádku úplného, leč jen v potu tváře se tomuto blížiti smíš“.* Právě tyto věty úzce souvisejí se zavedením termodynamické teploty.

Není bez zajímavosti, že Kelvin jeden čas uvažoval zavést termodynamickou teplotu jako nelineární – logaritmickou veličinu (viz obr. 1), která by lépe vyjadřovala energetickou náročnost změny teploty (zejména v oblasti fyziky nízkých teplot) a faktickou nedosažitelnost absolutní nuly – logaritmus nuly je $-\infty$, tedy pro dosažení nulové teploty je třeba odebrat systému nekonečné množství energie. To, že tak neučinil, dává prostor všemožnému *mašíblu* k navrhování různých forem *perpetua mobile*, slibujících zažehnat energetickou krizi. Je ovšem pravda, že pro každodenní život by logaritmická škála byla nepraktická, rtuťové teploměry tehdy ještě nebyly prohlášeny panevropskou církví za herezi a v oblasti pokojových teplot měřily teplotu s uspokojivou přesností, a proto Kelvin využil dobře zavedenou stupnici Celsiovu, lineární, s identickou velikostí jednotky teplotního rozdílu. Po něm nazvaná jednotka absolutní teploty 1 kelvin (1 K, nikoli °K) je velikostí rovna jednomu stupni Celsia a počátek škály – absolutní nula – je $-273{,}15$ °C.



Obr. 1: Srovnání lineární a logaritmické teplotní stupnice. Za povšimnutí stojí, že v každém teplotním oboru lze na logaritmické funkci najít kvazilineární oblast.

Celou dobu jsme ponechali v pozadí proces srovnávání – tedy měření. Jak je možné, že stavová veličina charakteristická pro jednu látku je srovnatelná se stavovou veličinou, ač téhož charakteru, látky druhé? A projeví se na velikosti veličiny jiné? Opět samozřejmost, která není tak úplně samozřejmá. Odpovídá nám na ni tzv. nultá věta termodynamiky. Proč nultá věta? Věta druhá a třetí, operující s pojmem „teplota“ byly již zavedeny, když bylo konečně zformulováno, co to vlastně ta teplota je. Tak se té formulaci začalo říkat nultá věta termodynamiky.

Z různých variant formulace uvedu následující: *Teplota je veličina, která nabývá stejné hodnoty ve dvou systémech ve vzájemném tepelném kontaktu, u nichž nedochází k žádnému přenosu tepla.* Tedy zmíněné dva systémy dospěly do stavu tepelné rovnováhy. Pak ze všech veličin popisujících oba systémy jen jedna jediná nabývá téže hodnoty, a tou je teplota. Uvedená definice je v učebnicích uváděna jako základ termometrie, dokonce je zmíněna její tranzitivnost, tedy je-li systém *A* v tepelné rovnováze se systémem *B* a ten je v tepelné rovnováze se systémem *C*, je systém *A* v tepelné rovnováze se systémem *C*. Tato věta už nám ale neříká, jak se dva systémy do tepelné rovnováhy dostaly. V důsledku druhé věty termodynamiky sice teplo přechází z teplejšího tělesa na chladnější, ale termodynamiku zajímá pouze výsledný stav a nikoli proces – tedy časový průběh přenosu tepla. Ten můžeme zhruba popsat okamžitou teplotou T, kdy

$$T - T_0 = \exp\left(-\frac{t}{\tau}\right), \tag{7}$$

kde t tentokráte označuje čas a nikoli Celsiovu teplotu, τ je časová konstanta charakterizující přenos tepla a T_0 je výsledná rovnovážná teplota. Tedy k zastavení tepelného toku dojde v nekonečně dlouhém čase. Proto termodynamika většinou čas neuvažuje. *Ars longa, vita* *brevis* a proto my čas uvažovat musíme. Dohodneme se tedy, že za stav termodynamické rovnováhy budeme považovat ten stav, kdy nedochází k měřitelným změnám teploty, tedy fakticky námi měřitelné veličiny na teplotě závislé.

4 Závěr

Nejen teplota, ale jakákoli intenzivní termodynamická veličina, je měřitelná a měřená jen na základě dohodnuté stupnice kalibrované pomocí dohodnutých „pevných bodů“ a interpolace intervalu pomocí dohodnutých vztahů s omezenou platností, s konečnou přesností, v omezeném intervalu. Proto můžeme říkat, že odpor platinového odporového teploměru se v oblasti pokojových teplot t chová s dobrou přesností jako

$$R_t = R_0\left(1 + At + Bt^2\right) \tag{8}$$

a zamlčíme, že jde o pouhou aproximaci polynomem druhého stupně prostě jen proto, že lineární vztah už nepostačuje námi požadované přesnosti, ale už bychom neměli říkat, že takto stanovená teplota roztoku je 293,15 K.

Literatura

[1] Euler L.: *Elements of Algebra*, 3. revidované vydání, Longman, Hurst, Rees, Orme and Co., London, 1822.

[2] Běťák J.: *Teplotní stupnice*, AUTOMA 9(2003), str. 43–46.

[3] Fahrenheit D. G.: *Experimenta et Observationes de Congelatione aquae in vacuo factae*, Philosophical Transactions (London) 33(1724), str. 78-84.

[4] Thomson W.: *On an Absolute Thermometric Scale, founded on Carnot's Theory of the Motive Power of Heat, and calculated from the Results of Regnault's Experiments on the Pressure and Latent Heat of Steam*, Math. and Phys. Papers 1(1848), str. 100–106.

[5] Obdržálek J.: *Tré zákonů/zákazů termodynamických*, http://utf.mff.cuni.cz/~jobdr/download/3Z-TD.htm [cit. 10. 4. 2016].

Adresa

Doc. RNDr. Pavel Svoboda, CSc.
Katedra fyziky kondenzovaných látek
Matematicko-fyzikální fakulta
Univerzita Karlova v Praze
Ke Karlovu 5
121 16 Praha 2
e-mail: *svoboda@mag.mff.cuni.cz*

KONFERENČNÍ VYSTOUPENÍ

ERDŐS A ĽUDIA OKOLO NEHO

VOJTECH BÁLINT

Abstract: The aim of this paper is to familiarize briefly the reader with the biography of Pál Erdős, especially with his way of thinking and human qualities. Basic information about Erdős are available, e. g. in [4]. In this article we used a less-known (Hungarian written) sources [1] and [2] and also some personal interviews.

1 Korene a vlastnosti

V čase Erdősovho narodenia bola v Budapešti najväčšia burza v Európe. Mesto, ktoré malo prívlastok *Paríž na Dunaji*, prekypovalo búrlivým všestranným rozvojom – stavebným, kultúrnym, ale predovšetkým vzdelanostným. To všetko sa stalo po Rakúsko-Uhorskom vyrovnaní, keď bolo uzákonené, že židia môžu zastávať rôzne povolania a funkcie a potenciál židovského obyvateľstva sa naplno prejavil. Takže ku koncu XIX. a v prvých dvoch desaťročiach XX. storočia sa v Maďarsku rozšírila epidémia závislosti na vede, a obzvlášť na matematike. Géniovia prichádzali z Budapeštianskych pôrodníc takým tempom, ako autá vo Fordových závodoch. Dá sa to doložiť veľmi dlhým zoznamom ľudí, ktorých objavy mali zásadný vplyv na udalosti XX. storočia.

Lajos Engländer, narodený 30. januára 1879 v Hódmezővásárhely, už v pestovaní židovskej viery nebol taký aktívny, ako jeho otec. Dokonca si dal zmeniť meno na veľmi jednoduché Erdős. Lajos študoval matematiku v Budapešti na (dnes) Eötvös Lóránd Tudományegyetem, jeho priateľmi boli o. i. Kármán Tódor (= Theodor von Kármán) a Fejér Lipót.

Anna Wilhelm, narodená 6. júla 1880 v Považskej Bystrici, bola pekná modrooká študentka matematiky. Ona do určitej miery dodržiavala židovskú vieru, ale len dovtedy, kým na Jom-kipur (najväčší sviatok, deň modlitieb a pôstu) prišiel jej milý; Anna práve čítala Maupassanta a Lajos jej pripomenul tento rozpor. Pochopila jeho logický argument, rozplakala sa a rozhodla sa, že nebude striktne dodržiavať židovské zvyklosti. Lajos a Anna sa vzali v roku 1905 a mali dve dcéry, Kláru (10. 1. 1906) a Magdu (1. 10. 1907). Keď sa v Budapeštianskej nemocnici 26. marca 1913 narodil syn Pali, v meste zúril šarlach, ktorému obe sestry podľahli v deň narodenia brata. Pali bol zázračné dieťa, ale podľa rodičov boli obe jeho sestry múdrejšie.

Pali v roku 1930 výborne zmaturoval a keďže (v podstate protižidovský) zákon *numerus clausus* z roku 1920 bol v roku 1928 zjemnený, bolo mu umožnené študovať zároveň na Budapesti Tudományegyetem (prírodovedecká fakulta) a aj na Budapesti Műszaki Egyetem (technika). Medzi jeho učiteľov tak patrili také osobnosti, ako Lipót Fejér, József Kürschák a Dénes Kőnig. Ako 19-ročný (1932) vymyslel elementárny dôkaz Čebyševovej vety: „Ak $n > 1$, potom existuje prvočíslo medzi n a $2n$.“ Doktorskú dizertáciu mal hotovú ako 19 ročný, ale musel počkať, kým dokončí univerzitu, takže doktorát robil „až“ ako 21-ročný v roku 1934. (Neskôr Erdős váhou svojej autority dosiahol, že jeden z jeho najlepších žiakov, Laci Lovász dostal od Akadémie titul CSc. už vo 4. ročníku univerzity, teda rok pred jej ukončením.)

Pál Erdős používal špeciálny slovník:

epsilon	= epsilon	= dieťa

boss	= šéf	= manželka
slave	= otrok	= manžel
captured	= bol uväznený	= oženil sa
liberated	= bol oslobodený	= rozviedol sa
noise	= hluk	= hudba
poison	= jed	= alkohol
plus sign	= znamienko plus	= katolícky kríž
he died	= zomrel	= skončil s matematikou
Sam	= Samuel	= USA
Joe	= Jozef	= Sovietsky zväz
long wave length	= dlhé vlny	= komunista

Označenie *fašista* používal v najneočakávanejších súvislostiach a Boha označoval SF (Supreme Fascist), teda Najhlavnejší Fašista, lebo ho zvykne trápiť tým, že mu skryje okuliare, ukradne mu pas, narobí uzlíky na šnúrkach jeho topánok a dokonca dočasne premiestni ulicu, ktorú Pali práve hľadá. Počas života často narazil na také „fašistické“ organizácie, ako Dekanát, Maďarská tajná polícia, dopravná polícia Los Angeles, imigračný úrad USA a podobne. Keď mu jedna mačka poškriabala ruku, Erdős na ňu zakričal: „Si fašista!“ Pani domáca protestovala, lebo ako by mohla byť mačička fašistom, ale Erdős odvetil: „Len sa spýtaj myši!“ Keď v r. 1933 zatkli Erdősovho priateľa Laciho Alpára, Erdős poznamenal: „Laci študuje Jordanovu vetu zvnútra.“ Ak sa niekto oženil, tak „bol uväznený“. Podľa Erdősa komunisti sú na dlhých vlnách, lebo vo viditeľnom spektre práve červená farba má najväčšiu vlnovú dĺžku.

Ako všetci Maďari, nikdy sa nenaučil anglicky bez cudzieho prízvuku. Jeho priatelia sa výborne bavili, keď na otázku svojej mamičky – ktorú vždy volal *anyuka* – že ako sa povie slivka po anglicky, suverénne odpovedal „Plömm, *anyuka*, plömm”. Chválil sa, že už ako 10-ročný vedel plynule anglicky. Áno, vedel, ale keď jeden režisér oveľa neskôr natočil o ňom anglicky nahovorený dokumentárny film, tak obraz doplnil titulkami zakaždým, keď hovoril Erdős.

Nemal manželku ani deti, nemal vodičák. Po svete chodil s poloprázdnym kufrom. Na rozdiel od fámy, že nemá ani šekovú knižku, mal ich až dve – ale až o dosť neskôr: jednu v Budapešti, o tú sa starala *anyuka*, druhú v USA mu založil Ron Graham. V Budapešti mal byt, kde bývala *anyuka*, ale po jej smrti v roku 1971 tam už nikdy nespal; obvykle keď bol po roku 1971 v Budapešti, tak spal v ubytovni Akadémie. A mal aj jeden pár topánok na výmenu a jedny šaty na výmenu ...

Erdős nikdy nemal veľa peňazí, ale ak sa dopočul, že nejaký študent potrebuje peniaze na štúdiá, tak otvoril nielen svoje srdce, ale aj peňaženku a poslal mu šek. Zakaždým keď bol v Madrase, poslal svoj honorár chudobnej manželke Srinivasu Ramanujana – aj keď osobne nepoznal ani jeho, ani ju, ale jeho práce naňho mimoriadne zapôsobili.

Keď v roku 1983 dostal Wolfovu cenu, ktorá okrem (v podstate Nobelovskej) slávy obnášala aj 50 000 $, tak si z nich nechal len 720 $. Na uctenie pamiatky svojich rodičov a ako poďakovanie za prichýlenie v roku 1954 dostala Technion Haifa 30 000 $ na založenie postdoktorandskej nadácie a zvyšok rozdal na súťažné ceny a študijné trovy pre mladých matematikov.

2 Práca – chudobný je ten, kto má len odpovede

Po dovŕšení 20-ky málokedy spal v jednej posteli dlhšie ako týždeň. Pamätal si mená manželiek matematikov, mená ich detí, mená domácich zvierat a čo kedy kto povedal. Mal rád *epsilony*, teda deti, a deti ho zbožňovali. Pamätal si telefónne čísla, vek, koho čo zaujíma a na čom práve pracuje. Za pár sekúnd rozmýšľania vedel povedať, že dôkaz podobnej vety sa nachádza na strane 37 neznámeho ruského lokálneho časopisu z roku 1922. Ak napr. vo Varšave stretol matematika, rozhovor začal priam strašidelne druhou polovičkou tej vety, pri ktorej pred dvomi rokmi rozhovor prerušili. Dátum Szekeresovej svadby s Eszter Klein si pamätal nasledovne: bolo to 1 deň potom, ako Vinogradov dokázal Goldbachovu hypotézu. Na konferenciách chodil ako veľmajster pri šachovej simultánke od skupinky ku skupinke, započúval sa, povedal pár podstatných viet a išiel ďalej. Dokázal totiž v zlomku sekundy prepnúť myšlienky a bleskurýchle vyhľadať a použiť všetky relevantné informácie o každom probléme, s ktorým sa niekedy zaoberal. Občas po 5-minútovom rozhovore v prestávke konferencie podal mladému matematikovi do rúk papierik, na ktorom boli naznačené hlavné body dôkazu problému, s ktorým sa dotyčný zaoberal. Toto musel mať samozrejme pripravené, ale boli aj prípady, že priamo počas takého krátkeho rozhovoru niečo naškriabal na kúsok papiera a spolubesedník našiel na ňom hlavnú myšlienku dôkazu, takže mohol napísať článok.

Ernst Straus raz povedal, že matematiku 20. storočia ovládajú tvorcovia teórií, teda tvorcovia obrovských štruktúr, ktoré vnesú svetlo do rôznych oblastí matematiky. Erdős mal k tomu iný postoj a na prednáškach neraz zdôrazňoval, že aj najmenšie deti dokážu položiť otázky, na ktoré ani dospelí nevedia odpovede. Celý jeho prístup k matematike bol charakterizovaný kladením otázok. Erdős hovorieval, že *ak vyšetríme starostlivo vybrané stromy, nájdeme celý les*. Tým naznačoval, že dobre položené otázky sú mimoriadne dôležité, lebo ak sa na ne nájdu odpovede, tak vznikne celé odvetvie matematiky. Nie všetci s tým súhlasili. Napr. Saunders Mac Lane podceňoval prístup k matematike, ktorý je známy pod názvom *Problem Solving* a považoval ho za druhoradý. Veď o teórii sa dá prednášať celý semester, prípadne aj viac semestrov. Erdős však mal vlastnosť, že vedel postaviť mimoriadne jednoduché otázky, ktoré sa práve v dôsledku takmer triviálnych formulácií týkali samotnej podstaty problému. Mac Lane si neuvedomil, že ak má vzniknúť niečo naozaj nové, tak to nevznikne ako ucelená teória, ale obvykle ako sólová otázka. A potom samozrejme odpoveď. A keď je tých otázok veľa a je aj nemálo odpovedí, tak vznikne teória. Takže chudobný je ten, kto má len odpovede.

Pál Erdős svojimi otázkami – a samozrejme aj odpoveďami – vytvoril veľa nových a enormne užitočných oblastí matematiky. Ako príklad môžeme uviesť nasledovnú otázku: „Čo sa stane, ak ku grafu náhodne pridáme jednu hranu?“ Kým počet hrán nedosiahne polovičný počet vrcholov, tak sa v podstate nič nedeje – graf pozostáva z viacerých menších komponentov, tzv. súvislých podgrafov. Potom sa však stane zázrak: *náhodné* pridanie niekoľko málo hrán spôsobí, že graf sa stane takmer súvislým. Mimoriadne sa to podobá na tzv. fázové prechody – vznik dopravnej zápchy alebo zamrznutie vody. Po úvodnom článku Erdősa a Rényiho vzniklo niekoľko sto ďalších prác, mnoho kníh a konferencií, pretože ide o analýzu sietí, a v konečnom dôsledku aj o analýzu štruktúr života.

3 Sam, Joe a ostatní

Po získaní doktorátu v roku 1934 odišiel Erdős do Manchestru k L. Mordellovi. Tam vznikla okrem iného aj slávna kombinatorická veta trojice Erdős – Ko – Radó v roku 1938, ktorá bola publikovaná až v roku 1961.

Roky 1938 – 39 strávil na Institute for Advanced Study (Princeton). Tam spolu s Aurélom Wintnerom a poľským matematikom Markom Kacom položil základy pravdepodobnostnej teórie čísel. V tomto slávnom ústave sa spoznal o. i. aj s Albertom Einsteinom a Stanislavom Ulamom; Jancsiho Neumanna (= John von Neumann) poznal už dávnejšie zo skupiny Anonymus v Budapešti. Podrobný rozbor pohybu P. Erdősa a najmä pozadia toho pohybu v rokoch 1939 – 48 by zabral veľmi veľa miesta, preto spomeniem len niektoré charakteristické momenty.

Stan Ulam pozval Erdősa do riešenia prísne tajného programu Manhattan. Erdős napísal otvorenú pohľadnicu do Los Alamos, adresátom bol Péter Lax: „Milý Péter, moji špióni mi hlásia, že strýko Sam pracuje na atómovej bombe. Napíš mi, či je to pravda." V liste pre Ede Tellera napísal, že po vojne sa chce vrátiť do Maďarska, takže Teller ho do programu Manhattan nevzal. Kemény János a Péter Lax pozvali Erdősa v Santa Fé do vychýrenej reštaurácie La Fonda, rozhovor prebiehal po maďarsky, ale Erdős nevydržal a hodne nahlas sa spýtal: „And how is work going with the A-bomb?"

V roku 1941 na Long Island išiel na prechádzku s jedným americkým (Arthur Stone) a jedným japonským priateľom (Shizuo Kakutani). Tak sa ponorili do rozhovoru, že si nevšimli tabuľku ZÁKAZ VSTUPU! Japonec dokonca odfotil svojich priateľov, ale v pozadí bol radar. Samozrejme, vzali ich do väzby. Erdős na otázku: „Ako to, že ste si tú tabuľu nevšimli?" úprimne odpovedal: „Rozmýšľal som." „A o čom?" „No predsa o matematike." Erdősa prepustila FBI až vtedy, keď sa zaňho zaručil Oswald Veblen. Kakutanimu sa podarilo v r. 1942 vrátiť na jednej švédskej lodi do Japonska. Neskôr po vojne Kakutaniho návrat do USA bol uľahčený práve touto epizódou, lebo FBI už mala prehľad.

V roku 1948 sa Erdős konečne dostal do Budapešti za milovanou *anyukou*. Zistil, že z jeho piatich strýkov a stryní sa štyria stratili v holocauste, podobne ako Géza Grünwald, Dezső Lázár a mnohí jeho priatelia a známi. Dénes Kőnig (autor prvej učebnice o teórii grafov) spáchal samovraždu, keď ho chceli nasťahovať do ghetta. Dozvedel sa aj to, že Turána po vojne zastavila ruská patrola, lebo na Stalinov rozkaz posielali ľudí do gulagu na *maleňkij rabot*. Turán v tých zmätočných časoch stratil doklady pár dní predtým. V roku 1935 však Turánovi vyšiel v Tomsku spoločný článok s Erdősom a keďže našiel v taške jeden exemplár, podal ho namiesto dokladov. Ruského vojaka tak dojal fakt, že vidí po rusky písaný článok, že Turána prepustil. Turán o príhode referoval Erdősovi tak, že „bola to prekvapivá aplikácia teórie čísel v praxi". Lenže aby sa Erdős vyhol silnejúcemu politickému tlaku, tak sa z Budapešti rýchle vrátil do USA.

V roku 1951 János Neumann ako predseda AMS odovzdával Erdősovi Coleovu cenu za výsledky v teórii čísel.

V roku 1953 sa zdalo, že Erdős natrvalo zakotví v USA. Arnold Ross, vedúci katedry matematiky na univerzite Notre Dame (South Bend, Indiana) dal Erdősovi na jeden rok veľkorysú ponuku: mal učiť len jednu hodinu pre vyššie ročníky a pridelil mu asistenta, ktorý by prácu prevzal, keď bude Erdős odcestovaný. Raz sa jeho dvaja spolupracovníci Melvin Henricksen a Leonard Gillam vyprávali o jednom topologickom probléme. Priplietol sa tam Erdős, ktorý sa topológiou nezaoberal. Tí dvaja narazili pritom na problém z teórie množín; v tejto oblasti ale Erdős bol expertom, takže problém rýchle vyriešil a mal tak ďalší spoločný článok. Keď mu tí dva topológovia chceli vysvetliť podstatu problému, tak Erdős sa vraj díval sklenými očami – bez akéhokoľvek záujmu. Henricksen neskôr hovorieval, že Erdős zrejme nikdy nepochopil podstatu ich článku, ale spravil na ňom to, čo bolo ťažké, teda spravil to podstatné. Článok sa ukázal byť veľmi dôležitý v neštandardnej analýze. Je však veľmi nespravodlivé, že vzhľadom na abecedu sa v odvolávkach najčastejšie používa Erdős et al. Erdős bol presvedčeným ateistom, ale na katolíckej univerzite Notre Dame obľuboval najmä debaty s kňazmi. Rušilo ho len to, že – ako sám povedal – bolo tam príliš veľa symbolov plus. Po uplynutí jedného roku mu Ross dal ponuku, ktorá sa nedá odmietnuť: miesto na Notre Dame na dobu neurčitú za takých istých podmienok. Erdős sa zdvorilo poďakoval a odmietol.

Jeho údel „matematik na cestách" pokračoval. V podstate aj keby bol to miesto prijal, nebol by sa v USA udržal. Joseph McCarthy si totiž zaumienil, že očistí Ameriku od červeného nebezpečenstva. Hon na „červené čarodejnice" bol taký silný, že jeden Erdősov priateľ v LA mu nedovolil zavolať zo svojho telefónu do Budapešti *anyuke* k jej 73. narodeninám, lebo sa bál záznamu na telefónnom účte o hovore do komunistickej krajiny. Dokonca do USA nepustili ani britského fyzika Paula Diraca, nositeľa Nobelovej ceny, a Americká psychologická spoločnosť usporiadala svoj kongres v kanadskom Montreale len preto, aby sa cudzinci nemuseli podrobiť ponižovaniu. Lenže aj pre vedcov žijúcich v Amerike vznikol problém s účasťou na zámorských konferenciách. Erdős chcel ísť v roku 1954 do Amsterdamu na kongres, a keďže nemal americké štátne občianstvo, žiadal vízum s možnosťou návratu. Imigračný úrad si s ním chcel pohovoriť. Pripomenuli mu to zatknutie z roku 1941 a jeho korešpondenciu s číňanom Lo Ken Huom, ktorý sa v roku 1949 vrátil z USA do Číny (podľa Henricksena typický Erdősov list začínal takto: „Milý Hua, nech *p* je nepárne prvočíslo ..."). *Anyuka*, teda Erdősova mama, vstúpila do Komunistickej strany, aby neprišla o zamestnanie na sekretariáte Maďarskej akadémie vied. Otázka komisie: „Vrátil by sa Erdős (z Holandska) do Maďarska, keby mal istotu, že maďarská vláda ho pustí nazad do USA?" Erdősova odpoveď: „Samozrejme, veď tam žije moja *anyuka* a mnoho priateľov". Erdős bol síce ľavičiar od narodenia, ale nikdy nebol komunista. Mal zelenú kartu. Lenže jeho úprimné odpovede a „podozrivé styky" stačili na to, aby nedostal spiatočné vízum, teda ak opustí USA, nemôže sa tam vrátiť. Nič nezmohli ani právnici. Jeho priateľ Harold Shapiro deň pred odchodom naňho vykrikoval, že ho zviaže, aby nemohol odcestovať. Erdős na to: „Dobre, tak ma zviaž!" – lebo to bolo jediné, čo by mu zabránilo odcestovať. Aj tak odcestoval, lebo podľa jeho slov „nikdy nedovolím, aby mi Sam a Joe diktovali, kam smiem a kam nesmiem." Z Holandska chcel ísť do Británie. Ale tí ho tam ani nevpustili. Takže po kongrese utiekol do Izraela a v Haife na Technion získal miesto trvalého hosťujúceho profesora a tak sa dostal aj k malému, ale trvalému príjmu. Jeho neskoršiu vďaku vo forme 30 tisíc z Wolfovej ceny som už spomínal.

V dôsledku enormnej snahy Erdősových amerických priateľov (William Pierce, Hubert M. Humhprey, Arnold Ross a mnohí ďalší) mu úrady USA udelili vízum na jeden týždeň, aby sa mohol zúčastniť zasadnutia Americkej matematickej spoločnosti (Boulder, Colorado, 1959), ale musel ho stále sprevádzať jeden americký matematik. Zákaz vstupu do USA však pokračoval a Erdős v listoch priateľom v roku 1962 napísal, že „americká zahraničná politika je neoblomná v dvoch otázkach: nepripustí, aby červenú Čínu prijali do OSN a nepustí Erdősa do USA." Vízum na opakovaný vstup dostal až v novembri roku 1963, keď už bol členom 10 akadémií vied a 15-násobný dr. h. c. Erdős vtedy v listoch priateľom napísal, že „pustili ma sem len preto, že Sam si myslí, že som už príliš starý na to, aby som ho zbavil moci".

V roku 1956 sa stal členom – korešpondentom Maďarskej akadémie vied (američania skúmali aj to, že prečo), roku 1962 sa stal riadnym členom a Alfréd Rényi mu zabezpečil trvalé miesto na Akadémii, takže mohol dostávať aj nejaké pravidelné peniaze. Maďarská vláda mu udelila konzulárny pas, takže sa mohol voľne pohybovať. Odvtedy sa vracal do Maďarska viackrát do roka a od roku 1964 na svoje cesty brával aj svoju *anyuku*. Tá zomrela v Kanade práve na jednej takej ceste (Calgary 1971).

V roku 1960 podnikol cestu Budapešť – Moskva – Leningrad – Moskva – Irkutsk – Ulánbátar – Peking. Tam bol tri týždne so starými priateľmi Chao Ko a Lo Ken Hua, potom odišiel lietadlom do Shanghai a loďou do Hangchou. Odtiaľ putoval ďalej, letecky do Kantonu, potom vlakom do Singapúru a nakoniec do Austrálie za Szekeresovcami (György a Eszter). A toto ani nebol jeho najväčší pohyb, ale dobre to ilustruje, že vraj najistejší spôsob ako ho stretnúť, bolo ostať na mieste, lebo Erdős tadiaľ určite prebehne.

4 Erdős a mládež

Erdős nepretržite vyhľadával mladé talenty. Veľmi rád dával prednášky v Klube mladých matematikov. Ak ho niekto upozornil na nadaného mladého žiaka, tak zariadil, aby mohol mať na tej škole (niekedy aj základnej!) jednu hodinu a potom urobil všetko pre to, aby si ten talent uvedomil svoj dar a aby sa nestratil. Obvyklý postup bol, že mladíka pozval do niektorej vynikajúcej reštaurácie v Budapešti na obed a počas toho sa s ním vyprával – samozrejme o matematike. Jeden taký objav – Béla Bollobás – vysoko vyzdvihoval Erdősovu schopnosť prispôsobiť obsahovú úroveň poslucháčom. Rozoberal také kombinatorické, geometrické a číselnoteoretické problémy, ktoré nevyžadovali žiadne špeciálne vedomosti a mimoriadne zvyšoval záujem tým, že sa venoval aj otvoreným, teda nevyriešeným problémom. A vždy bol pripravený s niekým napísať spoločný článok, ak ten niekto k tomu čo i len trochu prispel. Byť spoluautorom Erdősa bol enormne silný motív pre mladých. Napr. Béla Bollobás napísal svoj prvý článok s Erdősom ako 17-ročný. V roku 1956 odcestoval Erdős do Szegedu za mladým študentom, ktorý sa menoval András Hajnal. Ten má Erdősovo číslo 1/56, teda druhé najmenšie (najmenšie Erdősovo číslo je 1/62 a má ho András Sárközy). Z množstva takto podporovaných mladých spomeňme mená ako Vera T. Sós s Erdősovým číslom 1/35, János Pach, József Pelikán, Laci Lovász (v súčasnosti je prezidentom Maďarskej akadémie vied). Nedá sa však nespomenúť meno Lajos Pósa, ktoré je síce vo vedeckej komunite oveľa menej známe, ale ktorého Erdős považoval za najväčší talent, aký kedy stretol.

V roku 1959 Péter Rózsa (profesorka na ELTE) upozornila Erdősa na 11-ročného chlapca, ktorý z matematiky vie všetko, čo sa na strednej škole dá vedieť. Samozrejme, Erdős ho pozval na obed spolu aj s profesorkou Rózsa. Kým Pósa jedol polievku, Erdős mu dal úlohu: „Dokáž, že ak zvolíme $n+1$ celých čísel medzi 1 a $2n$, budú medzi nimi dve nesúdeliteľné.“ Pósovi sa zastavila lyžica vo vzduchu, a vyslovil dôkaz pozostávajúci z troch slov: „*Kettő közülük szomszédos*.“ V slovenčine sú to 4 slová: „Dve z nich susedia.“ Samozrejme, veď susedné čísla sú určite nesúdeliteľné. Lenže, keď o tomto voľakedy Erdős ako chlapec uvažoval, trvalo mu to takmer 10 minút. Od tejto chvíle sa Erdős Pósovi všemožne venoval, zo zahraničia mu posielal úlohy a vyhľadal ho, keď bol v Budapešti. Keď mal Pósa 13 rokov, vysvetlil mu Erdős nekonečný prípad Ramseyho vety; Pósa za 15 minút pochopil o čo ide, išiel domov, a ešte predtým, ako išiel večer spať, to vyriešil. Pósa napísal svoj prvý spoločný článok s Erdősom ako 14-ročný. „Nikdy som však v Pósovi neprebudil záujem o geometriu,“ hovoril smutne Erdős. Zaoberal sa len tým, čo ho zaujímalo. Ale v tom bol naozaj skvelý.

Dodajme, že Pósa začal učiť matematiku na najvychýrenejšom matematickom gymnáziu v Budapešti, na Fazekas-gimnázium, a po niekoľkých rokoch na ELTE a Akadémii vied sa k práci stredoškolského profesora – našťastie – vrátil. Učil žiakov, ako László Babai, György Elekes, Péter Komjáth, Imre Ruzsa, Rácz Béla András, ... Nie každému musia všetky tie mená niečo hovoriť, ale len títo 5 jeho žiaci získali na IMO spolu okrem troch strieborných a jednej bronzovej aj 8 zlatých medailí (z toho štyrikrát na plný počet 42 bodov) a 4 špeciálne ceny – tie sa získavajú najťažšie. Ak chcete takú mimoriadne silnú skupinu žiakov učiť, musíte byť extratrieda.

O *anyuku* sa Erdős dojemne staral. V jednom novinovom článku sa objavilo, že Erdős každý večer drží *anyuku* za ruku, kým ona nezaspí. Erdős sa urazil a posťažoval sa priateľovi. „Prečo si urazený, vari ju nedržíš za ruku?" „Áno, ale nie *každý* večer." V roku 1971 v Calgary musela *anyuka* do nemocnice. Erdős v podstate nechcel uveriť, že jeho 90-ročná *anyuka* by mohla byť vážne chorá a že umiera. Možno nechápal, čo hovoria lekári, alebo to skôr nechcel chápať a odletel do Edmontonu na prednášku. Po jeho návrate András Hajnal s ním strávil dlhé hodiny na nemocničnej chodbe. Erdős chcel však stále hovoriť o matematike, aby nemusel myslieť na skutočnosť. Zo smrti *anyuky* sa vlastne nikdy celkom nespamätal.

Jedno ráno ho pozdravil priateľ Herbet Wilf: „Dobré ráno, Paul, ako sa máš?"

„Cítim sa mizerne, Herbert."

„Je mi to ľúto, Paul. A prečo?"

„Chýba mi *anyuka*; veď vieš, že umrela."

„Viem, ale to je už predsa 5 rokov, čo umrela."

„Áno, ale *veľmi* mi chýba."

Po smrti *anyuky* začal Erdős pracovať denne 19 hodín. Silná káva už nestačila, tak začal brať tabletky ako amfetamin, benzedrin a podobne, a zapíjal ich silnou kávou ... Nevzal si ale veľa a bral ich len vtedy, keď naozaj veľmi dlho pracoval.

Po smrti *anyuky* hlavnú starostlivosť o Erdősa prevzal Ron Graham s manželkou Fan Chung. „Nenosím so sebou veľa peňazí, ale na cesty si obvykle vezmem asi 1000 dolárov" – hovoril Graham. Erdős to rýchle zistil a požičiaval si od neho tri-štyri stovky, najčastejšie pre maďarských priateľov, ktorí ich veľmi potrebovali. Dlžobu však vždy vrátil. Neskôr Graham založil Erdősovi účet a keďže Erdős bol stále na cestách a nemohol by účty podpisovať, tak sa Ron naučil falšovať Erdősov podpis. Časom sa však ich podpisy začali líšiť do tej miery, že – podľa Rona Grahama – by banka Erdősov podpis ani nepriala. Grahamovci pristavali k svojmu domu jednu izbu s kúpeľňou a telefónom, čo Erdősa mimoriadne potešilo, lebo Graham mal úradný telefón zadarmo a Erdős tak mohol voľne telefonovať po celom svete. Fan hovorila, že „keď bol u nás Erdős na návšteve, tak sme na návšteve mali nielen jeho, ale celé zástupy ľudí, ktorí s ním chceli hovoriť, resp. ktorí dávali naňho pozor, najmä na jeho zdravie." Napr. Graham chcel Erdősa odvyknúť od užívania tabletiek a nazval ho závislákom. Stavili sa o 500 \$, že nevydrží jeden mesiac bez tabletiek. Erdős stávku vyhral a prehlásil: „Ron, ukázalo sa, že nie som závislák. Ale matematiku si uvrhol o mesiac dozadu, lebo za celý mesiac som nemal jediný nápad." A bral tabletky ďalej ...

V Michigane obvykle býval u Yousefa Alaviho. Ten raz v prítomnosti grafárov Erdősa a Grahama na niečo povedal, že to je „totálne nepravidelné!" Grafári, ktorí často skúmajú pravidelné grafy, sa začali zaujímať, ako by sa dal definovať nepravidelný graf. Po krátkom rozhovore sa dohodli na definícii a začali dokazovať vety. Vzniklo veľa článkov, zcela nové odvetvie a Alavi má tak Erdősovo číslo 1.

Človek, ktorý napísal s Erdősom spoločný článok, má Erdősovo číslo 1; ak nemá Erdősovo číslo 1, ale napísal článok s niekým, kto má Erdősovo číslo 1, tak má Erdősovo číslo 2, ... Aby sa dalo rozlišovať medzi vlastníkmi Erdősovho číslo 1, tak bolo zavedené, že ak niekto s ním napísal k článkov, tak má Erdősovo číslo $1/k$.

Erdősovo srdce sa začalo ozývať a aj mozog sa spomalil. Mladý matematik Neil Calkin, jeden z posledných Erdősových spoluautorov, spomína: „Najviac mi je ľúto, že som Erdősa nepoznal, keď bol miliónkrát rýchlejší od ostatných. Keď som ho spoznal ja, bol rýchlejší už len stokrát." Erdős síce spomalil tempo, ale ku koncu roka 1995 a začiatkom 1996 navštívil Atlantu, Memphis, tri mestá v Texase, Bell Laboratories, Rutgers University v New Jersey, New Haven, Baton Rouge, Colorado, Francúzsko a Nemecko. Na tej ceste ho v Kalamazoo odviezli do nemocnice. Keď sa na intenzívke prebral, obrátil sa na okolo stojacich matematikov a prehovoril: „Ralph (Faudree), rozmýšľal som o tom probléme, o ktorom sme hovorili. Už si to skúsil z tej strany?"

5 Prvočísla

Erdős bol zaťažený na prvočísla. Jeho rok narodenia 1913 je prvočíslo, dosiahnutý vek 83 je tiež prvočíslo. Vopred napísal svoj nekrológ, kde zdôraznil: už nebudem ďalej osprostievať! Zomrel vo Varšave 20. septembra 1996 po srdcovom infarkte.

Ak by Marťania chceli nadviazať kontakt s pozemšťanmi, tak za obyvateľov našej planéty najvhodnejšou osobou bol Pál Erdős. Vedel totiž hovoriť jazykom Univerza, a to jazykom prirodzených čísel. Toto napísal v nekrológu *Economist* 5. októbra 1996.

Ten nekrológ je pekný. Boli však napísané aj iné nekrológy a články, ktoré hnevali matematikov obrovskou nespravodlivosťou, keďže neocenili Erdősovu dobrotu a veľkorysosť. Ako odpoveď na nekrológy typu „Umrel človek, ktorý mal rád len čísla" rozpovedal na Erdősovom pohrebe Ron Graham príhodu s konkrétnym menom a zdôraznil že takých príhod boli desiatky. „Mal som známeho, Glen Whitney, nadaný mladý matematik, ktorého prijali na Harvard, ale nevedel vyplatiť školné. Whitney zohnal časť peňazí, ale potreboval viac. Keď som to povedal Palimu, dohodol si s Whitneym stretnutie a požičal mu tisíc dolárov. Bola to obrovská suma od človeka, ktorý málokedy mal u seba viac ako 30 $ a nemal nasporené skoro nič. Erdős s Whitneym dohodol, že pôžičku splatí vtedy, keď raz bude mať z čoho. O pár rokov neskôr Whitney skončil Harvard, učil v Michigane a vyhľadal ma, aby som Erdősovi povedal, že už môže pôžičku splatiť. Upovedomil som Erdősa a on povedal len toľko: *Odkazujem mu, že nech s tými tisíc dolármi spraví to, čo som spravil ja*."

Literatúra

[1] Filep L.: *Egy fehér folt a magyar matematikában – Wintner Aurél*, Természet Világa, 135. évfolyam, 8. szám, 2004.

[2] Marx Gy.: *A Marslakók érkezése*, Akadémiai kiadó, Budapest, 2010 (nezmenené 2. vydanie, 427 strán).

[3] Osobné rozhovory (Erdős Pál, János Pach, Fejes Tóth Gábor, Lovász László, Pelikán József).

[4] Schechter B.: *Agyam nyitva áll! Erdős Pál matematikai utazásai*, (maďarský preklad originálu *My Brain is Open, The Mathematical Journeys of Paul Erdős*, Simon and Schuster, New York, 2000) Vince kiadó és Park kiadó, Budapest, 1999, 191 strán.

Adresa

Doc. RNDr. Vojtech Bálint, CSc.
Fakulta PEDAS, Žilinská univerzita
Univerzitná 1, 010 26 Žilina
e-mail: *vojtech.balint@fpedas.uniza.sk*

ERIC TEMPLE BELL

JINDŘICH BEČVÁŘ

Abstract: This contribution describes the interesting life of Eric Temple Bell (1883–1960), an American mathematician (a specialist in number theory), historian and popularizer of mathematics, writer and poet. Bell's mathematical achievement and his monograph *Algebraic arithmetic* are shortly mentioned. The objects that are named after Bell, i.e. *Bell's numbers*, *Bell's polynomials*, *Bell's triangle* are defined, some their properties are explained. A special attention is paid to the role of Bell's books dealing with history of mathematics, especially to the books *Men of Mathematics*, *The Development of mathematics* and *The Last Problem*. Their influence and impact on the number of outstanding mathematicians, on the history of mathematics and on the popularizing of science are recalled. It is also given a brief overview of Bell's writing science fiction stories.

1 Životní osudy E. T. Bella

Eric Temple Bell se narodil 7. února 1883 ve Skotsku (Peterhead, Aberdeenshire), kde otec James (1837–1896) obchodoval s rybami. Matka se jmenovala Helen Jane Lindsay Lyall. Eric měl sestru Enid (nar. 1878) a bratra Jamese (nar. 1880). V květnu roku 1884 se rodina vystěhovala do USA, žili v San José v Kalifornii, kde se otec nepříliš úspěšně věnoval pěstování ovoce. Po otcově náhlé smrti na počátku roku 1896 (za podivných okolností) se v dubnu matka s dětmi vrátila do Británie. Eric studoval na *Orkney House School* a na *Bedford Modern School*, kde ho uchvátila matematika, zejména problémy teorie čísel. Velký vliv na něho měl učitel Edward Mann Langley.[1]

Po absolvování střední školy roku 1902 přerušil Eric styk s rodinou, vrátil se do Kalifornie (přestože byl přijat na *New College* v Oxfordu a na *University of London*) a začal studovat na *Stanford University*, kde po dvou letech získal bakalářskou hodnost (B.A.). Na další tři roky se místem jeho pobytu stalo San Francisco, kde vyučoval na soukromé škole. Jeho osud zkomplikovalo v dubnu roku 1906 zemětřesení a následný požár. Na poslední chvíli tehdy zakopal své knihy na zahradě, aby je uchránil před ohněm, žár je však poničil. Přesto je uchovával až do smrti.[2]

Roku 1907 pokračoval Bell ve studiu na *University of Washington* (Seattle), na jaře roku 1908 tam získal magisterskou hodnost (M.A.). Po ukončení studia odešel do San José, kde prý sepsal svou první povídku scifi (snažil se vydělat nějaké peníze). V letech 1909 až 1911 vyučoval na *Yreka High School* v Kalifornii. Roku 1910 se jeho ženou stala vdova Jessie Lillian Brown rozená Smith, učitelka na téže škole. Roku 1917 se jim narodil syn Taine Templ, který se stal lékařem.

Na jaře roku 1912 získal Bell po roce studia doktorát (Ph.D.) na *Columbia University* v New Yorku, jeho disertaci *The Cyclotomic Quiary Quintic* vedl Frank Nelson Cole,[3]

[1] Edward Mann Langley (1851–1933) je autorem řady učebnic a zakladatelem časopisu *The Mathematical Gazette* (1894). Na *Bedford Modern School* působil v letech 1878 až 1918.
[2] Viz fotografie na str. 692 v článku [20].
[3] Frank Nelson Cole (1861–1926), americký matematik (viz Bull. AMS 33(1927), 773–777). Věnoval se teorii čísel (prvočísla), algebře (jednoduché grupy) a teorii funkcí. Zasloužil se o rozvoj matematiky v USA a o rozvoj

oponentem byl Cassius Jackson Keyser.[4] Bellova disertační práce rozvíjela Eisensteinovy práce, které zobecňovaly Gaussovy výsledky týkající se konstrukce pravidelných n-úhelníků pravítkem a kružítkem.

Od roku 1912 do roku 1926 působil Bell na *Washington University* nejprve jako instruktor, od roku 1921 jako profesor matematiky. Intenzivně se věnoval matematice, zejména teorii čísel, jeho matematický věhlas postupně rostl, stal se jedním z předních matematiků v USA. Roku 1924 získal Bôcherovu cenu[5] Americké matematické společnosti (*Bôcher Memorial Prize*) za práci *Arithmetical paraphrases* [1], která vyšla roku 1921 v časopisu *Transactions of the American Mathematical Society*. Cena byla rozdělena mezi Erica Temple Bella a Solomona Lefschetze.[6]

V důsledku rostoucího věhlasu mu přicházely počátkem dvacátých let nabídky profesorských míst, resp. hostování na několika univerzitách. V letech 1924 až 1928 Bell přednášel vždy v letním semestru na *University of Chicago*, v zimním semestru roku 1926 na *University of Harvard*. V témže roce přijal nabídku profesury na *California Institute of Technology* (*Caltech*, viz [20], [21]). Roku 1927 měl tzv. *AMS Colloquium Lecture* nazvanou *Algebraic arithmetic*. O deset let později získal zlatou medaili za knihu *Men of Mathematics* (*Gold Medal of the California Commonwealth Club* neboli *The California Book Awards*).[7]

V letech 1927 až 1941 působil Bell v redakčním kruhu časopisu *American Journal of Mathematics* (v letech 1934 až 1938 byl jedním z editorů). V letech 1931 až 1939 byl členem redakční rady časopisu *Transactions of the American Mathematical Society*, od roku 1934 do roku 1949 členem redakční rady časopisu *Philosophy of Science*.

V letech 1924 až 1927 pracoval v radě Americké matematické společnosti (*Council of the American Mathematical Society*), roku 1926 byl jejím viceprezidentem. Od roku 1927 byl členem *National Academy of Science*. Roku 1930 byl viceprezidentem sekce Fyzikální vědy *American Association for the Advancement of Science*. V letech 1931 až 1933 byl presidentem *Mathematical Association of America*. Byl členem několika společností (*Circolo Mathematico di Palermo*, *Calcutta Mathematics Society*, *American Philosophical Society*, *Sigma Xi* a *Phi Beta Kappa*).

Na Caltechu Bell zůstal až do roku 1953, kdy se stal emeritním profesorem. Při této příležitosti dostal od kolegů darem Diofantovu *Aritmetiku* vydanou roku 1670 (viz [20], str. 691–692). Poslední rok svého života byl po vážné srdeční příhodě v nemocnici ve Watsonville, kde zemřel 20. prosince 1960.[8]

Americké matematické společnosti. Často se připomíná jeho vystoupení roku 1903 v Americké matematické společnosti, kdy ukázal, že Mersennovo číslo $2^{67}-1$ není prvočíslem.

[4] Cassius Jackson Keyser (1862–1947), americký matematik se sklony k filozofii. Věnoval se zejména základům matematiky.

[5] Maxime Bôcher (1867–1918), americký matematik (viz Bull. AMS 25(1919), 197–215, 337–350). Pracoval v teorii potenciálu, teorii diferenciálních rovnic, teorii funkcí a matematické fyzice. Je autorem učebnic a přehledových článků. Zasloužil se o rozvoj matematiky v USA, v letech 1909 až 1910 byl prezidentem Americké matematické společnosti.

[6] Solomon Lefschetz (1884–1972), americký matematik (viz Bull. AMS 79(1973), 663–680; Bull. London Math. Soc. 6(1974), 198–217). Věnoval se zejména algebraické geometrii, topologii, diferenciálním rovnicím. Sepsal několik monografií.

[7] Tuto cenu získala řada slavných spisovatelů (John Steinbeck, Ray Bradbury, Czesław Miłosz, Upton Sinclair, William Saroyan, Arthur Hailey, Lawrence Ferlinghetti a další).

[8] O jeho smrti informovaly 22. prosince *New York Times*. Zanedlouho v časopisu *Nature* T.A.A. Broadbent zveřejnil krátký článek nazvaný *Prof. E.T. Bell* (Nature 189(1961), 443).

2 Bellovo dílo

Eric Temple Bell byl matematik (zejména číselný teoretik), historik a popularizátor matematiky, spisovatel a básník. Je autorem více než dvou set matematických prací (analytická teorie čísel, diofantická analýza, kombinatorika, aritmetické funkce, eliptické funkce a jejich aplikace v teorii čísel, historie matematiky atd.), čtyř učebních textů, jedenácti populárních knih, řady povídek a básní. Hodně energie věnoval matematickým časopisům, společnostem, byl aktivním organizátorem odborných i vzdělávacích konferencí. Do jisté míry byl individualistou, nekompromisním bojovníkem proti předsudkům. Mezi jeho záliby patřilo malování (krajinky), zahradničení, péče o domácí miláčky (kočky).

Roku 1927 napsal Bell významnou monografii *Algebraic Arithmetic* [3]. Navázal v ní na své práce *Arithmetical paraphrases* [1] z roku 1921 a *Euler algebra* [2] z roku 1923. Vyšel z Dicksonových[9] axiomů algebry,[10] axiomaticky zavedl základní algebraické pojmy (modul, okruh, grupa atd.) a pokusil se vymezit pojem *aritmetická teorie*. Svým přístupem přispíval k tehdejšímu procesu axiomatizace algebry (a matematiky), který postupně vedl k její exaktní prezentaci.[11] Zavedl mimo jiné dva typy algeber; pracoval s mocninnými řadami, Dirichletovými řadami a číselně teoretickými funkcemi φ a μ. V recenzi Bellovy knihy *Algebraic Arithmetic* [3] Dickson napsal (Bull. AMS 34(1928), 511–512):

This book of marked originality is of vital interest to advanced students in various branches of mathematics, including the theory of numbers, abstract algebra, elliptic and theta functions, Bernoullian numbers and functions and the foundations of mathematics.

A central feature is the new presentation of the author's principle of arithmetical paraphrases, which won him the Bôcher prize in 1924, jointly with Professor Lefschetz. ...

A leading feature of the book seems to the reviewer to be its success in a systematic attempt to find a unified theory for each of various classes of related important problems in the theory of numbers, including its interrelations with algebra and analysis.

This original and scholarly book is an honor to American mathematics.

Poznamenejme, že Bellovu přístupu k algebře se věnoval C. Holling v článku *A tale of mathematical myth-making: E.T. Bell and the 'arithmetization of algebra'* [22].

Eric Temple Bell rovněž zasílal matematické problémy do časopisu *The American Mathematical Monthly*[12] a psal zasvěcené recenze.

V matematice je několik objektů, které nesou Bellovo jméno: *Bellova čísla*, *Bellovy polynomy*, *Bellův trojúhelník*. Základní informaci o těchto pojmech podáme v další části článku.

---

[9] Leonard Eugenne Dickson (1874–1954), americký matematik (viz Bull. AMS 61(1955), 331–345). Věnoval se zejména algebře a teorii čísel, algebraické geometrii a teorii invariantů. Je autorem několika monografií, jeho velkým dílem je třísvazková monografie *History of the Theory of Numbers*, 1919–1923, 486+803+313 stran.

[10] Připomeňme, že Bell napsal obsáhlou recenzi Dicksonovy knihy *Modern Algebraic Theories* z roku 1926 (viz Bull. AMS 32(1926), 707–710). Recenzoval i jeho monografii *Introduction to the Theory of Numbers* z roku 1929 (viz Bull. AMS 36(1930), 455–459).

[11] Viz J. Bečvář: *Algebra na konci 19. a počátku 20. století*, in J. Bečvář, M. Bečvářová (ed.): 32. mezinárodní konference Historie matematiky, Matfyzpress, Praha, 2011, 95–148.

[12] Viz např. Amer. Math. Monthly 20(1913), 64–65; 21(1914), 23, 91, 157; 23(1916), 385; 24(1917), 39, 288, 471; 26(1919), 414, 416; 31(1924), 404.

Eric Temple Bell se profesionálně zabýval vývojem teorie čísel i širších oblastí matematiky. Svědčí o tom jak jeho knihy, tak drobnější historické statě, např. článek *Gauss and the early development of algebraic numbers* [14] z roku 1944. Vedle své vědecké práce stihl sepisovat knihy určené široké veřejnosti, knihy, které srozumitelně a mimořádně poutavě přibližovaly čtenářům zajímavé okamžiky vývoje matematiky, její velké osobnosti a jejich osudy, zajímavé problémy atd. I v těchto knihách se výrazně projevovala jeho láska k číslům.

Čyřicetistránková Bellova knížka *Debunking Science* [4] z roku 1930 se snaží odhalit podstatu vědy, zejména matematiky, ukázat podobnosti a odlišnosti vědy a náboženství. Ukazuje problémy matematiky přelomu 19. a 20. století, kdy byly jednotlivé matematické disciplíny budovány axiomaticky a byly postaveny na nedávno zrozené teorii množin. Objevily se však antinomie, a proto bylo třeba podrobně bádat v základech matematiky. Bell objasňoval základní myšlenky Kroneckera, Cantora, Dedekinda, Russela a Hilberta.

Roku 1931 vydal knihu *The Queen of the Science* [5] o vývoji teoretické matematiky v uplynulém století a o jejímu významu pro teoretickou fyziku (matematická pravda, vymezení matematiky, moderní algebra, pojem tělesa, pole racionálních, reálných a komplexních čísel, význam grup a matic pro kvantovou mechaniku, význam grup pro geometrii, Erlangenský program, rovnice 5. stupně, neeukleidovské geometrie, Reimannova geometrie, teorie relativity, funkce komplexní proměnné, vybudování matematické disciplíny volbou axiomů a postulátů, vnímání nekonečna apod.). Kniha byla určena pro nematematiky, kteří mají zájem se o matematice něco dozvědět. Byla úspěšná; roku 1938 vyšlo její nezměněné vydání.

V první větě této knihy Bell charakterizoval jednak postavení matematiky ve vědě,[13] jednak postavení aritmetiky v matematice (viz [5], str. 1):

Mathematics is queen of the sciences and arithmetic the queen of mathematics. She often condescends to render service to astronomy and other natural sciences, but under all circumstances the first place is her due.

Bellova kniha *Numerology* [6] z roku 1933 je věnována významu čísel v duchovním vývoji lidstva, představám o významu a vlivu čísel na svět a jeho dění. Setkáváme se s Pýthagorem, jeho teorií hudebních intervalů, s výklady některých pasáží Bible, s pokusy vědců vyložit vesmír. Protože byla kniha určena široké veřejnosti, bylo třeba na některých místech objasnit základní matematické pojmy.

Kniha *The Search for Truth* [9] z roku 1934 je podnětným textem o vývoji deduktivního myšlení a zdůvodňování a jeho vztahu k pojmu *pravda*. Je intelektuální historií západní civilizace od starých Egypťanů přes řecké myslitele, kteří objevili důkaz v matematice, dedukci a základy logického budování vědecké teorie (Pýthagoras. Zénón, Aristoteles), k experimentu jako nové metodě novověké přírodovědy (např. Galileo Galilei) a posléze k moderní matematické logice (Tarski, Łukasiewicz). Mimo jiné je diskutována situace, kdy byla deduktivní cestou objevena neeukleidovská geometrie a skončilo dvoutisícileté panování geometrie eukleidovské.

[13] Tuto myšlenku Bell přičítá Gaussovi. Viz poznámka *Note on "The Queen of the Sciences"*, Amer. Math. Monthly 44(1937), 265.

Roku 1937 vydal Bell knihu *The Handmaiden of the Sciences* [10], v níž se věnoval aplikacím matematiky ve vědách. Roku 1951 ji spolu s knihou *The Queen of the Science* [5] přepracoval a publikoval jako jediný svazek (viz [16]).

Všeobecný zájem o matematiku vzbudila roku 1937 Bellova populární kniha nazvaná *Men of Mathematics* [11]. Podává životní příběhy nejvýznamnějších matematiků všech dob (Zénón, Eudoxos, Archimédés, Descartes, Fermat, Pascal, Newton, Leibniz, Bernoulliové, Euler, Lagrange, Laplace, Monge, Fourier, Poncelet, Gauss, Cauchy, Lobačevskij, Abel, Jacobi, Hamilton, Galois, Sylvester, Cayley, Weierstrass, Kovalevská, Boole, Hermite, Kronecker, Riemann, Kummer, Dedekind, Poincaré, Cantor). Vyšla v několika vydáních a překladech, je považována za klasické dílo populární vědecké literatury, je čtena dodnes. G.W. Dunnington v recenzi z roku 1937 (National Math. Magazine 11(1937), str. 406) uvedl:

Dr. Bell is a seasoned, skilful writer with a fluent style; he writes with a realistic, curt, potent wit and stark, frank humor which does not stop short of vigorous, rollicking slang…

Někteří významní matematici vzpomínali, že to byly právě Bellovy knihy, zejména kniha *Men of Mathematics*, které je fascinovaly svou poutavostí, motivovaly ke studiu matematiky a inspirovaly k matematické kariéře (např. Julia Robinson,[14] John Forbes Nash, Jr.,[15] Freeman Dyson,[16] Andrew Wiles[17]). Bell svůj výklad o vývoji matematiky a životních osudech slavných matematiků zpestřoval i anekdotickými příhodami. Snad i proto byly jeho knihy tak oblíbené, některé vycházely (a vycházejí) opakovaně. Jeho přístup byl seriózními historiky někdy kritizován; dnes se však řada autorů často vrací k „vyprávění příběhů“, které nejsou příliš podloženy seriózním historickým výzkumem. Dávají totiž přednost komerčnímu úspěchu svých knih před seriózním podáním historie založeném na pečlivém a časově náročném studiu faktů. Bellovy knihy byly mnohokrát referovány v odborných časopisech,[18] jsou stále čteny, byly a jsou pro vysokou úroveň popularizace oceňovány i odborníky, přestože nejsou zcela historicky přesné a přestože jejich autor někdy příliš volně zacházel s historickými fakty a fabuloval více, než bylo zdrávo.

Ivor Grattan-Guinness[19] v práci *Towards a biography of Georg Cantor*[20] z roku 1971 vyjádřil obecné stanovisko:

---

[14] Julia Hall Robinson (1919–1985), rozená Bowman. Věnovala se algebře a teorii čísel, přispěla k vyřešení 10. Hilbertova problému. Viz Math. Intelligencer 8(1986), č. 2, 77–79, 14(1992), č. 4, 38–45, 15(1993), č. 1, 75, Notices AMS 32(1985), 739–742, 55(2008), 573–575, Amer. Math. Monthly 80(1973), 233–269.

[15] John Forbes Nash, Jr. (1928–2015), americký matematik, geniální, ale duševně nemocný (paranoidní schizofrenie). Věnoval se teorii her, diferenciální geometrii, parciálním diferenciálním rovnicím. Roku 1994 získal Nobelovu cenu za ekonomii, roku 2015 (spolu s Louisem Nirenbergem, nar. 1925) Abelovu cenu (*Abel Prize*). O jeho životě pojednává kniha S. Nasar nazvaná *A Beautiful Mind* z roku 1998, podle níž byl roku 2001 natočen stejnojmenný film (v hlavní roli Russell Crowe). Viz Duke Math. J. 81(1995), i–v, 1–29, Math. Intelligencer 17(1995), č. 3, 11–17.

[16] Freeman Dyson (nar. 1923), americký teoretický fyzik a matematik (viz Communications in Mathematical Physik 252(2004), 3–5). Pracoval hlavně v kvantové elektro-dynamice a astronomii.

[17] Andrew Wiles (nar. 1953), britský matematik. Intenzivně se věnoval teorii čísel, roku 1994 dokázal Velkou Fermatovu větu, roku 2016 získal Abelovu cenu. Čtenáře lze odkázat na populární knihu S. Singa *Velká Fermatova věta,* Academia, Praha, 2000.

[18] Viz přehled literatury v závěru tohoto článku, kde jsou uvedeny i recenze.

[19] Ivor Grattan-Guinness (1941–2014), světově uznávaný matematik a historik matematiky. Viz Historia mathematica 42(2015), 385–406.

[20] Annals of Science 27(1971), 345–391.

… perhaps the most widely read modern book on the history of mathematics. As it is also one of the worst, it can be said to have done a considerable disservice to the profession.

Rosine G. van Oss kritizovala Bella roku 1983 kvůli nepřesnosti týkající se časoprostoru a připomněla, že tuto základní myšlenku prezentoval již roku 1754 d'Alembert.

There is a general impression based on the widely read book of E.T. Bell that Lagrange, in his Mécanique Analytique, was the first to have connected time to space as a fourth coordinate. ... However, Lagrange did not express these thoughts quite as precisely as Bell seems to imply ... Thus, it is far from certain after consulting the original text whether or not Lagrange came close to formulating, even in his own mind, the concept credited to him by Bell. Bell adds that while Lagrange did not publish these remarks until 1788, he actually projected the entire work in 1755, as a boy of nineteen in Turin.[21]

Dosti krutý odsudek vyjádřil roku 1984 Clifford Truesdell:

... [Bell] *was admired for his science fiction and his Men of Mathematics. I was shocked when ... Walter Pitts told me the latter was nothing but a string of Hollywood scenarios; my own subsequent study of the sources has shown me that Pitts was right, and I now find the contents of that still popular book to be little more than rehashes enlivened by nasty gossip and banal or indecent fancy.*[22]

Bellova kniha *Man and His Lifebelts* [12] z roku 1938 se matematiky ani vědy netýká.

Velký úspěch měla i Bellova kniha *The Development of Mathematics* [13] z roku 1940, která je věnována vývoji matematických idejí od nejstarších dob. Klade důraz na témata týkající se 19. a 20. století, na vztahy matematiky a příbuzných věd (zejména mechaniky), nevyhýbá se ani počtu pravděpodobnosti (Méré, Pascal, Laplace). Pozoruhodné je, že autor ve své knize dospěl až do roku 1940 a reagoval na nejnovější výsledky (Gödelovy věty, Neugebauerovy práce o matematice v Mezopotámii). Druhé vydání z roku 1945 bylo rozšířeno asi o padesát stran; zvětšný rozsah knihy prospěl zejména výkladu o vývoji teorie pravděpodobnosti.

Bell prokázal svou lásku k teorii čísel i v knize *The Magic of Numbers* [15] z roku 1946, která pojednává o řeckých filozofech, Pýthagorovi, pýthagorejcích a jejich vlivu na Platóna a jeho školu, o číselném mysticismu, o tom, jak se na čísla a jejich roli ve světě, filozofii a teologii dívali významní myslitelé jako byli R. Bacon, M. Kusánský, G. Bruno, G. Galilei, G. Berkeley, I. Newton, G. Saccheri, N.I. Lobačevskij, I. Kant a další, a jak se v jejich myšlení odrážely ideje řeckých filozofů.

Roku 1951 vydal Bell přepracovaná témata svých knihy [5] a [10] z let 1931 a 1937 v knize nazvané *Mathematics, Queen and Servant of Sciences* [16]. Obsahuje nejen zajímavé partie týkající se moderní matematiky (grupy, okruhy, svazy, matice, algebry, Galoisova teorie, teorie čísel atd.), ale i otázky základů matematiky, matematické pravdy

---

[21] Rosine G. van Oss: *D'Alembert and the Fourth Dimension*, Historia mathematica 10(1983), 455–457. Citáty jsou ze strany 455.

[22] C. Truesdell: *Genius and the establishment at a polite standstill in the modern university: Bateman*, In C. Truesdell (ed.): *An idiot's fugitive essays on science: Methods, Criticism, Training, Circumstances*, Springer-Verlag, New York, Berlin, Heidelberg, Tokyo, 1984, xvii+654 stran; 403–438. Citát je ze stran 423–424.

a nekonečna. Velmi podnětné jsou i prezentované aplikace, zejména v astronomii a fyzice (výpočet dráhy a následný objev planety Neptun apod.), a jejich vliv na další rozvoj vlastní matematiky. Zajímavý materiál je podán ve vzájemných souvislostech, navíc je propojen s řadou historických faktů (četné biografické a filozofické aspekty). V novém vydání z roku 1987 je připojen úvod Martina Gardnera,[23] v němž uvádí na pravou míru některé nepřesnosti Bellovy knihy.

Roku 1961 vyšla (posmrtně) Bellova kniha *The Last Problem* [17], která podává populární výklad historie problematiky související s tzv. *Velkou Fermatovou větou* a kombinuje historii matematiky se sociální historií. Bell se nejprve soustředil na starší období vývoje matematiky, zejména na výsledky, s nimiž přišli řečtí myslitelé. Podrobněji se pak věnoval 17. století, tj. době Fermatově. Tehdejší rozvoj teorie čísel velmi silně ovlivnil tisk Diofantovy *Aritmetiky* z roku 1621 (vydal Claude Gaspard Bachet de Méziriac), do níž si Fermat dělal poznámky a mimo jiné zde uvedl tvrzení, kterému se později začalo říkat Velká Fermatova věta. Bell psal svou poslední knihu v nemocnici, nestačil ji však dokončit. Krátkou poznámku o nedávném vývoji této problematiky (do roku 1960) proto připojil Derrick Henry Lehmer.[24] K novému vydání z roku 1987 přidal další aktualizaci Underwood Dudley (nar. 1937).

Právě Bellova kniha *The Last Problem* vzbudila velký zájem mladého Andrewa Wilese, který o mnoho let později tento slavný problém vyřešil. Motivován byl prý Bellovou značnou skepsí týkající se nalezení důkazu tohoto tvrzení.

3 John Taine („druhé já“ E.T. Bella)

Eric Temple Bell psal rovněž básně (pod pseudonymem James Temple nebo zkratkou J.T.). Již někdy kolem roku 1916 sepsal větší dílo *A Californian Valley*. V psaní dlouhých básní pokračoval ve dvacátých letech (např. *The Scarlet Night*). Jako básník však úspěch neměl. Dvě sbírky, které vydal vlastním nákladem, ohlas neměly.

Pod pseudonymem John Taine[25] napsal Bell řadu povídek či novel. Dnes je řadíme k žánru scifi, který se tehdy teprve rodil. První takovouto povídku napsal prý již během svého pobytu v San José, většinu jich stvořil ve dvacátých a třicátých letech. Psal je ve dnech volna a o prázdninách, manželka mu je přepisovala a editovala. Připomeňme jejich názvy: *The Purple Sapphire* (E.P. Dutton, New York, 1924),[26] *The Gold Tooth* (E.P. Dutton, New York, 1927), *Quayle's Invention* (E.P. Dutton, New York, 1927), *Green Fire: The Story of the Terrible Days in the Summer of 1990: Now Told in Full for the First Time* (E.P. Dutton, New York, 1928), *The Greatest Adventure* (E.P. Dutton, New York, 1929),[27] *The Iron Star* (E.P. Dutton, New York, 1930),[28] *The Ultimate*

[23] Martin Gardner (1914–2010), známý americký matematik a popularizátor vědy, autor proslulých sloupků *Mathematical Games* (1956 až 1981) v časopisu *Scientific American*. Viz Nature 465(2010), č. 7300, 884.

[24] Derrick Henry Lehmer (1905–1991), americký matematik věnující se teorii čísel (viz Acta Arithmetica 62(1992), 207–220; Notices AMS 40(1993), 31–32). Jeho jméno figuruje v tzv. Lucasově-Lehmerově testu pro zjišťování prvočíselnosti Mersennových čísel.

[25] Připomeňme, že syn Erica Temple Bella se jmenoval *Taine* Temple Bell.

[26] Roku 1948 vyšel reprint povídky v edici Famous Fantastic Mysteries. Text je dostupný na adrese http://www.unz.org/Pub/FantasticMysteries-1948aug-00008.

[27] Povídka vycházela na pokračování roku 1944. Reprint: Ace Books, New York, 1960. Text je dostupný na adrese http://www.unz.org/Pub/FantasticMysteries-1944jun-00008.

[28] Povídka vycházela na pokračování roku 1943. Vyšla též francouzsky (*L'etoile de fer*, 1963) a italsky (*La stella di ferro*, 1981). Anglický text je dostupný na adrese http://www.unz.org/Pub/FantasticMysteries-1943sep-00008.

Catalyst (1939),[29] *The Time Stream* (1931),[30] *Seeds of Life* (1931),[31] *Before the Dawn* (Williams and Wilkins, Baltimore, 1934),[32] *Twelve Eighty-Seven* (1935), *The Black Goldfish* (Fantasy book, seriál 1948/49), *Three Science Fiction Novels* (Dover, New York, 1964),[33] *The Forbidden Garden* (Reading, Fantasy Press, Pennsylvania, 1947), *The Cosmic Geoids and One Other* (Fantasy Publishing Company, Los Angeles, 1949),[34] *The Crystal Horde* (Reading, Fantasy Press, Pennsylvania, 1952),[35] *G.O.G. 666* (Reading, Fantasy Press, Pennsylvania, 1954), *Seeds of Life and White Lily* (Dover, New York, 1966).[36] Některé Bellovy povídky se objevily i v antologiích scifi povídek.[37]

Ve své době byly Bellovy povídky velmi oblíbené, dnes, po sedmi až devíti desetiletích od svého vzniku, již nejsou tak atraktivní. Mnohé jsou víceméně zapomenuty, jiné však byly znovu a znovu vydávány, některé jsou dostupné i na internetu.

V krátkém článku *The double life of Dr. Bell* je tato pěkná historka ([25], str. 14):

The division of labor led the editor of the local Pasadena Star-News to indulge in a sly intramural joke when Bell's serious work, The Magic of Numbers, appeared in 1946. He had the book reviewed by Taine.

John Taine gave it a rave review, in which he even quoted from the book jacket which said that "with matchless wit and insight, Eric Temple Bell has made The Magic of Numbers … a human history … a living biography of the men who played and play so great a part in one scientific and philosophical development".

"I agree," wrote Mr. Taine.

There was at lest one subscriber to the Pasadena Star-News who was not in on the joke though. In an angry letter to the editor she complained that it was an insult to the august Dr. Bell to have his book reviewed by a science-fiction writer.

Poznamenejme, že Bell je rovněž autorem většího počtu krátkých povídek a esejí.

Ve veřejných knihovnách České republiky se mnoho Bellových titulů nevyskytuje. Několikrát najdeme dva jeho nejznámější tituly (*Men of Mathematics, The Development of Mathematics*), jedenkrát se objeví v katalozích knihy *The Magic of Numbers* a *Numerology*. Souborný katalog České republiky bohužel neuvádí žádný titul Johna Taine.

[29] Původně byla povídka vydána pod Bellovým jménem. V italském překladu *Il catalizzatore finale* (2006).

[30] Povídka vycházela na pokračování v roce 1931/32 (Wonder Stories). Vydala ji též Buffalo Book Company, Providence, 1946. Vyšla též francouzsky (*Le flot du temps*, 1957) a italsky (*Il flusso del tempo*, 1992).

[31] Povídka vycházela na pokračování roku 1931 (Amazing Stories Quarterly). Další vydání: Reading, Fantasy Press, Pennsylvania, 1947, 1951, francouzsky (*Germes de vie*, 1953), italsky (*L'uomo che visse nel futuro*, 1954, 1981).

[32] Povídka byla původně vydána pod Bellovým jménem. Na pokračování vycházela roku 1946, později ji vydalo Arno Press, 1975. Viz http://www.unz.org/Pub/FantasticMysteries-1946feb-00010.

[33] *The Time Stream*, *The Greatest Adventure* a *The Purple Sapphire*.

[34] Povídka vycházela na pokračování v období 1954/55.

[35] Povídka poprvé vyšla roku 1930 pod názvem *White Lily* (Amazing Stories Quarterly). Vyšla též italsky (*L'orda di cristallo*, 1962).

[36] Povídka vyšla též roku 1951; dále vyšla francouzsky (*Germes de vie*, 1953) a italsky (*L'uomo che visse nel futuro*, 1954, 1981).

[37] V antologii scifi povídek *The Great SF Stories 1* (ed. I. Asimov) z roku 1939 je uvedena Bellova povídka *The Ultimate Catalyst.*

4 Bellova čísla, Bellovy polynomy

Bellovo číslo $b(n)$ se definuje jako počet všech ekvivalencí na n-prvkové množině, což je počet všech disjunktních rozkladů n-prvkové množiny. Pro malá přirozená čísla n hodnoty $b(n)$ snadno zjistíme vypsáním všech disjunktních rozkladů:

$$b(1) = 1, \quad b(2) = 2, \quad b(3) = 5, \quad b(4) = 15.$$

Eric Temple Bell k posloupnosti těchto čísel dospěl roku 1934 v práci *Exponential numbers* [8].[38] Většinou se k ní připojuje ještě nultý člen $b(0) = 1$. Obecný člen této posloupnosti lze vyjádřit rekurentně vzorcem

$$b(n+1) = \mathbf{C}(n,0)\cdot b(0) + \mathbf{C}(n,1)\cdot b(1) + \cdots + \mathbf{C}(n,n)\cdot b(n),$$

kde $\mathbf{C}(n, k)$ jsou kombinační čísla. Každý člen posloupnosti $b(0)$, $b(1)$, $b(2)$, … (kromě prvního) je tedy lineární kombinací předchozích členů. Pomocí tohoto vzorce můžeme relativně snadno počítat další členy posloupnosti. Je tedy

$$b(5) = 52, \quad b(6) = 203, \quad b(7) = 877, \quad b(8) = 4\,140, \quad b(9) = 21\,147,$$

dalšími členy posloupnosti Bellových čísel jsou čísla

$$115\,975,\ 678\,570,\ 4\,213\,597,\ 27\,644\,437,\ 190\,899\,322,\ 1\,382\,958\,545,\ 10\,480\,142\,147$$

atd. Na internetu lze nalézt prvních tisíc Bellových čísel; číslo $b(1\,000)$ má více než 1900 cifer.

Bellova čísla můžeme vzít jako první řádek tzv. *diferenčního schématu*, v němž prvky každého řádku (kromě prvního) jsou rozdíly prvků předchozího řádku, jak je naznačeno v následující tabulce.

$b(1)$	$b(2)$	$b(3)$	$b(4)$	$b(5)$
$b(2)-b(1)$	$b(3)-b(2)$	$b(4)-b(3)$	$b(5)-b(4)$	...
$b(3)-2b(2)+b(1)$	$b(4)-2b(3)+b(2)$	$b(5)-2b(4)+b(3)$	...	...
$b(4)-3b(3)+3b(2)-b(1)$	$b(5)-3b(4)+3b(3)-b(2)$	...	...	...
$b(5)-4b(4)+6b(3)-4b(2)+b(1)$	...	...	...	...
...	...	...	...	...

Lze ukázat, že v prvním sloupci tohoto schématu je rovněž Bellova posloupnost, neboť

$b(1) = b(2) - b(1)$, tj. $b(2) = 2\,b(1)$,

$b(2) = b(3) - 2b(2) + b(1)$, tj. $b(3) = 3b(2) - b(1)$,

[38] Termín *Bellovo číslo* použili poprvé H.W. Becker a J. Riordan v práci *The arithmetic of Bell and Stirling numbers*, Amer. J. Math. 70(1948), 385–394. O Bellových číslech viz např. A. Nijenhuis, H.S. Wilf: *Combinatorial Algorithms*, Acad. Press, New York, San Francisco, London, 1978. Viz též G.-C. Rota: *The number of partitions of a set*, Amer. Math. Monthly 71(1964), 498–504; M. Cohn, S. Even, K. Meger, Jr., P.K. Hooper: *On the number of partitionings of a set of n distinct objects*, Amer. Math. Monthly 69(1962), 782–785; R.J. Clarke, M. Sved: *Derangements and Bell Numbers*, Math. Magazine 66(1993), 299–303.

$$b(3) = b(4) - 3b(3) + 3b(2) - b(1), \qquad \text{tj.} \qquad b(4) = 4b(3) - 3b(2) + b(1),$$

$$b(4) = b(5) - 4b(4) + 6b(3) - 4b(2) + b(1), \qquad \text{tj.} \qquad b(5) = 5b(4) - 6b(3) + 4b(2) - b(1),$$

tj. že platí vzorec

$$b(n+1) = [1 + \mathbf{C}(n, 1)] \cdot b(n) - \mathbf{C}(n, 2) \cdot b(n-1) + \mathbf{C}(n, n-2) \cdot b(n-2) - \cdots$$
$$\cdots + (-1)^{n+1} \cdot \mathbf{C}(n, n) \cdot b(1).$$

V konkrétních číslech vypadá předchozí diferenční schéma takto:

1	**2**	**5**	**15**	**52**	**203**	**877**	**4140**
1	**3**	**10**	**37**	**151**	**674**	**3263**	**17007**
2	**7**	**27**	**114**	**523**	**2589**	**13744**	
5	**20**	**87**	**409**	**2066**	**11155**		
15	**67**	**322**	**1657**	**9089**			
52	**255**	**1335**	**7432**				
203	**1080**	**6097**					
877	**5017**						
4140							

Diferenční schéma lze snadno využít k postupnému počítání Bellových čísel. Vyjdeme ze známých členů $b(1), \ldots, b(k)$, které zapíšeme do prvního sloupce schématu, postupně dopočítáme odpovídající trojúhelník. Tím získáme v prvním řádku následující Bellovo číslo $b(k+1)$, připíšeme je do prvního sloupce a pokračujeme ve výpočtu. Někdy se výše uvedené schéma nazývá *Bellův trojúhelník*.

Bellova čísla mají exponenciální generující funkci

$$F(x) = \exp\,(e^x - 1) = b(0) + b(1) \cdot x^1 + \ldots + b(n) \cdot x^n \cdot (n!)^{-1} + \ldots$$

Koeficienty $b(n)$, tj. Bellova čísla, se pro $n = 1, 2, \ldots$ dají vyjádřit ve tvaru

$$b(n) = \mathrm{d}^n / \mathrm{d}x^n \left[\exp\,(e^x - 1)\right] \Big|_{x=0}.$$

Bellova čísla úzce souvisí s tzv. *Stirlingovými čísly druhého druhu*,[39] která označíme symbolem $S\,(n, k)$. Číslo $S\,(n, k)$ je definováno jako počet disjunktních rozkladů n-prvkové množiny na k podmnožin. Snadno zjistíme, že

$$S(1,1) = 1, \quad S(2,1) = 1, \quad S(2,2) = 1, \quad S(3,1) = 1, \quad S(3,2) = 3, \quad S(3,3) = 1$$

atd. Vztah Bellových čísel a Stirlingových čísel druhého druhu tedy ukazuje vzorec

$$b(n) = S(n,1) + S(n,2) + \ldots + S(n,n).$$

[39] James Stirling (1692–1770), skotský matematik. Studoval algebraické křivky, pracoval v diferenciálním počtu (řady, nekonečné součiny, sumace, interpolace atd.).

Stirlingova čísla $S(n, k)$ můžeme uspořádat do trojúhelníkového schématu, přitom součet čísel v jednotlivých řádcích dává (podle předchozí rovnosti) Bellovo číslo $b(n)$.

1							
1	**1**						
1	**3**	**1**					
1	**7**	**6**	**1**				
1	**15**	**25**	**10**	**1**			
1	**31**	**90**	**65**	**15**	**1**		
1	**63**	**301**	**350**	**140**	**21**	**1**	
1	**127**	**966**	**1701**	**1050**	**266**	**28**	**1**
1	**255**	**3025**	**7770**	**6951**	**2646**	**462**	**36**

Pro $n \geq 1$ je zřejmě $S(n, 1) = S(n, n) = 1$. Pro $n > 1$ a $1 < k < n$ platí rovnost

$$S(n+1, k) = S(n, k-1) + k \cdot S(n, k),$$

s jejíž pomocí lze snadno počítat čísla v předchozím trojúhelníku. Poznamenejme ještě, že čísla $S(n+2, n)$ tvoří aritmetickou posloupnost čtvrtého řádu, tj. vezmeme-li je jako první řádek diferenčního schématu, bude šestý řádek tohoto schématu tvořen samými nulami. O Bellových a Stirlingových číslech viz např. [19].

Bellovy polynomy $B_n(x)$, které se snad poprvé objevily v Bellově článku *Exponential polynomials* [7], jsou pro $n = 1, 2, 3, \ldots$ definovány vztahem

$$B_n(x) = S(n,n) \cdot x^n + S(n, n-1) \cdot x^{n-1} + \ldots + S(n, 1) \cdot x.$$

Navíc klademe $B_0(x) = 1$. Je tedy

$$B_1(x) = x, \quad B_2(x) = x^2 + x, \quad B_3(x) = x^3 + 3x^2 + x, \quad B_4(x) = x^4 + 6x^3 + 7x^2 + x,$$

$$B_5(x) = x^5 + 10x^4 + 25x^3 + 15x^2 + x, \quad B_6(x) = x^6 + 15x^5 + 65x^4 + 90x^3 + 31x^2 + x$$

atd. Není obtížné dokázat, že pro každé přirozené číslo n platí rovnosti

$$B_{n+1}(x) = x \cdot [\, \mathbf{C}(n, 0) \cdot B_0(x) + \mathbf{C}(n, 1) \cdot B_1(x) + \ldots + \mathbf{C}(n, n) \cdot B_n(x) \,],$$

$$B_{n+1}(x) = x \cdot [\, B_n(x) + B_n{}'(x) \,],$$

$$B_n(x+y) = \mathbf{C}(n, 0) \cdot B_0(x) \cdot B_n(y) + \mathbf{C}(n, 1) \cdot B_1(x) \cdot B_{n-1}(y) + \ldots + \mathbf{C}(n, n) \cdot B_n(x) \cdot B_0(y).$$

O Bellových polynomech existuje poměrně rozsáhlá literatura.[40]

[40] Viz L. Comtet: *Advanced Combinatorics: The Art of Finite and Infinite Expansion*, Reidel, Dordrecht, 1974; J. Riordan J.: *An introduction to Combinatorial Analysis*, Wiley, New York, 1980; S. Roman: *"The Exponential Polynomials" and "The Bell Polynomials"*, In *The Umbral Calculus*, Acad. Press, New York, 1984, atd.

5 Závěr

Fyzik Jasper D. Memory (1936–2015) z *North Carolina State University*, který v časopisu *Mathematics Magazine* uveřejňoval čas od času nějakou matematicko-fyzikální poezii, je autorem básně *Bell's Conjecture*, v níž prezentoval Bellův názor, že nejvýznamnějšími matematiky všech dob byli Archimédés, Newton a Gauss.[41] Otištěna byla v tomto časopisu dvakrát (68(1995), str. 297, 70(1997), str. 203).

Bell's Conjecture

For math, the Oscar envelope
(Assured by Price and Waterhouse)
Would list a three-way tie, I'd hope:
Archimedes, Newton, Gauss.

Archimedes' *modern* mind
(Narrowly he bounded pi),
Impelled to seek and swift to find,
Defined the Hellenistic high.

Newton's fluxions formed the frame
That fit the Universal Law.
Even Leibniz spread his fame:
"We know the Lion by his claw."

Many Magi graced the scene
But Gauss was greater than all since.
If Number Theory is the Queen,
Carl Friedrich is its freshest Prince.

Na její druhé otištění reagovali Charlie Marion a William Dunham[42] dopisem editorovi, který byl rovněž v časopisu *Mathematics Magazine* zveřejněn (70(1997), str. 326).

A Response to "Bell's Conjecture"

Dear Editor:

The poem "Bell's Conjecture" … adopted E.T. Bell's ranking of Archimedes, Newton, and Gauss as the greatest mathematicians of all time. We felt compelled to respond to the omission of Leonhard Euler from such glorious company. Thus …

Before we let you get away.
Your choices set in stone,
Consider what we have to say:
E.T.! O, please! Call home!

---

[41] *It is not for ordinary mortals to attempt to arrange* [these three] *in order of merit*. Viz *Men of Mathematics*, 1937.

[42] William Dunham (nar. 1947), americký historik matematiky, autor několika knih. Věnuje se zejména životu a dílu Leonharda Eulera.

Stop the presses! Hold that thought!
And listen to our voices.
Ruffled, even overwrought,
We'll supplement your choices.

Old Archie, Isaac, C. F. Gauss –
Though each deserves a floor
In mathematics' honored house,
Make room for just one more.

Without the Bard of Basel, Bell,
You've clearly dropped the ball.
Our votes are cast for Euler, L.
Whose *Opera* says it all:

Six dozen volumes – what a feat!
Profound and deep throughout
Does Leonhard rank with the elite?
Of this there is no doubt.

Consider how he summed, in turn
The quite elusive mix
Of one slash *n* all squared – you'll learn
He got π^2 slash six.

We're shocked we did not see his name
With those you justly sainted.
No Euler in your Hall of Fame?
Your judgment's surely Taine-ted.

It's time to honor one you missed,
To do your duty well.
Add worthy Euler to your list,
And save him by the Bell.

Obě básně byly přetištěny v knize W. Dunhama *The Genius of Euler: Reflections on His Life and Work* (MAA, 2007, 309 stran). První báseň byla doprovázena „upravenou“ fotografií *The "mathematical" Mt. Rushmore* [43] *according to E.T. Bell: Archimedes, Newton, and Gauss*, druhá báseň „upravenou“ fotografií *The complete "mathematical" Mt. Rushmore according to E.T. Bell: Archimedes, Newton, Euler and Gauss*.

Eric Temple Bell není zapomenut. Lze to snadno přesvědčivě doložit; uveďme zde však jen několik zajímavostí.

Roku 1963, necelé tři roky po jeho smrti, byla na Caltechu (Division of Physics, Mathematics and Astronomy) zřízena *The Eric Temple Bell Undergraduate Mathematics Research Prize*, která je každoročně udílena.

[43] Mout Rushmore (*Mount Rushmore National Memorial*), národní památník poblíž města Keyston v Jižní Dakotě. Je obrovským sochařským dílem; do žulového skalního masivu jsou vytesány hlavy čtyř významných amerických prezidentů (George Washington, Thomas Jefferson, Theodore Roosevelt, Abraham Lincoln). Na upravených fotografiích byly tři, resp. čtyři hlavy prezidentů nahrazeny třemi, resp. čtyřmi podobiznami matematiků; na prvním obrázku zůstalo jedno místo prázdné.

Časopis *American Mathematical Monthly* uveřejnil roku 1993 několik podnětných pasáží z Bellova článku *The Place of Rigor in Mathematics* z roku 1934. Jeho myšlenky tedy stály za připomenutí i po šesti desetiletích.[44]

Povídka *The Ultimate Catalyst* vyšla více než dvacetkrát.

O životních osudech a aktivitách E.T. Bella podrobně pojednává kniha Constance Reid[45] nazvaná *The Search for E.T. Bell, also known as John Taine* [23], která vyšla roku 1993. Ocenili ji mezi jinými Martin Gardner a Arthur Charles Clark (1917–2008), britský autor scifi a vynálezce. Clark v upoutávce na tuto knihu napsal:

Eric Temple Bell has been one of my heroes for 60 years … I congratulate Constance Reid on a remarkable achievement. I hope it is greeted with the success it deserves, and revives interest in an extraordinary and multi-talented man.[46]

Připomeňme ještě článek *The alternative life of E.T. Bell* [24] a slovníkové heslo [18].

Eric Temple Bell byl renesanční osobností. Jeho knihy vycházejí dodnes, více než půl století po jeho smrti. Jsou čtivé, stále úspěšně plní svou popularizační roli. Jsou totiž napsány neformálním stylem, vtipně, svižně, s humorem, jsou pestré a stále mají čtenářům co říci. I proto je Bellovo dílo stále aktuální.[47] Nesmíme je však chápat jako vědecké práce z historie matematiky.

Literatura

[1] Bell E.T.: *Arithmetical paraphrases*, Transactions of the American Mathematical Society 22 (1921), str. 1–30, 198–219 (V. Schrutka, JFM 48.0135.02).

[2] Bell E.T.: *Euler algebra*, Transactions of the American Mathematical Society 25 (1923), str. 135–154 (A. Loewy, JFM 49.0128.03; Bull. AMS 29(1923), str. 193).

[3] Bell E.T.: *Algebraic Arithmetic*, AMS Colloquium Publication, Vol. VII, American Mathematical Society, New York, 1927, iv+180 stran (recenze: R.D. Carmichael, Amer. Math. Monthly 35(1928), 367–368; L.E. Dickson, Bull. AMS 34(1928), 511–512; H.W. Turnbull, Math. Gazette 14(1928), č. 194, 153–155; K. Dörge, JFM 53.0111.03).

[4] Bell E.T.: *Debunking Science*, University of Washington Chapbooks, Seattle 1930, 40 stran (recenze: M.H. Ingraham, Amer. Math. Monthly 39(1932), 167–168).

[5] Bell E.T.: *The Queen of the Sciences* (A century of progress series), The Williams and Wilkins Company, Baltimore, 1931, 138 stran, G.E. Stechert, New York, 1931, 138 stran, reprint 1938 (recenze: P.H. Linehan, Amer. Math. Monthly 39(1932), 296–297; T.A.A.B., Math. Gazette 16(1932), č. 221, 368; D.E. Smith, Math. Teacher 25(1932), 238; H. Rohrbach, JFM 57.1324.13)

[6] Bell E.T.: *Numerology*, The Williams and Wilkins Company, Baltimore, 1933, vii+187 stran, reprinty: Hyperion Press, Westport 1979, Literary Licensing LLC, 1979, 2011, 194 stran (recenze: C.R. Adams, Amer. Math. Monthly 40(1933), 350–351; T. Greenwood, Nature 133(1934), 80–81; W. Hahn, JFM 59.0826.03).

[44] Viz Amer. Math. Monthly 41(1934), 599–607, a 100(1993), 906 (úryvky ze stran 600–601, 603, 606–607).

[45] Constance Reid (1918–2010), rozená Bowman, sestra Julie Robinson. Autorka několika monografií, např. *From Zero to Infinity* (1955), *Introduction to Higher Mathematics: For the General Leader* (1959), *A Long Way from Euclid* (1963), *Hilbert* (1970), *Courant in Göttingen and New York* (1976), *Richard Courant* (1979), *Neyman – From Life* (1982), *Julia. A Life in Mathematics* (1996); některé vyšly v dalších vydáních.

[46] Viz např. College Mathematical Journal 25(1994), č. 2, obálka.

[47] Na internetu najdeme řadu pěkných citátů z Bellových knih.

[7] Bell E.T.: *Exponential polynomials*, Annals of Mathematics 35(1934), str. 258–277 (W. Hahn, JFM 60.0295.01; G. Szegö, Zbl 0009.21202; Bull. AMS 39(1933), 881).

[8] Bell E.T.: *Exponential numbers*, The American Mathematical Monthly 41(1934), str. 411–419 (G. Kropp, JFM 60.0116.01; Bull. AMS 39(1933), 667).

[9] Bell E.T.: *The Search for Truth*, Reynal and Hitchcock, Baltimore, 1934, x+279 stran, reprint: The Williams and Wilkins Company, Baltimore, 1934 (recenze: H.T.C., The Journal of Philosophy 32(1935), č. 5, 134–135; F.S. Chapin, Journal of the American Statistical Association 30(1935), 631–632; O.L. Reiser, Philosophy of Science 2(1935), č. 1, 118–120; L.M. Pape, Annals of the American Academy of Political and Social Science 186(1936), 237; R.B. Braithwaite, Math. Gazette 19(1935), č. 234, 239).

[10] Bell E.T.: *The Handmaiden of the Sciences*, The Williams and Wilkins Company, Baltimore, 1937, viii+216 stran, Reynal and Hitchcock, 1937, kniha je dostupná na adrese http://catalog.hathitrust.org/Record/0000165552 (recenze: G.A. Miller, National Mathematics Magazine 12(1937), 102–103; F.B. Pidduck, Math. Gazette 22(1938), č. 248, 92–93; S.E. Rasor, Educational Research Bulletin 18(1939), č. 1, 20–21; A.M. Ginsburg, Math. Teacher 30(1937), 141).

[11] Bell E.T.: *Men of Mathematics. The Lives and Achievements of the Great Mathematicians from Zeno to Poincaré*, Simon & Schuster, New York, 1937, xxi+592 stran, reprint: Penguin Books, London, 1953, xii+xxiv+645 stran, Simon & Schuster, New York, 1961, Firesite Books, 1965, Simon & Schuster, 1986, 2008, xvii+590 stran, Penguin Books, London, 1953, 646 stran, LCCN 86-10229 (recenze: G.W. Dunnington, National Mathematics Magazine 11(1937), 406–407; A. Church, The Journal of Symbolic Logic 2(1937), 95; H.F.M., The High School Journal 20(1937), č. 6, 243–244; T.A.A.B., Math. Gazette 21(1937), č. 245, 311–312; T.A.A.B., ibidem, 37(1953), č. 322, 320; E.B. Wilson, Science, New Series 87(1938), č. 2269, 578–579; L. Weisner, Science and Society 1(1937), č. 4, 579–580; L.G. Simons, Amer. Math. Monthly 45(1938), 43–44; G. Sarton, Isis 28(1938), č. 2, 510–513; W.D.R., Math. Teacher 31(1938), 85; –, The Journal of Higher Education 9(1938), č. 1, 53; K. Vogel, JFM 63.0793.03).

[12] Bell E.T.: *Man and His Lifebelts*, Reynal and Hitchcock, New York, 1938, viii+340 stran, Read Books, 2007, kniha je dostupná na webové stránce https://babel.hathitrust.org/cgi/pt?id=uc1.$b82817;view=1up;seq=11.

[13] Bell E.T.: *The Development of Mathematics. From 4000 B.C. to A.D. 1940*, McGraw-Hill Book Company, New York and London, 1940, xiii+583 stran, 2. vydání: 1945, xiii+637 stran, reprint 2. vydání: Dover Publications, New York, 1992, xiv+637 stran (recenze: D.R. Curtiss, National Mathematics Magazine 15(1941), 435–438; G.W. Dunnington, ibidem 16(1942), 415–416; I.B. Cohen, Isis 33(1941), č. 2, 291–293; T.A.A.B., Math. Gazette 25(1941), č. 265, 198–199; A. Church, The Journal of Symbolic Logic 5(1940), 152–153; A. Church, ibidem 12(1947), 61–62; J.M. Reiner, Philosophy of Science 8(1941), č. 3, 464–465; E.N., The Journal of Philosophy 38(1941), č. 5, 137–138; S. Mac Lane, Amer. Math. Monthly 53(1946), 389–390; B.W. Jones, Amer. Math. Monthly 48(1941), 140–141; M.G.K., Journal of the Royal Statistical Society 104(1941), 176–177; R. Langer, Science, New Series 93(1941), č. 2412, 281–283; D.J. Struik, MR0002768, MR0016318).

[14] Bell E.T.: Gauss and the early development of algebraic numbers, National Mathematics Magazine 18(1944), str. 188–204, 219–223.

[15] Bell E.T.: *The Magic of Numbers*, Whittlesey House, McGraw-Hill Book Company, New York and London, 1946, viii+418 stran, reprinty: Dover Publications, New York 1991, 2011, 432 stran (recenze: D. Studley, Math. Magazine 21(1948), 146; C.B. Merow, Math. Teacher 85(1992), 493; A. Prag, Math. Gazette 31(1947), č. 297, 304–305; E.J. Dijksterhuis, MR 0018594).

[16] Bell E.T.: *Mathematics. Queen and Servant of Science*, McGraw-Hill Book Company, New York, 1951, xx + 437 stran, reprinty: MAA Spectrum, Washington, The Mathematical Association of America, 1987, xxiv+437 stran, Paperbound Republished 1987, xv+437 stran, Tempus Books, 1988, MAA Spectrum, 1996, 463 stran (recenze: E.R. Schneckenburger, Math. Magazine 26(1953), č. 3, 171–172; A. Armitage, Bulletin of the British Society for the History of Sciences 1(1952), č. 8, 220; M.A. Creasy, Journal of the Royal Society of Arts 102(1954), č. 4929, 693–694; A.J.H.M., The Incorporated Statistician 3(1952), č. 3, 54; T.A.A.B., Math. Gazette 37(1953), č. 319, 71–72; E. Nagel, Science, New Series 113(1951), č. 2938, 445–446; D.H. Potts, Math. Teacher 44(1951), 352–353; F.G. Graf, Amer. Math. Monthly 58(1951), 502–503; J. Gray MR 960277; S. Gottwald, Zbl 0633.00001).

[17] Bell E.T.: *The Last Problem*, *Rev. and updated and with an introduction and notes by Underwood Dudley*, Simon & Schuster, New York, 1961, 308 stran, reprint: MAA Spectrum, The Mathematical Association of America, Washington, 1990, vi+326 stran (recenze: B.L. Erickson, Math. Teacher 84(1991), 489; B.C. Berndt, MR 1075993; E.J. Barbeau, Zbl 0706.11001).

[18] Dauben J.W.: *Eric Temple Bell*, American National Biography 2, New York, 1999, str. 502–503.

[19] Dlab V., Bečvář J.: *Od aritmetiky k abstraktní algebře*, Serifa, Praha, 2016, 480 stran.

[20] Goodstein J.R., Babbitt D.: *E.T. Bell and mathematics at Caltech between the wars*, Notices of the American Mathematical Society 60(2013), č. 6, str. 686–698 (recenze: R.J. Wilson, MR 3076241).

[21] Goodstein J.R.: *Millikan's School: A History of the California Institute of Technology*, W.W. Norton, New York, 1991.

[22] Hollings C.: *A tale of mathematical myth-making: E.T. Bell and the 'arithmetization of algebra'*, Journal of the British Society for the History of Mathematics 31(2016), č. 1, str. 69–80 (Zbl 06581274).

[23] Reid C.: *The Search for E.T. Bell, also known as John Taine*, MAA Spectrum, Mathematical Association of America, Washington, DC, 1993, xii+372 stran (recenze: J. Leamy, Math. Teacher 87(1994), 383; U. Dudley, The College Mathematics Journal 25(1994), 253–254; C. Pritchard, Math. Gazette 78(1994), č. 483, 352–353; R. Mazzeo, MR 1241425; C.J. Scriba, Zbl 0859.01015).

[24] Reid C.: *The alternative life of E.T. Bell. With an appendix by Lincoln K. Durst*, The American Mathematical Monthly 108(2001), str. 393–402 (Zbl 1067.01011).

[25] Staff: *The double life of Dr. Bell*, Faculty portrait, Engineering and Science 15(1951), č. 2, str. 14–16.

[26] Westfahl G.: *"Twelve Eighty-Seven": John Taine's Satisfactory Solution*, Science Fiction Studies 31(2004), č. 1, str. 43–62.

Adresa

Doc. RNDr. Jindřich Bečvář, CSc.
Katedra didaktiky matematiky
Matematicko-fyzikální fakulta
Univerzita Karlova v Praze
Sokolovská 83
186 75 Praha 8
e-mail: *becvar@karlin.mff.cuni.cz*

HISTORIE MATEMATIKY NA MATEMATICKO-FYZIKÁLNÍ FAKULTĚ UNIVERZITY KARLOVY V PRAZE

JINDŘICH BEČVÁŘ, MARTINA BEČVÁŘOVÁ A IVAN NETUKA

Abstract: This contribution deals with the history of mathematics at the Charles University in Prague, with a strong emphasis on the situation at the Faculty of Mathematics and Physics since its establishment in 1952. Important moments and developments, such as teaching and research activities, meetings organized, Ph.D. studies, institutional background, publication achievements and varying positions of the history of mathematics and physics are discussed, described and documented. A special attention is paid to the role of the Committee for history of mathematics and physics that was active during the eighties and early nineties of the 20th century. Its relevance is analyzed on the basis of archive materials which are published here for the first time.

1 Historie matematiky na Univerzitě Karlově

1.1 Historie matematiky jako odborná disciplína

Historie matematiky je krásná a náročná disciplína, která byla od nepaměti nedílnou součástí výuky matematiky i výzkumné práce na pražské univerzitě, ač to nikdy díky své mezioborovosti a politicko-společenským aspektům neměla jednoduché.

Již roku 1557 slavný lékař, astronom, matematik a přírodovědec Tadeáš Hájek z Hájku (1525–1600), který v letech 1555 až 1558 učil na univerzitě matematiku a astronomii, zahájil svou semestrální matematickou přednášku *Oratio de laudibus geometriae*, která později vyšla tiskem. Všímala si mimo jiné vývoje matematiky a vyučování matematice v našich zemích.[1]

Tématy z historie matematiky své přednášky pravidelně zpestřoval Stanislav Vydra (1741–1804), jezuita známý z Jiráskova *F. L. Věka* jako „cordatus bohemus". Roku 1778 vydal knihu nazvanou *Historia Matheseos in Bohemia et Moravia cultae*, v níž uvedl životopisy 98 matematiků, fyziků a astronomů narozených nebo působících v našich zemích a doplnil je stručným popisem jejich matematických prací.[2]

Prvním skutečným českým historikem matematiky, který pracoval s archivními zdroji, původními tisky a odbornými pracemi, byl středoškolský profesor, archeolog, genealog, historik a numizmatik Josef Smolík (1832–1915). Roku 1864 publikoval v časopisu Živa první část rozsáhlé studie nazvané *Mathematikové v Čechách od založení university Pražské až do počátku tohoto století*. Její druhá část pojednávající o vývoji matematiky na

[1] T. Hájek z Hájku: *Oratio de laudibus geometriae* (Řeč o chvále geometrie), Praha, 1557.

[2] S. Vydra: *Historia Matheseos in Bohemia et Moravia cultae*, Lipsia, 1778, II + 125 stran. V digitalizované podobě je kniha volně dostupná v Bavorské státní knihovně v Mnichově (viz http://www.mdz-nbn-resolving.de/urn/resolver.pl?urn=urn:nbn:de.bvb:12-bsb10735676-2).

našem území od roku 1620 do počátku 19. století zůstala bohužel jen v rukopisném torzu.[3]

Zájem o historii matematiky měli i profesoři pražské univerzity či techniky, kteří se věnovali některým osobnostem, zajímavým matematickým rukopisům a výsledkům. V 19. století to byli zejména František Josef Studnička (1836–1903), který pojednal o B. Bolzanovi, S. Vydrovi a M. Koperníkovi, o vzniku a vývoji variačního počtu, historii aritmetiky, o starých matematických a astronomických rukopisech pocházejících z našeho území, Emil Weyr (1848–1894), kterého zaujala egyptská matematika, Wilhelm Matzka (1798–1891), který pojednal o historii chronologie a kartografie, a Václav Láska (1862–1943), kterého fascinovaly staré astronomické přístroje a historie přírodních věd.

V první polovině 20. století analyzovalo několik pražských matematiků některé části Bolzanova díla (např. Karel Petr (1868–1950), Karel Rychlík (1885–1968), Vojtěch Jarník (1897–1970), Gerhard Kowalewski (1876–1950)).

Ve druhé polovině 20. století se historií matematiky profesionálně zabývali Luboš Nový (nar. 1929) a Jaroslav Folta (1933–2011) z Československé akademie věd, kteří s několika kolegy sepsali úspěšnou, kvalitní a často využívanou monografii *Dějiny exaktních věd v českých zemích* (1961).

Na Matematicko-fyzikální fakultě UK oslovily v sedmdesátých a osmdesátých letech 20. století nejrůznější otázky vývoje matematiky zejména Jindřicha Bečváře, Ivana Netuku, Jaroslava Šedivého (1934–1988) a Jiřího Veselého.

1.2 Výuka historie matematiky (19. století a první polovina 20. století)

Ani vlastní výuka historie matematiky to na pražské univerzitě neměla jednoduché. První celosemestrální výběrové přednášky z historie matematiky měl v letech 1849 až 1851 Johann Josef Partl (1802–1869), který se roku 1849 habilitoval pro obor praktická matematika a dějiny matematiky. První soustavné přednášky z historie matematiky na Univerzitě Karlově jsou však spjaty až se jménem Quido Vettra (1881–1960), který se roku 1919 na univerzitě habilitoval pro obor dějiny matematiky a o pět let později byl jmenován mimořádným profesorem dějin matematiky a didaktiky matematiky. V meziválečném období navázal řadu mezinárodních kontaktů, jeho odborná badatelská práce v historii matematiky a exaktních věd byla ceněna nejen u nás. Československá historie matematiky a dějiny exaktních věd v té době patřily díky jeho aktivitám bez nadsázky k evropské špičce. Po druhé světové válce rozšířil Vetter svoji působnost i na Pedagogickou fakultu. Jeho odborná i pedagogická činnost však byla po roce 1948 výrazně utlumena, důvodem byly jeho četné předválečné cesty do zahraničí a kontakty s řadou světových historiků vědy. Jeho manželka Anna, rozená Bečvářová, byla navíc významnou předválečnou představitelkou ženského hnutí, prvorepublikovou poslankyní a nakonec i senátorkou. Tyto skutečnosti měly ve svých důsledcích negativní dopad na poválečný vývoj českých dějin matematiky a exaktních věd.

Připojme stručnou informaci o výuce historie matematiky na Německé univerzitě v Praze. Tam se první výběrové přednášky z dějin matematiky objevily v roce 1921 zásluhou Artura Winternitze (1893–1961). Na jeho pokus o deset let později navázal Paul Funk (1886–1969). Jejich přednášky však nevzbudily velký ohlas na rozdíl od hojně navštěvovaných přednášek Rudolfa Carnapa (1891–1970), které v letech 1931 až 1935 úspěšně propojovaly historii matematiky s tzv. přírodní filozofií a logikou.

[3] J. Smolík: *Mathematikové v Čechách od založení university Pražské až do počátku tohoto století*, Živa 12(1864), str. 13–27, 140–171, 193–225, 308–341, též samostatný otisk na náklady autora, Praha, 1864, 117 stran. V digitalizované podobě je článek dostupný v Národní knihovně České republiky v kolekci Kramerius (viz http://kramerius.nkp.cz/kramerius/MShowMonograph.do?id=15953). Rukopisné torzo druhé části Smolíkovy studie je uloženo v Archivu Národního muzea v Praze ve fondu Josef Smolík.

2 Historie matematiky na MFF UK

2.1 Výuka historie matematiky (50. až 80. léta 20. století)

Matematicko-fyzikální fakulta Univerzity Karlovy v Praze (MFF UK)[4] vznikla roku 1952. Zájem většiny tehdejších vedoucích představitelů fakulty o výuku nebo vědeckou či odbornou práci v historii matematiky však byl mizivý.

V padesátých letech 20. století se klasická výuka dějin matematiky na MFF UK nekonala. Některá témata z historie matematiky se v nevelké míře objevovala ve výběrových přednáškách Albíny Dratvové (1892–1969), které vypisovala pod hlavičkou Katedry algebry a geometrie od roku 1953/1954 až do roku 1967/1968 (*Úvod do moderní logiky* (2/0, 2/0), *Matematická logika* (1/0, 1/0), resp. *Modální logika* (2/0, 2/0)).[5]

Změna v přístupu k výuce historie matematiky a filozofie nastala na MFF UK ve školním roce 1963/1964. Tehdy byla poprvé otevřena výběrová přednáška *Dějiny matematiky* (2/0, 2/0), v letech 1963/1964 až 1965/1966 ji vypisovali a vedli pod Katedrou algebry a geometrie J. Folta a L. Nový, pracovníci Historického ústavu ČSAV. Doporučena byla studentům třetího a čtvrtého ročníku všech oborů a specializací.[6]

Pro studenty pátých ročníků všech oborů byl od roku 1963/1964 zaveden povinný jednosemestrální předmět *Filozofické otázky přírodních věd* (1/1, v některých letech byl zakončován zkouškou, v některých letech zápočtem). Výuka byla svěřena B. Fajkusovi a I. Kuchárovi, kteří působili na Katedře filosofie Přírodovědecké fakulty Univerzity Karlovy v Oddělení pro výuku na MFF UK. Předmět byl přednášen jen do školního roku 1966/1967, kdy došlo k úpravě studijních plánů.[7] Není jistě bez zajímavosti v této souvislosti připomenout, že ve školním roce 1967/1968 byla na MFF UK zavedena nová učitelská kombinace *matematika – filosofie*. Netrvala dlouho, od roku 1970/1971 již nebyl otevírán první ročník; poslední studenti této kombinace opustili fakultu v roce 1973/1974.

V roce 1967/1968 byl předmět *Filozofické otázky přírodních věd* nahrazen přednáškami *Filozofické otázky matematiky* (2/0, J. Polívka), *Moderní filosofie a matematika* (2/0, I. Kuchár), *Filosofické problémy pravděpodobnosti* (2/0, I. Kuchár), *Filosofické otázky fyziky* (2/0, B. Fajkus) a *Úvod do filosofie člověka* (2/0, J. Vinař). Každý posluchač pátého ročníku měl za povinnost si vybrat alespoň jeden z výše uvedených předmětů,

---

[4] O historii MFF UK viz např. J. Bečvář: *Matematicko-fyzikální fakulta*, in J. Havránek, Z. Pousta (red.): *Dějiny Univerzity Karlovy IV*, Univerzita Karlova, Karolinum, Praha, 1998, str. 495–509, I. Netuka: *Padesáté výročí vzniku Matematicko-fyzikální fakulty Univerzity Karlovy*, PMFA 47(2002), str. 177–180, I. Netuka, M. Stiborová (eds.): *Univerzita Karlova v Praze. Matematicko-fyzikální fakulta*, Karolinum, Praha, 2002, I. Netuka, M. Stiborová (eds.): *Jubilejní almanach. Univerzita Karlova v Praze. Matematicko-fyzikální fakulta*, Karolinum, Praha, 2002, I. Netuka, M. Stiborová (eds.): *Charles University in Prague. Faculty of Mathematics and Physics*, Karolinum, Praha, 2002, kolektiv autorů: *60 let Matematicko-fyzikální fakulty Univerzity Karlovy*, Matfyzpress, Praha, 2011, J. Bečvář, M. Bečvářová: *60 let Matematicko-fyzikální fakulty UK*, in J. Bečvář, M. Bečvářová (eds.): *33. mezinárodní konference Historie matematiky, Velké Meziříčí, 24. 8. až 28. 8. 2012*, Matfyzpress, Praha, 2012, str. 119–162, I. Netuka: *Matematicko-fyzikální fakulta před padesáti lety*, tamtéž, str. 163–176.
Ze starší literatury je vhodné připomenout: V. Kunzl (red.): *50 let Fysikálního ústavu Karlovy university*, PMFA 2(1957), str. 394–512, R. Kužel a kol.: *Matematicko-fyzikální fakulta University Karlovy*, Universita Karlova, Praha, 1974, R. Kužel, J. Čerych, J. Klíma: *25 let Matematicko-fyzikální fakulty Univerzity Karlovy 1952–1977*, Univerzita Karlova, Praha, 1978, J. Mottlová: *Vznik a vývoj Matematicko-fyzikální fakulty Univerzity Karlovy*, diplomová práce, MFF UK, Praha, 1978 (vedoucí práce J. Folta), K. Vacek: *Dvacet pět let matematicko-fyzikální fakulty Univerzity Karlovy v Praze*, PMFA 23(1978), str. 1–3, F. Fabian: *Rozvoj matematických pracovišť na matematicko-fyzikální fakultě University Karlovy v letech 1953–1978*, tamtéž, str. 3–9, E. Klier: *Rozvoj fyzikálních pracovišť na matematicko-fyzikální fakultě Univerzity Karlovy v letech 1953–1978*, tamtéž, str. 9–15, M. Rotter, J. Zachová (red.): *Matematicko-fyzikální fakulta Univerzity Karlovy*, Univerzita Karlova, Praha, 1989.

[5] Viz seznamy přednášek vypisovaných na MFF UK v 50. a 60. letech 20. století.

[6] Viz seznamy přednášek vypisovaných na MFF UK v 60. a 70. letech 20. století.

[7] Viz seznamy přednášek vypisovaných na MFF UK v 60. letech 20. století.

které byly zakončovány zápočtem. V následujícím školním roce nastala proměna nabídky i hodinové dotace. Objevily se tyto výběrové předměty: *Filosofické problémy teorie pravděpodobnosti* (1/1, I. Kuchár), *Filosofické problémy matematiky* (1/1, I. Kuchár), *Filosofie matematiky* (1/1, J. Polívka), *Filosofické problémy fyziky* (1/1, B. Fajkus) a *Současná západní filosofie* (1/1, B. Fajkus, I. Kuchár). Studenti pátého ročníku si museli zvolit alespoň jeden z těchto předmětů, které byly opět zakončovány zápočtem. V následujícím školním roce došlo k opětovnému navýšení počtu výběrových přednášek, v nabídce pro školní rok 1968/1969 byly uvedeny tyto předměty: *Současná západní filosofie I* (1/1, B. Fajkus), *Současná západní filosofie II* (1/1, I. Kuchár), *Filosofie matematiky* (1/1, J. Polívka), *Filosofické problémy teorie pravděpodobnosti* (1/1, I. Kuchár), *Filosofické problémy fysiky* (1/1, B. Fajkus), *Filosofie člověka* (1/1, J. Vinař), *Sociologie školy a vzdělání* (1/1, F. Hájek), *Úvod do politologie* (1/1, A. Boková, M. Nárta), *Struktura a funkce* (1/1, M. Volková) a *Filosofie kultury* (1/1, J. Vinař). Všichni vyučující kmenově působili na Katedře filosofie Přírodovědecké fakulty Univerzity Karlovy v Oddělení pro výuku na MFF UK. Ve stejném školním roce Petr Vopěnka (1935–2015) vypsal pod hlavičkou Katedry matematické logiky MFF UK výběrovou přednášku *Matematika a filosofie* (2/0, 2/0). Ve školním roce 1969/1970 byla takováto nabídka výběrových předmětů: *Současná západní filosofie I* (1/1, B. Fajkus), *Současná západní filosofie II* (1/1, I. Kuchár), *Filosofie matematiky* (1/1, J. Polívka), *Filosofické problémy teorie pravděpodobnosti* (1/1, I. Kuchár), *Filosofické problémy fysiky* (1/1, B. Fajkus), *Filosofie člověka* (1/1, J. Vinař), *Sociologie školy a vzdělání* (1/1, F. Hájek), *Struktura a funkce* (1/1, M. Volková), *Politický systém socialismu* (1/1, A. Boková), *Úvod do pedagogické sociologie* (1/1, F. Hájek) a *Filosofie kultury* (1/1, J. Vinař). Od školního roku 1970/1971 byla veškerá výuka filozofie a historie matematiky spolu s ostatními výše uvedenými předměty na MFF UK zrušena v souvislosti s nastupující normalizací.[8]

Od školního roku 1970/1971 až do školního roku 1976/1977 na MFF UK neprobíhala žádná výuka dějin matematiky, dějin fyziky či filozofie. Změna nastala až od školního roku 1977/1978, kdy na Katedře teorie vyučování fyzice byla zahájena pro studenty pátého ročníku výběrová přednáška *Dějiny fyziky* (2/0, 2/0, E. Procházková). V dalších dvou letech byla tato přednáška vypisována v dotaci 1/0 a 1/0.

2.2 Diplomové práce (60. až 80. léta 20. století)

Z výše uvedeného je patrné, že historie matematiky byla řadu let okrajovým a opomíjeným oborem. Teprve v polovině šedesátých let začaly být na učitelském studiu matematiky na MFF UK zadávány (v návaznosti na výběrovou přednášku *Dějiny matematiky*) první diplomové práce z historie matematiky. Vypisovali je J. Folta, L. Nový a J. Šedivý.[9] V sedmdesátých letech vedli na učitelském studiu matematiky na MFF UK

[8] Viz seznamy přednášek vypisovaných na MFF UK v 60. a 70. letech 20. století.

[9] Na MFF UK byly obhájeny například následující diplomové práce: L. Habásková: *Bolzanova nauka o celých číslech* (1966, L. Nový), J. Houska: *Pseudoeukleidovská geometrie* (1966, práce nemá uvedeno jméno školitele, v úvodu je poděkování za konzultace J. Šedivému), B. Chochola: *Rané Cayleyho práce z teorie determinantů* (1966, L. Nový), J. Kasalová: *K některým otázkám základů geometrie u B. Bolzana a jeho současníků* (1966, J. Folta), M. Trampotová: *Bolzanova teorie racionálních čísel* (1966, L. Nový), O. Veselá: *Raná Sylvestrova práce o determinantech* (1966, L. Nový), J. Baxová: *Základy teorie matic v pracích A. Cayleyho a J. J. Sylvestera* (1967, L. Nový, výtah z diplomové práce vyšel pod názvem *Vznik teorie matic*, Dějiny věd a techniky 3(1970), str. 11–23, resp. v anglické verzi pod názevem *On the origin of the theory of matrices*, Acta Historiae Rerum Naturalium Necnon Technicarum 5(1971), str. 335–354), J. Heranová: *K vývoji axiomatiky eukleidovské geometrie* (1967, J. Folta), E. Línková: *Některé prvky moderní geometrie v pracích Cayleyho a Grassmanna* (1967, J. Folta), O. Štěpková: *Počátky teorie invariantů* (1967, J. Folta), V. Veselá: *Jacobiho práce z teorie determinantů z roku 1841* (1967, L. Nový), J. Kejřová: *Determinanty v díle Cauchyho a Bineta* (1968, L. Nový), E. Kusá: *K formování základů přímkové geometrie u Plückera* (1968, J. Folta), J. Špachtová: *Úvod do díla*

diplomové práce z historie matematiky a z historie vyučování matematice J. Folta, L. Nový a J. Mikulčák.[10] Na počátku osmdesátých let zájem o „klasicky pojaté" dějiny matematiky poněkud poklesl, možná v souvislosti s tím, že J. Folta a L. Nový přenesli své odborné aktivity mimo MFF UK. Přesto byly zadávány a sepisovány diplomové práce z dějin matematiky. Současně vzrostl zájem o historii vyučování matematice, pravděpodobně pod vlivem odborných aktivit J. Mikulčáka a J. Šedivého; diplomové práce z dějin matematiky a vyučování matematice vedli v té době na učitelském studiu především J. Bečvář, J. Mikulčák, A. Šarounová a J. Šedivý.[11]

A. F. Moebia „Der barycentrische Calcul" (1968, J. Folta), E. Vorlová: *Hindenburgovy práce z kombinatoriky* (1968, L. Nový), J. Šmídová: *Pojetí diferenciální geometrie u Monge a Gausse* (1969, J. Folta).

[10] Na MFF UK byly obhájeny například následující diplomové práce: E. Marešová: *Salmonova „A treatise on conic sections" a české učebnice analytické geometrie druhé poloviny 19. století* (1970, J. Folta), H. Pröllerová: *A. L. Cauchy a jeho vliv na některé učebnice matematiky* (1970, J. Folta), E. Tomášková-Chvojková: *Vektorový počet u Bellavitise, Grassmanna aj.* (1970, J. Folta), M. Zidrová: *Prvé náznaky vektorového počtu na počátku 19. století* (1970, J. Folta), K. Peroutka: *Základní pojmy diferenciálního počtu u francouzských matematiků 18. století* (1971, L. Nový), Z. Svědirohová: *Vývoj vyučování komplexním číslům* (1971, J. Mikulčák), H. Nešetřilová: *Philosophical magazine a anglická matematika v letech 1800–1850* (1971, J. Folta, výtah z diplomové práce vyšel pod stejným názvem v časopise Dějiny věd a techniky 7(1974), str. 83–100), H. Hrkalová: *Kirkmanův podíl na vývoji hyperkomplexních čísel* (1972, J. Folta), V. Kárová: *Historie vyučování posloupnostem a řadám* (1972, J. Mikulčák), J. Novotná: *K zavedení pojmu čísla v 19. století (do Peana)* (1973, L. Nový), A. Šolcová-Vopravilová: *Některé snahy o zdůvodnění matematické „jistoty" v období 1750–1850* (1973, L. Nový), J. Kovářová: *Budování číselných oborů v osnovách a učebnicích našich škol* (1974, J. Mikulčák), M. Langhammer: *K vývoji pojetí algebraického tělesa od Dedekinda k Steinitzovi* (1974, L. Nový), I. Zelinková: *K vývoji pojetí grupy od A. Cayleyho k O. J. Šmidtovi* (1974, L. Nový), P. Buďárek: *Goniometrické funkce a trigonometrie v českých učebnicích* (1975, J. Mikulčák), D. Vystydalová: *Proměnné a termy v českých učebnicích* (1975, J. Mikulčák), K. Barták: *O teorii forem Eduarda Weyra* (1976, L. Nový), J. Mottlová: *Vznik a vývoj Matematicko-fyzikální fakulty Univerzity Karlovy* (1978, J. Folta), B. Fiedler: *Infinitesimální počet v českých učebnicích* (1979, J. Mikulčák), P. Hájková: *Wissenschaftslehre Bernarda Bolzana* (1979, L. Nový), J. Novotný-Kuzma: *Vliv francouzské encyklopedie na pojetí francouzské geometrie* (rok neuveden, J. Folta), Z. Chvojková: *Snahy o řešení obecných rovnic pátého stupně, Paolo Ruffini* (rok neuveden, L. Nový).

[11] Na MFF UK byly obhájeny například následující diplomové práce: J. Hekrlová: *Jan Amos Komenský o matematice* (1984, J. Mikulčák), A. Kadlecová: *Geometrická terminologie ve starších českých učebnicích* (1984, A. Šarounová), J. Králíková: *Základy geometrie na konci 19. století* (1984, J. Šedivý), B. Polívková: *Vývoj české matematické terminologie od 14. století do 19. století* (1984, J. Mikulčák), A. Jelínková: *Geometrie barokního opevnění* (1985, A. Šarounová), J. Horáková: *Metody řešení rovnic a nerovnic v učebnicích matematiky 19. a 20. století* (1986, J. Šedivý), I. Hrušková: *Metody vyšetřování množin bodů v učebnicích matematiky v 19. a 20. století* (1986, J. Šedivý), R. Stolín: *Podněty ke vzniku teorie kvadratických a bilineárních forem* (1986, J. Bečvář), Z. Neumann: *Systémy logické výstavby stereometrie v učebnicích matematiky 19. a 20. století* (1986, J. Šedivý), I. Syslová: *Úpravy výrazů a důkazy tzv. identit v učebnicích matematiky 19. a 20. století* (1986, J. Šedivý), J. Dudlíček: *Cramerovo pravidlo* (1987, J. Bečvář), M. Soukupová: *Důkazy matematických vět v učebnicích matematiky 19. a 20. století* (1987, J. Šedivý), D. Jirková: *Geometrická zobrazení v učebnicích matematiky 19. a 20. století* (1988, J. Šedivý), S. Očenášková: *Geometrické útvary a jejich míry v učebnicích matematiky 19. a 20. století* (1988, J. Šedivý), D. Zemánek: *Kombinatorika, pravděpodobnost a statistika v učebnicích matematiky 19. a 20. století* (1988, J. Šedivý), I. Drápela: *Posloupnosti a řady v učebnicích matematiky 19. a 20. století* (1989, J. Mikulčák), I. Pánková: *Limita a spojitost funkcí v učebnicích matematiky 19. a 20. století* (1989, J. Mikulčák).

Mnohé z výše uvedených prací již nejsou veřejně dostupné, neboť v roce 2002 povodeň zničila velkou část karlínské knihovny MFF UK. Řada prací z šedesátých a sedmdesátých let 20. století je v soukromém archivu J. Bečváře a M. Bečvářové, kteří je před lety zachránili před likvidací. Výše uvedený výčet diplomových prací si neklade nároky na úplnost. Byl vytvořen jednak na základě dochovaných prací, jednak na základě starého sešitu nazvaného *Diplomové práce KTVU-KDM*, který byl nedůsledně veden od roku 1966 do roku 1989; obsahuje seznam obhajovaných diplomových prací studentů učitelského studia (jméno autora, název práce, jméno školitele, obor, informace o uložení, resp. vyřazení práce).

2.3 Besedy a popularizační přednášky (50. až 90. léta 20. století)

Na MFF UK se na konci padesátých a v první polovině šedesátých let konaly *Matematické besedy* neboli volná setkání matematiků, učitelů matematiky a studentů, na nichž zaznívaly nejrůznější přednášky a referáty, probíhaly diskuse o rozpracovaných matematických pracích, zahraničních cestách, konferencích apod. Na pořad se zcela přirozeně dostala i historie matematiky.[12]

V padesátých a šedesátých letech 20. století pro historii matematiky ve výukových plánech MFF UK sice nezbylo místo, ale přesto se mezi matematiky, fyziky, logiky a historiky vědy našlo několik nadšenců, kteří se jí alespoň okrajově věnovali. V této době totiž Jednota československých matematiků a fyziků (JČSMF) ve spolupráci s MFF UK a Matematickým ústavem Československé akademie věd pořádala pravidelné populárně naučné *přednášky v matematické obci pražské*, na nichž byl nezanedbatelný prostor věnován i otázkám historie matematiky, jejímu vývoji i významným matematikům.[13]

Zásluhou několika příznivců pronikla historie matematiky také na besedy a večery o matematice, které pořádala Jednota československých matematiků a fyziků v sedmdesátých a osmdesátých letech 20. století v pražské kavárně Savarin,[14] na sjezdy, konference a odborné semináře pořádané na MFF UK i v JČSMF.[15] Velmi úspěšná byla Konference českých matematiků organizovaná Matematickou vědeckou sekcí Jednoty ve Zvíkovském Podhradí (únor 1981), která byla věnována 200. výročí narození Bernarda Bolzana. Do konferenčního sborníku *Bernard Bolzano – konference českých*

---

[12] Například v roce 1959 proslovil P. Vopěnka přednášku *P. S. Urysohn* (*35. výročí úmrtí*), 21. 10. 1959 měl J. Vaníček přednášku *Pojem křivky*, M. Katětov a A. Švec hovořili (pravděpodobně v zimě roku 1960) na téma *Vzpomínka na akademika E. Čecha* a asi někdy na podzim roku 1960 přednášeli na téma *Současná matematická problematika v Praze*, J. Vaníček měl 15. 11. 1960 přednášku *Co je křivka?* a 25. 10. 1961 mluvil na téma *Nekonečno v matematice*, 27. 3. 1962 měl P. Vopěnka přednášku *Gödelova věta o nerozhodnutelnosti*, 3. 4. 1962 přednášel J. Vaníček na téma *Co není křivka?*, 27. 4. 1963 F. Fabian na téma *Filosofie a matematika*. Poznamenejme, že se z let 1959 až 1964 dochovaly prezenční listiny z jednotlivých přednášek (není jasné, zda je jejich soubor úplný, ne vždy jsou uvedena data konání); kopie má v soukromém archivu I. Netuka.

[13] Jednalo se o následující přednášky: V. Kořínek: *Muhamed ibn Mûsâ al Chwarizmi, velký matematik Starého Chorezmi* (8. 12. 1952), E. Čech: *Význam geometrie v historickém vývoji matematiky* (25. 9. 1953), A. Dratvová: *Z dějin nejstarší matematiky* (10. 12. 1956), L. Nový: *Matematika v Čechách v 18. století* (20. 5. 1957), J. Folta: *„Vincenc Jarolímek"* (3. 11. 1958), L. Nový a Z. Horský: *Dějiny matematiky, fysiky a astronomie v českých zemích* (*Matematika a astronomie do roku 1620*) (6. 4. 1959), L. Nový: *Naše matematika 1750–1790; charakteristika období 1750 až 1790* (5. 10. 1959), Z. Horský a J. Smolka: *Naše astronomie a fysika 1750–1790* (2. 11. 1959), L. Nový a J. Folta: *Naše matematika v letech 1790 až 1860* (4. 1. 1960), K. Havlíček na slavnostním zasedání ke 100. výročí smrti J. Bolyaie proslovil přednášku o jeho životě a díle (18. 1. 1960), Z. Horský: *Naše astronomie v letech 1790–1860* (1. 2. 1960), A. Dratvová: *Vědecký odkaz Arnošta Dittricha* (15. 2. 1960), I. Seidlerová: *Charakteristika období 1860–1900. Naše fysika* (4. 4. 1960), L. Nový a J. Folta: *Naše matematika 1860–1900* (2. 5. 1960), I. Seidlerová: *Vývoj národů a tzv. Leidenfrostův jev* (16. 1. 1960), A. P. Juškevič (Moskva): *Matematika v Orientu ve starověku a středověku* (8. 2. 1960), A. Dratvová: *Z dějin matematické logiky* (20. 2. 1961), M. Teich: *Dějiny přírodních věd v Anglii* (20. 3. 1961), Z. Horský: *Jak ovlivnil rozvoj mořeplavby vývoj astronomie* (16. 10. 1961), R. Taton (Paříž): *L'œuvre mathématique et l'influence de Gaspard Monge* (*1746–1818*) (4. 6. 1962), L. Nový: *Číselně teoretické práce J. Ph. Kulika* (26. 11. 1962), J. Smolka: *P. J. Boskovic a vývoj fysiky v českých zemích* (25. 3. 1963), M. Calczynska (Varšava): *O niektórych pracach warszawskich topologów* (26. 11. 1964), Z. Semadeni (Poznaň): *Program Eilenberga-Mac Lanea a Kleinův Erlangenský program* (15. 11. 1965), A. Švec: *Erlangenský program a současná diferenciální geometrie* (25. 4. 1966). Názvy výše uvedených přednášek byly otištěny ve zprávách o činnosti pražské matematické obce Jednoty československých matematiků a fysiků v Časopise pro pěstování matematiky v letech 1953 až 1967. V dalších letech časopis přestal informace o těchto aktivitách uveřejňovat.

[14] Zásluhu na úspěchu přednášek v Savarinu měl František Veselý (1903–1977), dlouholetý středoškolský a vysokoškolský učitel, aktivní člen Jednoty československých matematiků a fyziků, autor knihy *100 let Jednoty československých matematiků a fyziků*, SPN, Praha, 1962.

[15] Výše uvedený výčet si v žádném případě neklade nároky na úplnost.

matematiků přispěli J. Folta, J. Bičák, D. Preiss, P. Simon a P. Vopěnka.[16] K bolzanovskému výročí Jednota vydala v české i anglické verzi knížku *Bolzano a základy matematické analýzy*.[17] V roce 1987 Jednota oslavovala 125. výročí svého založení. Pro tuto příležitost připravila tradiční celostátní sjezd, který se konal v Praze ve dnech 19. až 22. srpna, na němž mimo jiné zaznělo i několik přednášek s historickou tematikou. L. Pátý jako editor uspořádal *Jubilejní almanach Jednoty čs. matematiků a fyziků*,[18] v němž autoři jednotlivých příspěvků přiblížili plodnou historii Jednoty a věnovali pozornost i několika jejím významným osobnostem. V roce 1988 se konaly oslavy u příležitosti 150. výročí narození Ernsta Macha a zásluhou odborné skupiny Pedagogická fyzikální sekce Jednoty byl vydán sborník *Pocta Ernstu Machovi*.[19]

I na MFF UK byly pořádány vzpomínkové akce, na nichž mohli zájemci vyslechnout zasvěcené přednášky o životě, odborném díle, pedagogických i spolkových aktivitách našich nejvýznamnějších matematiků, které byly doplněny i osobními vzpomínkami přednášejících a účastníků. Například dne 7. 6. 1968 se konalo vzpomínkové odpoledne věnované Karlu Petrovi (hlavní přednášky proslovili V. Kořínek, V. Jarník a L. Nový). Dne 18. 5. 1989 na slavnostním zasedání matematické sekce vědecké rady MFF UK byly připomenuty nedožité devadesáté narozeniny Vladimíra Kořínka.[20] V roce 1991 byly oslaveny sedmdesáté narozeniny Jana Maříka[21] a o tři roky později bylo připomenuto jeho úmrtí.[22] Dne 8. dubna 1993 Matematický ústav UK (MÚ UK) uspořádal speciální kolokvium věnované stému výročí narození Karla Löwnera, na němž zazněly přednášky o jeho komplikovaných životních osudech a jeho díle v oboru diferenciálních rovnic a jeho výsledcích z geometrické teorie funkcí, teorie matic apod.[23] Dne 13. 11. 1995 se konalo slavnostní odpoledne, na kterém byly vzpomenuty nedožité 75. narozeniny Jana Maříka. Některé upravené, doplněné a rozšířené verze přednášek byly otištěny v časopisu Mathematica Bohemica.[24] Dne 16. 3. 1998 připravilo MFF UK vzpomínkové

[16] Viz konferenční sborník *Bernard Bolzano – konference českých matematiků*, Matematická vědecká sekce, Praha, 1981.

[17] V. Jarník (red.): *Bolzano a základy matematické analýzy*, JČSMF, Praha, 1981, 80 stran a 8 stran obrazových příloh, resp. V. Jarník (ed.): *Bolzano and the Foundations of Mathematical Analysis. Published on the occasion of the bicentennial of Bernard Bolzano 1981*, JČSMF, Praha, 1981, 89 stran a 8 stran obrazových příloh (2. vydání, 1990). Připomeňme, že v roce 1981 vyšla kniha L. Nový (ed.): *Bernard Bolzano (1781–1848): bicentary: early mathematical works* (Institute of Czechoslovak and General History CSAS, 1981, XXXIV + 586 stran), která obsahuje mimo jiné faksimile pěti Bolzanových prací z let 1804 až 1817.

[18] L. Pátý (ed.): *Jubilejní almanach Jednoty čs. matematiků a fyziků,* Jednota čs. matematiků a fyziků, Praha, 1987, 229 stran, 15 stran obrazové přílohy.

[19] Viz *Pocta Ernstu Machovi*, Brno, 1988, 180 stran (volně navázal na předchozí sborník *Pocta Newtonovi*, Brno, 1986, 56 stran).

[20] Viz K. Drbohlav: *Vzpomínkové ohlédnutí za akademikem Vladimírem Kořínkem*, PMFA 35(1990), str. 162–164. Rozsáhlá monografie detailně mapující životní osudy a analyzující odborné dílo V. Kořínka vyšla roku 2005 (viz J. Bečvář, Z. Kohoutová: *Vladimír Kořínek* (*1899–1981*), edice Dějiny matematiky, sv. 27, Ústav soudobých dějin AV ČR, Praha, 2005, 329 stran a 40 obrazových příloh).

[21] Viz I. Netuka, J. Veselý: *Sedmdesátiny profesora Jana Maříka*, PMFA 36(1991), str. 125–126.

[22] Viz J. Král, J. Kurzweil, I. Netuka, Š. Schwabik: *In Memoriam Professor Jan Mařík* (*1920–1994*), Czechoslovak Mathematical Journal 44(1994), str. 190–192.

[23] Zde se zrodila idea sepsat rozsáhlou monografii věnovanou životu a dílu K. Löwnera, československého matematika německo-židovského původu. Došla naplnění po více než 20 letech, kdy byla publikována kniha M. Bečvářová, I. Netuka: *Karl Löwner and his Student Lipman Bers – Pre-war Prague Mathematicians*, edition Heritage of European Mathematics, vol. 10, European Mathematical Society, Zürich, 2015, viii + 300 stran.

[24] Viz J. Veselý: *Teaching activities of Jan Mařík*, Mathematica Bohemica 121(1996), str. 337–344, *List of Jan Mařík's publications*, tamtéž, str. 345–348, J. Král: *The divergence theorem*, tamtéž, str. 349–356, I. Netuka: *Measure and topology: Mařík's spaces*, tamtéž, str. 357–367, Š. Schwabik: *On non-absolutely convergent integrals*, tamtéž, str. 369–383, L. Zajíček: *On results of Jan Mařík in the theory of derivatives*, tamtéž, str. 385–395.

odpoledne věnované Vojtěchu Jarníkovi.[25] Na půdě Výzkumného centra pro dějiny vědy (společné pracoviště AV ČR a UK) se dne 23. 4. 2003 uskutečnilo slavnostní dopoledne nazvané „Odkaz dvou matematiků po sto letech“, které bylo věnována Františku Josefu Studničkovi a Eduardu Weyrovi. Hlavní přednášky o jejich životě, díle a zejména o jejich aktivitách ve prospěch české matematické komunity proslovili M. Bečvářová a J. Bečvář.[26] Výše uvedené akce se setkávaly se širší odezvou nejenom pražské matematické komunity.[27]

V roce 2002 byla otevřena nová příležitost připomínat významné osobnosti naší matematiky a jejich matematické výsledky, resp. srozumitelně přibližovat širší veřejnosti současnou matematickou problematiku, neboť z iniciativy I. Netuky vznikla tradice fakultních *Jarníkovských přednášek*, které se každoročně konají v Jarníkově posluchárně (M1) před prvním zasedáním vědecké rady MFF UK v novém akademickém roce. Vystupují na nich domácí i zahraniční matematici nejrůznějších oborů a zaměření.[28]

Ač dějiny matematiky nejsou a přirozeně ani nemohou být v centru zájmu MFF UK, matematici se k významným osobnostem české matematiky hlásí, jak je patrné z názvu tří *projektů na podporu excelence v základním výzkumu*.[29]

2.4 Publikační aktivity v historii matematiky (60. až 80. léta 20. století)

Podle zájmu jednotlivých autorů se nepravidelně (obvykle při nějakém výročí) na stránkách našich odborných i populárně naučných časopisů (Pokroky matematiky, fyziky a astronomie (PMFA), Matematika a fyzika ve škole (MF), resp. Matematika, fyzika a informatika (MFI), Dějiny věd a techniky (DVT), Časopis pro pěstování matematiky

---

[25] Viz I. Netuka: *Vzpomínka na profesora Vojtěcha Jarníka* (*22. 12. 1897 – 22. 9. 1970*), PMFA 43(1998), str. 171–173. Poznamenejme, že na základě vzpomínkového odpoledne vznikla monografie B. Novák (ed.): *Life and Work of Vojtěch Jarník* (*1897–1970*) (Society of Czech Mathematicians and Physicists, Prometheus, Praha, 1999), do níž přispěla řada našich i zahraničních matematiků (I. Netuka: *Life and work of Professor Vojtěch Jarník* (*22. 12. 1897 – 22. 9. 1970*) (str. 11–16), P. M. Gruber: *Professor Jarník's contributions to the geometry of numbers* (str. 17–22), M. M. Dodson: *Some recent extensions of Jarník's work in Diophantine approximation* (str. 23–35), B. Korte, J. Nešetřil: *Vojtěch Jarník's Work in Combinatorial Optimalization* (str. 37–53), D. Preiss: The *work of Professor Jarník in Real Analysis* (str. 55–65), B. Novák: *Vojtěch Jarník's work in lattice point theory* (str. 67–81), J. Veselý: *Pedagogical activities of Vojtěch Jarník* (str. 83–94), Š. Schwarz*: Recalling Academician Vojtěch Jarník* (str. 95–101), M. Katětov: *From my recollections of Prof. Vojtěch Jarník* (str. 103–105), E. Hlawka: *Zur Erinnerung an Jarník* (str. 107–108), P. Erdös: *My memories of V. Jarník* (str. 109–110), T. Šalát: *My recollections of Professor V. Jarník* (str. 111–112)). Výše uvedené texty jsou doplněny přetiskem dvou zajímavých Jarníkových prací (*Diophantische Aproximationen und Hausdorffsches Maß* (str. 113–125) a *Bernard Bolzano* (*October 5, 1781 – December 18, 1848*) (str. 127–132)), seznamem Jarníkových odborných publikací (*Bibliography of scientific works of V. Jarník* (str. 133–142)) a faksimilemi pěti klasických Jarníkových prací (str. 143–197).

[26] Více viz http://www.vcdv.cas.cz.

[27] Uvedeny jsou jen akce, kde historie matematiky hrála důležitou roli.

[28] V minulých letech přednášky proslovili D. E. Edmunds (Sussex), E. Feireisl (Praha), M. Feistauer (Praha), M. Gruber (Vídeň), W. Hansen (Bielefeld), M. Hušková (Praha), J. Jurečková, (Praha), L. Klebanov (Praha), J. Krajíček (Praha), J. Nekovář (Paříž), J. Nešetřil (Praha), I. Netuka (Praha), J. Slovák (Brno), B. Riečan (Banská Bystrica). Jednalo se o odborné matematické přednášky, v nichž však našly své místo také stručné zmínky o vývoji matematického poznání. Podrobnější údaje (včetně abstraktů některých přednášek) jsou dostupné na webové adrese http://www.mff.cuni.cz/veda/prednasky.

Poznamenejme, že již v roce 1998 byla zahájena tradice tzv. *Strouhalovských přednášek*, tj. tradice slavnostních fyzikálních přednášek. Přehled všech dosud proslovených přednášek je dostupný na webové adrese http://www.mff.cuni.cz/veda/prednasky.

[29] Jednalo se o *Centrum Eduarda Čecha pro algebru a geometrii* (LC505, 2005–2011, společné pracoviště MFF UK v Praze a Přírodovědecké fakulty Masarykovy univerzity v Brně), *Centrum Jaroslava Hájka pro teoretickou a aplikovanou statistiku* (LC06024, 2006–2011) a *Centrum Jindřicha Nečase pro matematické modelování* (LC06052, 2006–2011). O jejich činnosti se lze dozvědět na webových stránkách fakulty a z jejích *Výročních zpráv*.

(později Mathematica Bohemica, (ČPM)) apod.) již od konce šedesátých let objevovaly články z historie matematiky nebo matematické články doplněné řadou historických poznámek, komentářů a souvislostí.[30]

[30] Z MFF UK či okruhu blízkého se této problematice ve svých příspěvcích více či méně věnovali například J. Bečvář (např. články *150 let od objevu kvaternionů*, PMFA 38(1993), str. 305–317, *Sto let od smrti Emila Weyra*, PMFA 39(1994), str. 102–107, *Arbelos* (spoluautor J. Švrček), MFI 14(2004/2005), str. 513–523), A. Dratvová (např. článek *Z dějin nejstarší matematiky*, ČPM 82(1957), str. 366–367), J. Folta (např. články *N. I. Lobačevskij a B. Bolzano*, PMFA 6(1961), str. 283–284, *Problém verifikace hyperbolické geometrie* (*Lambert a Gauss*) (spoluautor J. Žáčková), DVT 2(1969), str. 1–8, *Poznámky k axiomatické výstavbě matematiky v 2. polovině 18. století (A. G. Kästner, J. H. Lambert)*, DVT 6(1973), str. 189–205, *Zlom tradice* (*K 50. výročí Lobačevského kazaňské přednášky*), PMFA 21(1976), str. 259–269, *A. P. Juškevič – 70 let*, PMFA 21(1976), str. 338–340, *Izabella Grigorjevna Bašmakovová: 60 let*, PMFA 26(1981), str. 166, *Zamyšlení nad bolzanovským výročím*, PMFA 26(1981), str. 241–248, *Bolzanova prvotina ve vývoji elementární geometrie počátku 19. století*, DVT 14(1981), str. 228–236), K. Havlíček (např. článek *Sté výročí smrti J. Bolyaie*, PMFA 5(1960), str. 345–357), M. Hušková a M. Hušek (např. článek *Maurice René Fréchet*, PMFA 23(1978), str. 307–310), V. Jarník (např. článek *Deset let matematiky v osvobozeném Československu*, ČPM 80(1955), str. 261–273), M. Katětov (např. články *Některé aspekty vývoje funkcionální analýzy*, DVT 1(1968), str. 17–23, *P. S. Uryson a počátky obecné topologie*, PMFA 19(1974), str. 251–261, *N. N. Luzin a teorie reálných funkcí*, PMFA 20(1970), str. 137–145, *Česká matematika v letech 1945–1985: topologie, teorie kategorií a kombinatorika*, PMFA 32(1987), str. 191–206), V. Kořínek (např. články *Stoletý matematik* (*B. J. Bakrejev*), PMFA 5(1960), str. 472, *Prof. Aleksandr Gennadijevič Kuroš zemřel*, ČPM 97(1972), str. 107–111), O. Kowalski (např. články *Věnováno Václavu Hlavatému.* (*Některé dokumenty o životě a díle*), PMFA 38(1993), str. 46–51, *Karl Weierstrass: Dopisy Soně* (*Netradiční recenze knihy*), PMFA 41(1996), str. 141–156), P. Mandl (např. článek *K tradicím a perspektivám teorie pravděpodobnosti a matematické statistiky*, PMFA 31(1986), str. 260–263), J. Mikulčák (např. články *O J. A. Komenském a jeho Geometrii* (spoluautor J. Kyrášek), MF 1(1970/1971), str. 275–280, *Třicet let naší didaktiky matematiky*, MF 5(1974/1975), str. 730–740, *Úsilí o jednotnou školu v období 1918–1948* (spoluautor J. Šedivý), MF 9(1978/1979), str. 161–163, *E. Čech a vyučování matematice*, MFI 10(2000/2001), str. 65–71, 133–140), J. Nešetřil (např. článek *Historická perspektiva konečné matematiky*, PMFA 31(1986), str. 35–43), I. Netuka (např. články *Henri Lebesgue* (*K stému výročí narození*) (spoluautor J. Veselý), PMFA 20(1975), str. 301–307, *Bernhard Riemann* (*K stopadesátému výročí narození*) (spoluautor J. Veselý), PMFA 21(1976), str. 143–149, *Ivar Fredholm a počátky funkcionální analýzy* (spoluautor J. Veselý), PMFA 22(1977), str. 10–21, *Gustav Mittag-Leffler* (*K padesátému výročí úmrtí*) (spoluautor J. Veselý), PMFA 22(1977), str. 241–245, *Dirichletova úloha a Keldyšova věta* (spoluautor J. Veselý), PMFA 24(1979), str. 77–88, *F. Riesz a matematika dvacátého století* (spoluautor J. Veselý), PMFA 25(1980), str. 128–138, *Integrální rovnice v teorii potenciálu* (spoluautor J. Veselý), PMFA 28(1983), str. 22–38, *Eduard Helly, konvexita a funkcionální analýza* (spoluautor J. Veselý), PMFA 29(1984), str. 301–312, *Vzpomínka na profesora Marcela Brelota* (spoluautoři J. Král, J. Lukeš, J. Veselý), PMFA 33(1988), str. 170–173, *Karel Löwner a Loewnerův elipsoid*, PMFA 38(1993), str. 212–218, *Stan Wagon: The Banach-Tarski Paradox* (spoluautor J. Veselý), PMFA 32(1987), str. 267–272, *Johann Radon* (*K stému výročí narození*) (spoluautor E. Fuchs), PMFA 33(1988), str. 282–285, *Nedávné poznatky o čísle π* (spoluautor J. Veselý), PMFA 43(1998), str. 217–236, *Georg Pick – pražský matematický kolega Alberta Einsteina*, PMFA 44(1999), str. 227–232, *Choquetova teorie a Dirichletova úloha* (spoluautoři J. Lukeš, J. Veselý), PMFA 45(2000), str. 98–124, *Sto let Baireovy věty o kategoriích* (spoluautor J. Veselý), PMFA 45(2000), str. 232–256, *Choquetova teorie kapacit* (spoluautoři J. Lukeš, J. Veselý), PMFA 47(2002), str. 265–279), B. Novák (např. článek *Zemřel profesor Vojtěch Jarník* (spoluautor J. Kurzweil), ČPM 96(1971), str. 307–337, *Opět o Riemannově dzeta funkci*, PMFA 38(1993), str. 7–13), L. Nový (např. články *Cauchy a Cayleyho definice konečné grupy*, DVT 1(1968), str. 51–54, *Anglická algebraická škola*, DVT 1(1968), str. 89–105, *Ke vzniku lineární asociativní algebry*, DVT 7(1974), str. 1–15, *K historickému významu K. F. Gausse* (*K 200. výročí jeho narození*), DVT 10(1977), str. 129–139, *Univerzitní výklady algebry v Německu ke konci 19. stol. Od Serreta k Weberovi*, DVT 11(1978), str. 8–22, *Poznámky o „stylu“ Bolzanova matematického myšlení*, DVT 14(1981), str. 217–227, *Zamyšlení nad některými metodologickými problémy bolzanovského bádání*, DVT 14(1981), str. 199–204, *Bolzanův přínos vědě a společnosti*, DVT 15(1982), str. 8–12, *Účast českých matematiků na prvních mezinárodních matematických kongresech*, DVT 16(1983), str. 65–70, *Pojetí matematiky ve francouzské encyklopedii*, DVT 21(1988), str. 193–210, *Místo Quido Vettera v rozvoji dějin matematiky*, DVT 23(1990), str. 129–145), I. Seidlerová (např. články *Politické a sociální názory Bernarda Bolzana*, ČPM 81(1956), str. 388–390, *Bemerkung zu den Umgängen zwischen B. Bolzano und A. Cauchy*, ČPM 87(1962), str. 225–226), P. Simon (např. článek *Bernard Bolzano a teorie dimenze*, PMFA 26(1981), str. 248–258), A. Šarounová (např. článek *Geometrie a malířství. Zrození lineární perspektivy*, PMFA 40(1995), str. 130–150), J. Šedivý (např. články *Georg Cantor, zakladatel teorie množin* (*K 100. výročí první Cantorovy práce z teorie množin*), PMFA 20(1970), str. 5–14, *K výročí A. N. Kol-*

3 Důležité podněty pro rozvoj historie matematiky na MFF UK

Postavení historie matematiky se postupně začalo zlepšovat (nejen na MFF UK) na počátku osmdesátých let 20. století. Do značné míry to souviselo s tehdejšími hlubšími společenskými změnami a politickým vývojem v naší zemi. Ke změnám v přístupu k historii matematiky na MFF UK významně přispělo několik impulzů, které stručně zmíníme v následujících paragrafech tohoto článku.

3.1 Předmět *Světonázorové problémy v matematice* (1981 až 1990)

Koncem sedmdesátých let 20. století byl v Československu zařazen do celostátních učebních plánů učitelského studia matematiky povinný předmět *Světonázorové problémy v matematice*. Poprvé byl na MFF UK vyučován ve školním roce 1981/1982 v závěrečném, pátém ročníku učitelského studia kombinací matematika – fyzika a matematika – deskriptivní geometrie v rozsahu 2/1 a 0/2 (v obou semestrech zakončován zápočtem). Přednášejícím byl nejprve Jaroslav Šedivý, v roce 1989/1990 pak Jaroslav Folta.

Roku 1981 J. Folta napsal: *Zavádění nového předmětu „Světonázorové problémy matematiky" do vysokoškolského vzdělávání učitelů matematiky od studijního roku 1981/2 přináší řadu problémů. Předmět zahrnuje vedle matematické logiky a filozofických problémů základů matematiky značnou část věnovanou dějinám matematiky a právě k posledním dvěma oblastem zatím ne na všech vysokých školách existují odborníci.*[31]

Připomeňme, že od školního roku 1981/1982 se začaly rovněž konat přednášky *Dějiny fyziky* v rozsahu 2/0 (bez zakončení, Ivan Úlehla (1921–2004), od roku 1987 Libor Pátý, od roku 1990 Václav Frei (1930–2011), od roku 1991 Erika Poková) a *Dějiny školy a pedagogiky* v rozsahu 2/0 (zkouška, V. Štverák a R. Váňová).

Od školního roku 1982/1983 do školního roku 1986/1987 vypisoval P. Vopěnka pod hlavičkou Matematického ústavu UK výběrový *Filozofický seminář* (0/2, 0/2), v němž se věnoval filozofii a historii matematiky. Od školního roku 1987/1988 až do školního roku 1988/1989 pak P. Vopěnka vypisoval *Seminář z filozofie matematiky* (0/2, 0/2). Oba výběrové semináře byly určeny všem studentům prvního až pátého ročníku všech oborů a specializací.[32]

---

mogorova, MF 3(1972/1973), str. 736–742, *Výchovné využití historie českého odborného názvosloví*, MF 5(1974/1975), str. 578–587, *Sto let Cantorova článku "Příspěvek k teorii množin"*, MF 8(1977/1978), str. 578–587, 674–681, *Charles Babbage* (*1791–1871*), PMFA 26(1981), str. 340–341, *Sto let od otištění prvního českého pojednání o množinách*, PMFA 30(1985), str. 105–108), F. Štěpánek (např. články *Ještě jednou o Stanislavu Vydrovi a jeho době (čtyři poznámky k jednomu článku)*, PMFA 46(2001), str. 159–162, *130 let divergentních trigonometrických Fourierových řad*, PMFA 49(2004), str. 53–60, 122–128), P. Štěpánek (např. článek *Giuseppe Peano* (*1859–1932*). *Logika a teorie dimenze*, PMFA 27(1982), str. 301–307), J. Veselý (např. články *Vytvořující funkce* (spoluautor P. Trojovský), PMFA 45(2000), str. 7–35, *Weierstrassova věta o aproximaci*, PMFA 47(2002), str. 181–190, *Jedno fourierovské výročí*, PMFA 52(2007), str. 282–295, *Stoleté výročí „matiky" v Praze*, PMFA 57(2012), str. 36–49, *Euler z jiného zorného úhlu*, PMFA 58(2013), str. 301–310, *Moskevská matematická společnost, Jegorov a Luzin*, PMFA 59(2014), str. 319–334). Výše uvedený přehled si v žádném případě nečiní nároky na úplnost.
Poznamenejme, že od počátku 60. let 20. století *Časopis pro pěstování matematiky* (pozdější *Mathematica Bohemica*) je ryze odborným matematickým časopisem, kde se historie matematiky objevuje jen minimálně, časopis *Matematika, fyzika a informatika* je zaměřen zejména na problematiku didaktiky, metodiky a vyučování matematiky, fyziky a informatiky. Má sice rubriku věnovanou historii výše zmíněných oborů, ale uveřejňuje v ní jen krátké popularizační články a zprávy.

[31] J. Folta, DVT 14(1981), str. 182.

[32] Viz seznamy přednášek vypisovaných na MFF UK v 80. a 90. letech 20. století.

Ani studenti odborného studia nezůstali ochuzeni o filozofii a historii přírodních věd. Od školního roku 1985/1986 až do školního roku 1989/1990 byla pro studenty čtvrtého ročníku otevírána povinná přednáška *Filozofické otázky přírodních věd* (2/0), na jejíž výuce se podíleli externí pedagogové S. Buble, J. Fikáček, D. Janáková, K. Kasal, A. Šikýř a V. Urbánek.[33]

3.2 Letní školy *Světonázorová výchova v matematice* (1980 až 1889)

Jak již bylo v předchozím textu uvedeno, v Československu nebyli vychováváni ani odborníci k profesionální práci v historii a filozofii matematiky, ani vyučující dějin matematiky, filozofie matematiky, resp. dějin exaktních věd. Dějinami matematiky se profesionálně zabývali pouze L. Nový a J. Folta z Historického ústavu ČSAV (později transformován na Ústav československých a světových dějin ČSAV), logice a dějinám logiky se věnoval Karel Berka (1923–2004) z Ústavu pro sociologii a filozofii ČSAV.

Zavedení předmětu *Světonázorové problémy v matematice* narazilo na značný problém, neboť fakulty vzdělávající učitele matematiky nebyly připraveny na jeho výuku, neměly ani kvalifikované přednášející, ani dostatek vhodné odborné literatury. J. Šedivý z Katedry teorie vyučování matematice MFF UK proto navrhl založit sérii letních škol *Světonázorová výchova v matematice*, na nichž by se někteří vysokoškolští vyučující vzdělávající budoucí učitele matematiky intenzivně připravovali na výuku nového předmětu. Přípravy a organizace těchto letních škol se chopili J. Šedivý a J. Folta, později se k nim připojil Eduard Fuchs z Přírodovědecké fakulty Masarykovy univerzity v Brně (PřF MU). Po předčasné smrti J. Šedivého se jejich přípravě věnovali J. Folta, E. Fuchs a J. Bečvář. Letní školy organizovali ve spolupráci s Matematickou pedagogickou sekcí JČSMF.

Názvy *Světonázorové problémy v matematice* a *Světonázorová výchova v matematice* byly sice poplatné tehdejší ideologii, programy letních škol však tvořila témata klasické historie matematiky, která byla místy obohacena o nejrůznější filozofické pohledy. V letech 1980 až 1989 se tyto letní školy konaly každoročně. V polovině osmdesátých let se jejich prvotní, obecně vzdělávací charakter postupně měnil, aktivněji na nich totiž začali vystupovat někteří původně pasivní posluchači. Vzdělávací akce se tak postupně přetvářela na pravidelná setkávání milovníků historie matematiky, na nichž jejich účastníci seznamovali své kolegy s hlubší historií matematických disciplín, v nichž odborně pracovali a které na vysokých školách přednášeli. Tato proměna přispěla k tomu, že tradice letních škol, následných konferencí a seminářů z historie matematiky trvá již čtvrté desetiletí.

Od roku 1980 až do roku 1989 se letní školy konaly pod názvem *Světonázorová výchova v matematice*, v letech 1990 až 2002 pod názvem *Letní školy z historie matematiky*, roku 2003 se transformovaly na *Mezinárodní konference Historie matematiky* (viz dále).[34]

---

[33] Viz seznamy přednášek vypisovaných na MFF UK v 80. a 90. letech 20. století.

[34] O vzniku a vývoji letních škol *Světonázorová výchova v matematice*, resp. *Letních škol z historie matematiky*, resp. *Mezinárodních konferencí Historie matematiky* viz J. Bečvář: *Historie letních škol z historie matematiky*, in J. Bečvář, E. Fuchs (ed.): *Matematika v 19. století*, Sborník přednášek z letních škol Historie matematiky, edice Dějiny matematiky, sv. 3, Prometheus, Praha, 1996, str. 123–143, M. Bečvářová: *Letní školy z historie matematiky*, in J. Bečvář, E. Fuchs (ed.): *Matematika v proměnách věků III*, edice Dějiny matematiky, sv. 24, Výzkumné centrum pro dějiny vědy, Praha, 2004, str. 242–253, M. Bečvářová: *Letní školy z historie matematiky*, in M. Bečvářová, J. Bečvář (ed.): *Matematika v proměnách věků V*, edice Dějiny matematiky, sv. 33, Matfyzpress, Praha, 2007, str. 325–331, J. Bečvář: *Historie matematiky již potřicáté!*, in J. Bečvář, M. Bečvářová (eds.): *30. mezinárodní konference Historie matematiky*, *Jevíčko 21. 8. – 25. 8. 2009*, Matfyzpress, Praha, 2009, str. 9–17, M. Bečvářová: *The History of Mathematics in the Czech Republic*, European Mathematical Society Newsletter, 2010, Issue 77, September 2010, str. 37–39. Přehledné informace o historii

3.3 Zřízení *Komise pro historii matematiky a fyziky na MFF UK* (1982)

Roku 1982 byla na MFF UK zřízena *Komise pro historii matematiky a fyziky*. Jejímu vzniku a činnosti nebyla dosud věnována žádná pozornost. O této problematice podrobně pojednává čtvrtá a pátá část tohoto článku.[35]

3.4 Publikace z historie matematiky (1983 až 1990)

Na první letní škole *Světonázorová výchova v matematice* (Branžež, 1980) se v souvislosti s nedostatkem česky psané literatury z dějin matematiky zrodil nápad na vydání skript *Světonázorové problémy matematiky*. Tohoto nelehkého úkolu se v letech 1983 až 1987 ujali J. Šedivý, J. Folta a E. Fuchs, kteří se postarali o vydání čtyřdílného kompletu, do něhož kromě nich autorsky přispěli J. Bečvář, K. Berka, J. Čižmár, J. Frolíková, I. Füzéková, J. Hořejší, J. Chvalina, I. Netuka, Š. Schwabik a J. Veselý.

Na výše uvedená skripta vydaná Státním pedagogickým nakladatelstvím v Praze navázaly dva sborníky přednášek z letních škol. Vydala je Jednota československých matematiků a fyziků pod názvy *Světonázorová výchova v matematice* (Praha, 1987, editor J. Šedivý) a *Filozofické a vývojové problémy matematiky* (Praha, 1988, editor J. Folta). Jednotlivé příspěvky sepsali J. Bečvář, K. Berka, J. Čižmár, E. Fuchs, J. Hrubeš, R. Kolomý, H. Kořínková (jediný politicky motivovaný příspěvek), I. Marek, I. Netuka, J. Pech, J. Šedivý, V. Štefl a J. Veselý.

Ve stejné době J. Šedivý, J. Mikulčák a S. Židek ve spolupráci s I. Füzékovou a J. Pechem připravili a vydali ve Státním pedagogickém nakladatelství skripta *Antologie matematických didaktických textů. Období 1360–1860* (Praha, 1987) a skripta *Antologie z učebnic matematiky 1860–1960* (Praha, 1988). Byla zaměřena na dějiny vyučování matematice v našich zemích. Učitelům a všem zájemcům o vývoj vyučování matematice poskytla navíc i tzv. „zdrojové“ texty doplněné zasvěcenými komentáři.

V letech 1982 až 1990 vydala Jednota československých matematiků a fyziků osm souborů nazvaných *Dějiny matematiky a fyziky v obrazech*. Jednalo se o sady listů formátu B5, na nichž byl celostránkový obrázek doplněný na druhé straně stručným textem. Jejich cílem bylo popularizovat naše i světové významné matematiky, fyziky a astronomy, připomenout důležité monografie a časopisy, které sehrály klíčovou roli ve vývoji matematiky a fyziky, představit převratné stroje a přístroje a přiblížit činnost vědeckých společností a škol. *Dějiny matematiky a fyziky v obrazech* byly určeny především učitelům středních a základních škol, kteří je mohli využívat při výuce. První soubor připravili J. Šedivý a J. Folta, druhý V. Malíšek, další již vznikly ve větších autorských kolektivech. Je škoda, že již nevyšel devátý svazek, který byl roku 1991 k vydání připraven.

Výše uvedené publikace pravidelně získávali účastníci letních škol *Světonázorová výchova v matematice*. Některé další texty vycházející z aktivit letních škol byly otištěny v časopisu *Matematika a fyzika ve škole*. Od počátku osmdesátých let 20. století tak po-

---

letních škol a konferencí a zejména aktuální informace o chystaných akcích jsou dostupné na rozsáhlé a pravidelně inovované webové stránce http://www.fd.cvut.cz/personal/becvamar/konference/hlavnindex.html.
O přínosu J. Šedivého viz J. Bečvář, E. Fuchs: *Jaroslav Šedivý, zakladatel letních škol z historie matematiky*, in J. Bečvář, E. Fuchs (ed.): *Matematika v 19. století*, Sborník přednášek z letních škol Historie matematiky, edice Dějiny matematiky, sv. 3, Prometheus, Praha, 1996, str. 121–122, J. Mikulčák: *Jaroslav Šedivý 1934–1988*, edice Ovlivnili vyučování matematice, sv. 2, KDM, MFF UK, Praha, 1998.
O přínosu J. Folty viz heslo *Jaroslav Folta*, in *Významní matematici v českých zemích* (autoři hesla: M. Hořejší, P. Šišma). Heslo je dostupné na webové adrese http://web.math.muni.cz/biografie/index.html.

[35] Všechny informace uvedené ve čtvrté a páté části článku vycházejí z dosud nepublikovaných materiálů uložených v soukromém archivu I. Netuky.

stupně narůstal počet česky psaných kvalitních textů z historie matematiky, která se pomalu začala vracet ke své předválečné oblibě a úrovni.[36]

3.5 Založení *Stálé pracovní skupiny pro dějiny matematiky* (1986)

Podnět vedoucí k založení skupiny pracovníků věnujících se aktivně dějinám matematiky se objevil již na první letní škole *Světonázorová výchova v matematice*. Ve zprávě o jejím průběhu je uvedeno:

Doporučovalo se, aby Jednota československých matematiků a fyziků vytvořila skupinu vážnějších zájemců o historii matematiky a tak podnítila rozvoj tohoto oboru u nás. V diskusi bylo mimo jiné naznačeno, že je třeba věnovat zavedení předmětu na vysoké školy zvýšenou péči, protože tato pedagogická základna by mohla posílit i badatelskou práci v dějinách matematiky a tak pomoci postihnout zejména neobyčejný rozvoj československé matematiky v průběhu dvacátého století a zejména v období výstavby socialistického Československa.[37]

Stálá pracovní skupina pro dějiny matematiky při Jednotě československých matematiků a fyziků a Československé společnosti pro dějiny věd a techniky byla založena roku 1986, jejím prvním předsedou se stal Břetislav Novák, místopředsedou Jaroslav Folta a tajemníkem Jindřich Bečvář. Jejími aktivními členy byli L. Berger, L. Bukovský, E. Fuchs, M. T. Morovics, I. Netuka, L. Nový, J. Šedivý, A. Šolcová a J. Veselý. Během krátké doby se vedení skupiny ujal J. Folta (předseda). Místopředsedou se stal J. Bečvář, hospodářem E. Fuchs, tajemnicí A. Šolcová. Hlavní aktivitou vzniklé skupiny byla právě organizace každoročně konaných letních škol *Světonázorová výchova v matematice* a příprava vydávání doprovodných publikací.[38]

3.6 Vznik *Oddělení historie matematiky* na Matematickém ústavu UK (1988)

Nápad vytvořit samostatné oddělení, které by se ve své badatelské práci soustředilo na dějiny matematiky, nebyl v osmdesátých letech nový, jeho realizace si však vyžádala delší čas. Již ve školních rocích 1966/1967 až 1969/1970 existoval na MFF UK tzv. *Kabinet dějin přírodních věd při Katedře algebry a geometrie*, který se specializoval na problematiku historie matematiky a fyziky v našich zemích. Vedla jej jako externí vedoucí I. Seidlerová, vědecká pracovnice Historického ústavu Československé akademie věd.[39] V roce 1970, tj. počátkem normalizace, byl kabinet bez náhrady zrušen.

---

[36] Více viz J. Bečvář: *Historie letních škol z historie matematiky*, in J. Bečvář, E. Fuchs (ed.): *Matematika v 19. století*, Sborník přednášek z letních škol Historie matematiky, edice Dějiny matematiky, sv. 3, Prometheus, Praha, 1996, str. 123–143. V tomto článku jsou uvedeny bibliografické údaje o všech výše uvedených publikacích, které jsou doplněny i odkazy na jejich recenze. Viz též J. Bečvář: *Historie matematiky již potřicáté!*, in J. Bečvář, M. Bečvářová (eds.): *30. mezinárodní konference Historie matematiky, Jevíčko 21. 8. – 25. 8. 2009*, Matfyzpress, Praha, 2009, str. 9–17.

[37] Viz J. Folta, DVT 14(1981), str. 182.

[38] O činnosti stálé pracovní skupiny pro dějiny matematiky viz J. Folta: *Stálá pracovní skupina pro dějiny matematiky*, DVT 19(1986), str. 255, J. Bečvář: *Stálá pracovní skupina pro dějiny matematiky*, in *V. seminář o filozofických otázkách matematiky a fyziky*, JČSMF, Brno, 1988, str. 44–47. Viz též *Sjezdový sborník, Jednota československých matematiků a fyziků*, Jednota slovenských matematikov a fyzikov, Nitra, 1990, str. 53–54, *Sjezdový sborník, Jednota českých matematiků a fyziků*, Olomouc, 1993, str. 79–80, J. Bečvář: *Historie matematiky již potřicáté!*, in J. Bečvář, M. Bečvářová (eds.): *30. mezinárodní konference Historie matematiky, Jevíčko 21. 8. – 25. 8. 2009*, Matfyzpress, Praha, 2009, str. 9–17.

[39] Poznamenejme, že v letech 1921 až 1953 ústav nesl název Československý státní historický ústav vydavatelský (resp. Státní historický ústav vydavatelský), v letech 1953 až 1970 název Historický ústav Československé akademie věd, v letech 1970 až 1989 Ústav československých a světových dějin Československé akademie věd,

V roce 1988 bylo z iniciativy I. Netuky na Matematickém ústavu Univerzity Karlovy (MÚ UK, který je nedílnou součástí MFF UK) založeno *Oddělení historie matematiky*, jehož vedení bylo svěřeno Jindřichu Bečvářovi. Po více než třicetiletých snahách tak dějiny matematiky získaly své první institucionální zázemí. Členy oddělení se stali J. Bečvář, J. Daneš, I. Netuka, J. Veselý (všichni z MÚ UK), B. Vojtášková (původně MÚ UK, později Katedra filozofie matematiky a přírodních věd), L. Zajíček (Katedra matematické analýzy), J. Folta a L. Nový (oba z ČSAV).

V *Seznamu přednášek na Matematicko-fyzikální fakultě ve studijním roce 1989–1990* (MFF UK, Praha, 1989) je jeho činnost charakterizována takto: *Oddělení historie matematiky je zaměřeno na dějiny světové matematiky 19. a 20. století, dějiny československé matematiky a matematiky na Univerzitě Karlově a podílí se na výuce dějin a světonázorových problémů matematiky.* (str. 35)

Mezi spolupracovníky oddělení, kteří se v následujících letech podíleli na pestrých aktivitách spojených s historií matematiky, patřili M. Bečvářová, L. Boček, J. Folta, E. Fuchs, J. Hora, D. Hrubý, M. Hykšová, K. Mačák, L. Nový, I. Saxl, Š. Schwabik, A. Šarounová, J. Šedivý, A. Šolcová, J. Zichová a další.

Již 11. července 1988 v souvislosti s plánovaným konstituováním *Oddělení historie matematiky* zaslal I. Netuka děkanovi fakulty, proděkanům, L. Pátému a J. Bečvářovi dopis, v němž podal informace o publikacích, které by bylo žádoucí vydat k oslavám 650. výročí založení Univerzity Karlovy připravovaným na rok 1998. Měly pojednávat o významných osobnostech české matematiky. Plánovány byly práce o V. Jarníkovi (koordinací prací byl pověřen J. Novák), E. Weyrovi (pověřen J. Bečvář), F. J. Studničkovi (pověřen J. Bečvář), E. Čechovi (přínos k topologii a geometrii) a B. Bolzanovi (pověřen J. Veselý). Ke konzultacím s příslušnými odborníky byly navrženy publikace o B. Bydžovském, K. Petrovi, V. Kořínkovi, J. Hájkovi a E. Čechovi (přínos k didaktice).

I. Netuka ve svém dopise z 11. 7. 1988 uvedl o výše uvedeném úkolu tato „prorocká“ slova: *Připravit k výročí publikace tohoto typu by bylo vysoce žádoucí, jistě však náročné. Pokud bude konstituováno Oddělení historie matematiky, mělo by mu být zpracování publikace takového zaměření uloženo.*

Stanovené úkoly se do současné doby podařilo víceméně splnit. Během devadesátých let 20. století a v prvním desetiletí 21. století byly vydány monografie o B. Bolzanovi, E. Čechovi, V. Jarníkovi, V. Kořínkovi, F. J. Studničkovi, Ed. Weyrovi a Em. Weyrovi. Byly sepsány diplomové nebo doktorské práce o K. Petrovi a B. Bydžovském. *Oddělení historie matematiky* se od prvopočátku zaměřilo na detailní, historicky i matematicky náročné zpracování životních osudů a hodnocení vědeckých děl a všestranných aktivit českých matematiků. Za svůj důležitý a prvořadý úkol považovalo sepsání rozsáhlé publikace pojednávající o vývoji matematiky na pražské univerzitě.

Oddělení historie matematiky mělo v devadesátých letech a na počátku 21. století poměrně příznivé podmínky pro svoji činnost. Rozvíjelo řadu celostátních i mezinárodních aktivit a navázalo kontakty na celostátní i mezinárodní úrovni. Existuje sice do současné doby, ale od druhé poloviny druhého desetiletí 21. století již téměř žádnou aktivitu nevyvíjí, neboť většina jeho členů MFF UK opustila nebo je již penzijního věku. Oddělení ztratilo institucionální podporu a zázemí, což do jisté míry souvisí se současným rezervovaným přístupem dnešního vedení MFF UK k významu historie matematiky. Historie se tak do jisté míry opakuje.

---

v letech 1990 až 1991 Historický ústav Československé akademie věd a od roku 1992 Historický ústav České akademie věd.

3.7 Výuka dějin matematiky (90. léta až současnost)

Vlivem politických změn byly po roce 1989 nejprve přepracovány povinné učební plány, jednotlivé fakulty připravující učitele se začaly výrazněji specializovat a diferencovat. Nakonec přestaly zcela existovat celostátní studijní programy jednotlivých studijních oborů a zaměření.

V plánech učitelského studia byl na MFF UK od školního roku 1990/1991 předmět *Světonázorové problémy v matematice* nahrazen předmětem *Dějiny matematiky*, který začal přednášet J. Bečvář. Nejprve jej vyučoval pro studenty 5. ročníku učitelského studia matematiky po celý školní rok v rozsahu 2/0 a 2/0 (zakončen zkouškou), po úpravách studijních plánů byl předmět redukován na jednosemestrální (2/0 v letním semestru 4. ročníku, zakončen klasifikovaným zápočtem). V průběhu devadesátých let J. Bečvář každoročně konal kromě povinné kurzovní přednášky semestrální výběrové přednášky o matematice ve starověku (Egypt a Mezopotámie), o matematice ve středověké a pozdně renesanční Evropě a o matematice v novověku.[40]

Doplňme pro úplnost, že od školního roku 1990/1991 zahájila na MFF UK svoji činnost samostatná Katedra filozofie matematiky a přírodních věd, která vypsala celou řadu výběrových přednášek. V prvním roce se historie matematiky do jisté míry objevila v přednáškách *Filosofie matematiky* (2/0, 2/0, J. Fiala), *Paradoxy a logika* (2/0, P. Kůrka) a *Základy matematického myšlení* (2/2, 2/2, P. Vopěnka).[41]

V současné době jsou dějiny matematiky vyučovány v bakalářském studiu pro studenty 3. ročníku učitelství matematiky opět po celý školní rok v rozsahu 2/0 a 2/0 (zakončeno zápočtem, resp. zkouškou). Základní kurz historie matematiky zaměřený na vývoj matematických myšlenek ve starém Řecku a středověké Evropě je doplněn dvousemestrálními výběrovými přednáškami o vývoji matematiky ve starém Egyptě a Mezopotámii, jednosemestrální přednáškou o vývoji matematiky v novověku a výběrovými semináři *Didakticko-historický seminář*, *Reformy vyučování matematice* a *Vývoj matematického vzdělávání*. Na výuce dějin matematiky se na MFF UK nyní podílejí zejména J. Bečvář a M. Bečvářová. Speciální výběrový seminář pro studenty MFF UK a Filozofické fakulty Univerzity Karlovy věnovaný filologicko-matematickému rozboru řeckých klasických matematických textů, který v prvním desetiletí 21. století na MFF UK založil Z. Šír, nyní vede Z. Halas.[42]

V posledních třech letech jsou celoroční přednášky z dějin matematiky vedené J. Bečvářem a M. Bečvářovou nabízeny i v rámci studia Univerzity třetího věku, kde získaly značnou oblibu (ve školním roce 2015/2016 si je zapsalo téměř pět desítek platících posluchačů).

3.8 Výběrové přednášky a semináře z dějin matematiky (90. léta až současnost)

Od školního roku 1989/1990 vznikl při *Oddělení historie matematiky* MÚ UK *Výběrový seminář z dějin matematiky* (0/2, 0/2), který si mohli zapisovat studenti všech oborů a specializací. Po několik let byl součástí *Celostátního semináře z dějin matematiky* (v některých letech se konal i v Brně, Plzni a Liberci) a od školního roku 2005/2006 se transformoval na *Didakticko-historický seminář*. Od prvopočátku jej vede J. Bečvář. Vystupovali na něm naši i zahraniční historici matematiky, matematici, didaktici a historici, doktorandi i pedagogové z praxe.[43]

[40] Viz seznamy přednášek vypisovaných na MFF UK v 90. letech 20. století.

[41] Viz seznamy přednášek vypisovaných na MFF UK v 90. letech 20. století.

[42] Více viz současné seznamy přednášek vypisovaných na MFF UK.

[43] Všechny informace o odborné náplni *Celostátního semináře z dějin matematiky* a *Didakticko-historického semináře* jsou dostupné na pravidelně inovované webové stránce http://www.karlin.mff.cuni.cz/~becvar/dh-seminar.htm.

3.9 Diplomové práce (90. léta až současnost)

V devadesátých letech vedli na učitelském studiu několik diplomových prací z historie matematiky J. Bečvář a I. Netuka.[44] Od počátku 21. století jsou témata z historie matematiky a historie vyučování matematice studentům bakalářského i magisterského studia učitelských kombinací opět zadávána; obhájené, řešené i vypsané práce je možno dohledat na webu MFF UK nebo v knihovně MFF UK.

3.10 *Letní školy z historie matematiky* (1990 až 2002)

V roce 1990 se letní školy *Světonázorová výchova v matematice* proměnily na *Letní školy z historie matematiky*. Organizovali je J. Bečvář, J. Folta a E. Fuchs (Stálá pracovní skupina pro dějiny matematiky). Vzhledem k razantnímu nárůstu cen ubytovacích zařízení a nedostatečným finančním možnostem fakult i účastníků se po roce 1990 potýkaly (stejně jako jiné akce) s existenčními problémy. Nezanikly jen díky velkorysé nabídce J. Folty, který v letech 1991 až 1993 poskytl ke konání letních škol svůj soukromý objekt (Brdo u Manětína).[45]

Od roku 1994 využívali organizátoři letních škol osobních kontaktů s pedagogy působícími na středních školách s přidruženými ubytovacími zařízeními (Vyškov, Chrudim, Jevíčko a Velké Meziříčí), a tak mohly letní školy přivítat i více než pět desítek účastníků. Na letních školách totiž začali o svých prvních výsledcích přednášet rovněž mladí zájemci o historii matematiky z řad doktorandů, studentů i pedagogů.[46]

3.11 Založení doktorského studia *Obecné otázky matematiky a informatiky* (1992)

V letech 1991 až 1992 se po komplikovaných jednáních na MFF UK a na PřF MU postupně konstituoval nový obor doktorského studia nazvaný *Obecné otázky matematiky a informatiky*.[47] V jeho rámci lze na MFF UK studovat elementární matematiku, dějiny matematiky a informatiky, výuku matematiky a informatiky na středních a vysokých školách, obhájit disertační práci a získat titul Ph.D. (původně titul Dr.).

Individuální příprava doktorandů začala od školního roku 1992/1993.[48] Do současné doby bylo na MFF UK obhájeno 45 doktorských prací, z nichž většina byla ve speciali-

---

[44] Na MFF UK byly obhájeny například tyto diplomové práce: S. Vejvodová: *Matematika v dějinách Univerzity Karlovy* (1989, I. Netuka), Z. Crkalová: *Život a dílo Karla Petra* (1992, J. Bečvář), O. Balvín: *Matematická analýza na Univerzitě Karlově* (1993, I. Netuka), M. Černá: *Matematika ve středověké Evropě* (1995, J. Bečvář), H. Boušková: *Život a dílo Jana Sobotky* (1995, J. Bečvář), Z. Kubištová: *Z arabské matematiky* (1995, J. Bečvář), R. Antoš: *Rozbor desáté knihy Eukleidových Základů* (1998, J. Bečvář), P. Keilová: *Určování obsahů a objemů před vznikem infinitesimálního počtu* (1999, J. Bečvář).

[45] Viz J. Folta: *O sponzorství trochu jinak*, Vesmír 70(1991), str. 708.

[46] O letních školách, které se konaly v letech 1990 až 2002, lze najít základní fakta v článcích J. Bečvář: *Historie letních škol z historie matematiky*, in J. Bečvář, E. Fuchs (ed.): *Matematika v 19. století*, Sborník přednášek z letních škol Historie matematiky, edice Dějiny matematiky, sv. 3, Prometheus, Praha, 1996, str. 123–143, M. Bečvářová: *Letní školy z historie matematiky*, in J. Bečvář, E. Fuchs (ed.): *Matematika v proměnách věků III*, edice Dějiny matematiky, sv. 24, Výzkumné centrum pro dějiny vědy, Praha, 2004, str. 242–253, M. Bečvářová: *Letní školy z historie matematiky*, in M. Bečvářová, J. Bečvář (ed.): *Matematika v proměnách věků V*, edice Dějiny matematiky, sv. 33, Matfyzpress, Praha, 2007, str. 325–331, J. Bečvář: *Historie matematiky již potřicáté!*, in J. Bečvář, M. Bečvářová (eds.): *30. mezinárodní konference Historie matematiky, Jevíčko 21. 8. – 25. 8. 2009*, Matfyzpress, Praha, 2009, str. 9–17. Podrobné informace o historii i současnosti letních škol, resp. konferencí je možno najít na webové stránce http://www.fd.cvut.cz/personal/becvamar/konference/hlavnindex.html.

[47] Více viz J. Bečvář: *Obecné otázky matematiky a informatiky*, in E. Fuchs, Z. Došlá (red.): *Celostátní seminář fakult vychovávajících učitele matematiky. Pracovní materiály*, Šlapanice 28. 9. – 30. 9. 1992, Masarykova univerzita, Brno, str. 27–28.

[48] Viz brožura *Doktorandské studium. Informace 1992*, MFF UK, Praha, 1992 (podrobnosti o oboru jsou uvedeny na str. 51). V ní je uvedena základní charakteristika oboru, seznam prvních garantů a členů oborové rady.

zaci dějiny matematiky. Ve školním roce 2015/2016 je na oboru 18 studentů v prezenčním a kombinovaném studiu.[49]

3.12 *Semináře z historie matematiky pro vyučující na středních školách* (od roku 1993)

V srpnu roku 1993 se v Jevíčku uskutečnil první *Seminář z historie matematiky pro vyučující na středních školách*, který připravili J. Bečvář, E. Fuchs a D. Hrubý. Navázal na původní vzdělávací aktivity letních škol *Světonázorová výchova v matematice*. Novinkou bylo jeho zaměření na vzdělávání středoškolských učitelů. Idea jeho uspořádání se zrodila v roce 1992 na tradičním, již šestém *Semináři o filosofických otázkách matematiky a fyziky*. Od roku 1993 se tyto dva semináře pravidelně střídají v dvouletém cyklu.

V současné době je *Seminář z historie matematiky pro vyučující na středních školách* připravován organizačním výborem ve složení J. Bečvář, M. Bečvářová, Z. Halas a M. Melcer. Většina přednášejících je z Katedry didaktiky matematiky MFF UK a jejich blízkých spolupracovníků. Posledních několik seminářů mělo monotematické zaměření (matematika, její aplikace, architektura a umění vrcholného a pozdního středověku (2011), Archimédés ze Syrákús (2013), Eukleidés z Alexandrie (2015)) a nabídlo účastníkům podnětné a neotřelé propojení matematiky, historie, filozofie a didaktiky s ohledem na přímé využití při základní výuce matematiky i ve výběrových seminářích. Na rok 2017 organizátoři připravují seminář zaměřený na matematiku, geometrii, fyziku, historii a umění v evropském pozdním středověku a jejich vzájemné souvislosti.

Zprávy o průběhu obou seminářů jsou pravidelně zveřejňovány v odborném tisku (Pokroky matematiky, fyziky a astronomie, Matematika, fyzika, informatika, Učitel matematiky, Dějiny věd a techniky).[50]

3.13 Založení edice *Dějiny matematiky* (1994)

V roce 1994 založili J. Bečvář a E. Fuchs edici *Dějiny matematiky*, která tehdy nevelké komunitě zájemců o vývoj matematiky a její vyučování přinesla nové a poměrně bohaté publikační možnosti.

Od roku 1994 do roku 2016 bylo v edici *Dějiny matematiky* vydáno 59 svazků s finanční podporou projektů Fondu rozvoje vysokých škol, Ministerstva školství, mládeže a tělovýchovy, s podporou Grantové agentury ČR, resp. Grantové agentury Akademie věd ČR, Jednoty českých matematiků a fyziků a její Matematické vědecké sekce (dnešní Česká matematická společnost), Výzkumného centra pro dějiny vědy, Matematické sekce MFF UK, Katedry didaktiky matematiky MFF UK a Ústavu aplikované matematiky Fakulty dopravní Českého vysokého učení technického (FD ČVUT). Některé svazky mají charakter sborníků rozšířených verzí přednášek proslovených na seminá-

---

[49] Podrobné informace o doktorském studiu oboru *Obecné otázky matematiky a informatiky*, obhájených i připravovaných doktorských pracích lze najít na pravidelně inovované, doplňované a rozšiřované webové stránce http://www.karlin.mff.cuni.cz/~becvar/pgs/pgs.htm, kterou vytvořil J. Bečvář, bývalý garant oboru. Několik prací se věnovalo analýze životních osudů a díla našich matematiků (např. F. J. Studnička (M. Bečvářová-Němcová, 1997), B. Bydžovský (L. Francová-Provazníková, 2001, resp. J. Hromadová-Olejníčková, 2006), K. Rychlík (M. Hykšová, 2002), M. Kössler (P. Pavlíková-Drábková, 2005), L. S. Rieger (E. Pecinová-Kozáková, 2006), W. Matzka (M. Chocholová, 2011).

[50] O organizaci a odborném programu *Seminářů z historie matematiky pro vyučující na středních školách* viz M. Bečvářová: *Semináře z historie matematiky pro vyučující na středních školách*, in M. Bečvářová, J. Bečvář (ed.): *Matematika v proměnách věků V*, edice Dějiny matematiky, sv. 33, Matfyzpress, Praha, 2007, str. 317–324. Přehledné informace o historii seminářů a aktuální informace o chystaných akcích jsou dostupné na pravidelně inovované webové stránce http://www.fd.cvut.cz/personal/becvamar/seminar_ss/.

Informace o odborné náplni *Seminářů o filosofických otázkách matematiky a fyziky* lze najít na webové adrese http://www.gvm.cz/cs/o-studiu/seminare, resp. v seminárních sbornících editovaných A. Trojánkem (do roku 2008) a v předseminárních brožurách akce, které stále vydává A. Trojánek.

řích či konferencích, jiné vznikly z upravených disertačních prací absolventů doktorského studia Obecné otázky matematiky a informatiky, resp. z habilitačních prací, některé jsou monografiemi učebnicového charakteru či monografiemi ryze odbornými, některé obsahují komentované překlady klasických matematických textů. Během dvaceti let si edice získala respekt u nás i v zahraničí.

Na odbornou, jazykovou, grafickou i typografickou úroveň edice dohlíží redakční rada, která nyní pracuje ve složení: Jindřich Bečvář (MFF UK, Praha), Martina Bečvářová (FD ČVUT a MFF UK, Praha), Vlastimil Dlab (Ústav matematiky a statistiky University Carleton, Ottawa), Eduard Fuchs (PřF MU, Brno), Jiří Hudeček (Filozofická fakulta Univerzity Karlovy, Praha), Magdalena Hykšová (FD ČVUT, Praha), Ivan Netuka (MFF UK, Praha), Antonín Slavík (MFF UK, Praha) a Miroslav Vlček (FD ČVUT, Praha).

Jednotlivé svazky jsou k dispozici ve všech větších knihovnách České republiky, elektronicky jsou dostupné na adrese http://www.dml.cz. Základní informace o všech dosud vyšlých svazcích (název, titulní list, obsah a anotace) jsou k dispozici na webové adrese http://www.fd.cvut.cz/personal/becvamar/Edice/Edice.htm.[51]

3.14 Založení tradice konferencí *Historie matematiky* (2003)

Během devadesátých let 20. století se postupně měnil charakter letních škol, neboť na ně pravidelně přijížděli hosté ze Slovenska a Polska, objevili se i účastníci z Německa, Itálie, Ruska, Ukrajiny a Tunisu, do odborné části programu se stále více zapojovali doktorandi, kteří prezentovali výsledky vlastní výzkumné práce. Proto byla od roku 2003 *Letní škola z historie matematiky* přejmenována na *Mezinárodní konferenci Historie matematiky*. V letech 2003, 2005, 2007, 2009 a 2011 se konference konala v Jevíčku, v letech 2004, 2006, 2008, 2010, 2012 a 2014 ve Velkém Meziříčí a v letech 2013 a 2015 v Poděbradech, kde od té doby získala pevné zázemí. V letech 2003 až 2015 se na organizování konferencí různou měrou podíleli J. Bečvář, M. Bečvářová, E. Fuchs, M. Hykšová, M. Melcer, I. Saxl, I. Sýkorová. V současné době pracují v programovém a organizačním výboru J. Bečvář, M. Bečvářová, M. Hykšová, M. Melcer a I. Sýkorová.

Řadu let dostávali účastníci letních škol a konferencí jen různě kvalitní nakopírované sylaby přednášek v nejednotné úpravě a odborný program se často dozvídali až po zahájení akce. Roku 2006 došlo k výrazné změně. Jednu část programu nyní zaujímá několik zvaných přednášek, druhou část větší počet kratších konferenčních příspěvků. Účastníci se s programem připravované konference, s jejím časovým harmonogramem a seznamem účastníků mohou seznámit na webové stránce konference zhruba dva měsíce před konferencí. Při prezentaci získávají klasický konferenční sborník vytištěný před konferencí v nakladatelství Matfyzpress. Obětavě a s velkým nasazením jej editují M. Bečvářová a J. Bečvář.[52]

---

[51] O edici viz M. Bečvářová: *Dějiny matematiky – Nová ediční řada*, Pokroky matematiky, fyziky a astronomie 42(1997), str. 213–214, E. Fuchs, E. Těšínská: *Edice „Dějiny matematiky"*, DVT 39(2006), str. 121–124, J. Bečvář: *Historie matematiky již potřicáté!*, in J. Bečvář, M. Bečvářová (eds.): *30. mezinárodní konference Historie matematiky*, *Jevíčko 21. 8. – 25. 8. 2009*, Matfyzpress, Praha, 2009, str. 9–17, J. Bečvář: *Edice Dějiny matematiky*, in J. Obdržálek, Š. Zajac (eds.): *Sjezdový sborník, Jednota českých matematiků a fyziků*, Lázně Bohdaneč, 2010, str. 95–103, M. Bečvářová: *The History of Mathematics in the Czech Republic*, European Mathematical Society Newsletter, 2010, Issue 77, September 2010, str. 37–39, a též četné recenze uveřejněné v našem i zahraničním odborném tisku.

[52] O konferencích viz J. Bečvář: *Historie matematiky již potřicáté!*, in J. Bečvář, M. Bečvářová (eds.): *30. mezinárodní konference Historie matematiky*, *Jevíčko 21. 8. – 25. 8. 2009*, Matfyzpress, Praha, 2009, str. 9–17, a webová stránka http://www.fd.cvut.cz/personal/becvamar/konference/hlavnindex.html.

4 Komise pro historii matematiky a fyziky na MFF UK

Na konci sedmdesátých let se několik zájemců o historii matematiky shodlo na názoru, že by bylo vhodné na fakultě založit komisi, která by v této oblasti mohla hrát v určitém smyslu roli poradního orgánu pro vedení fakulty. Tehdy I. Netuka zastával funkci proděkana pro pedagogickou činnost a snažil se pro založení komise získat podporu kolegia děkana. Vedení fakulty otázkám historie matematiky nepřikládalo prvořadou důležitost, proto diplomatická jednání probíhala delší dobu; hodně se dbalo na integritu fakulty a určitou roli sehrála také skutečnost, že o dějiny fyziky byl ve fyzikální komunitě relativně menší zájem. Na konci roku 1981 se podařilo mezi úkoly kolegia děkana zařadit bod *činnost fakulty v oblasti historie matematiky*. Z podkladového materiálu z 24. 1. 1982 předloženého I. Netukou uvádíme:

Činnost v uvedené oblasti by se na MFF měla uskutečňovat ve spolupráci se skupinou pro výuku dějin věd a techniky při Československé společnosti pro dějiny věd a techniky, s Komisí pro historii při Jednotě československých matematiků a fyziků a paralelně s činností v oblasti historie fyziky na MFF UK. Při koncipování této činnosti je třeba vycházet ze skutečnosti, že v oblasti historie matematiky nemá MFF UK žádné profesionální pracovníky, na druhé straně se historickým aspektům matematiky zájmově věnuje několik pracovníků fakulty. Z tohoto důvodu považuji za účelné zřídit na MFF UK pouze komisi pro historii matematiky, jejíž činnost by se ve spolupráci s výše uvedenými orgány soustředila zejména na následující problematiku:

- *podílet se na přípravě a zajištění výuky, případně učebních pomůcek předmětu Světonázorové problémy v matematice (učitelské studium, 5. ročník)*
- *snažit se o zabezpečení výběrových přednášek z oblasti historie matematiky, perspektivně prosazovat do obsahové přestavby studia odborné matematiky předmět Vývoj matematiky, jehož posláním by bylo jednak podat základní poznatky z historie matematiky, jednak (po oborech) dát informativní přehled o současném vývoji matematických disciplín, o moderních směrech rozvoje a o aplikacích; připravit záměry k uvedené přednášce jako podklad pro jednání*
- *ve spolupráci s katedrami usilovat o prohlubování pasáží věnovaných historii matematiky v jednotlivých přednáškách a seminářích a zajistit funkci konzultantů při diplomových pracích s problematikou zasahující do historie matematiky*
- *věnovat se popularizaci vývoje matematiky formou přednášek na fakultě či v rámci Jednoty československých matematiků a fyziků, publikací článků s názornými materiály v prostorách fakulty (nástěnky či skříňky s obrazovým či textovým materiálem)*
- *sledovat nejdůležitější změny v oblasti matematiky na MFF UK (výuka, organizace) s cílem podchycení současného vývoje pro pozdější hodnocení.*

Poznámka: Bylo by vhodné, aby v komisi pracovali zástupci všech matematických oborů a učitelství matematika – fyzika, matematika – deskriptivní geometrie. Na druhé straně není účelné do komise získat „formální“ členy, činnost lze očekávat pouze od opravdových zájemců o problematiku. Otázku vědecké práce v historii matematiky na MFF UK ponechávám stranou – necítím se kompetentní se k ní vyjádřit.

Návrh na zřízení komise pro historii matematiky nebyl akceptován, avšak 23. 2. 1982 rozhodlo kolegium děkana o zřízení *Komise pro historii matematiky a fyziky* (dále jen Komise). V návaznosti na toto rozhodnutí I. Netuka zaslal vedoucím matematických a fyzikálních pracovišť výzvu, aby do 31. 3. 1982 sdělili, zda některý z členů jejich pracoviště má zájem o práci v Komisi.

5 Schůzky Komise pro historii matematiky a fyziky

Na základě návrhů z pracovišť se členy komise stali tito pracovníci: J. Bečvář (od roku 1986), Katedra algebry; Z. Korbel, Katedra jaderné fyziky (jen do roku 1983); B. Kussová (Vojtášková), Matematický ústav UK; P. Mandl, Katedra pravděpodobnosti a matematické statistiky; I. Netuka (předseda Komise), Katedra matematické analýzy; O. Novotný, Katedra geofyziky a meteorologie; L. Pátý, Katedra elektroniky a vakuové fyziky; J. Segethová, Katedra numerické matematiky (jen do roku 1990); J. Šedivý, Katedra didaktiky matematiky; V. Vanýsek, Katedra astronomie a astrofyziky; J. Veselý, Katedra matematické analýzy; M. Vlach (od roku 1985), Katedra kybernetiky, informatiky a operačního výzkumu; P. Vopěnka, Matematický ústav UK. Dále se jednání Komise zúčastňovali M. Kunštát, Archiv Univerzity Karlovy, a J. Folta, Ústav československých a světových dějin ČSAV.

První schůzka se uskutečnila dne 8. 6. 1982. Členové Komise předložili náměty na činnost komise, mj. se jednalo o tyto body:

- pořádání přednášek o historii oborů; připomenutí významných osobností; zařazování pasáží o historii matematiky a fyziky do kurzovních přednášek[53]
- příprava „testu obecných znalostí“
- „kolektivní“ výběrová přednáška z historie[54]
- zpracování periodizace vývoje matematiky[55]
- získání obrazového přehledu o vývoji matematiky od IBM
- perspektivní zřízení kabinetu pro historii matematiky, případně zřízení katedry přírodovědných oborů[56]
- zřízení vitrín pro výstavky z historie matematiky a fyziky.[57]

Na druhou schůzku Komise konanou dne 6. 1. 1983 byli přizváni J. Folta a L. Nový, Ústav československých a světových dějin ČSAV. Diskuse byla věnována mj. těmto otázkám:

- příprava testu znalostí studentů o historii a vývoji oboru

[53] Například do kurzovních matematických přednášek historické pasáže zařazovali a zařazují J. Bečvář, L. Beran, Z. Halas, I. Netuka, A. Slavík, J. Veselý, J. Zichová. Kratší či delší pasáže věnované historickým aspektům vykládané látky se objevily např. ve skriptech I. Netuky a J. Veselého (viz např. I. Netuka: *Základy moderní analýzy*, Matfyzpress, Praha, 2014, J. Veselý: *Matematická analýza pro učitele*, první a druhý díl, Matfyzpress, Praha, 1997 (oba díly), J. Veselý: *Komplexní analýza pro učitele*, Matfyzpress, Praha, 2000, J. Veselý: *Základy matematické analýzy*, první díl, druhý díl, Matfyzpress, Praha, 2004, 2009).

[54] Kolektivní výběrová přednáška z historie matematiky se nikdy neuskutečnila.

[55] Námět se nepodařilo plně realizovat.

[56] Výše uvedená pracoviště se na MFF UK přes veškerou snahu nepodařilo založit. Roku 1988 však bylo zásluhou I. Netuky zřízeno *Oddělení historie matematiky* na Matematickém ústavu UK.

[57] Série malých prosklených vitrínek byla zřízena v polovině 80. let 20. století a umístěna v „prvním patře“ nad vstupní halou budovy MFF UK v Tróji (V Holešovičkách 2, Praha 8). Umožnila vystavovat a zpřístupňovat nejrůznější materiály nejenom k historii matematiky a fyziky. Jednu z prvních výstav věnovaných významným osobnostem pražské univerzity, našim matematikům a fyzikům připravil L. Pátý.
Roku 2004 I. Netuka inicioval přípravu moderně pojatých, odborně připravených a profesionálně zpracovaných a vyrobených panelů věnovaných historii matematiky na Univerzitě Karlově. V letech 2004 až 2005 tým ve složení J. Bečvář, M. Bečvářová, I. Netuka, M. Stiborová a A. Záruba připravili a vytvořili šest panelů věnovaných historii matematiky na Univerzitě Karlově. Panely jsou trvale vystaveny v budovách MFF UK Ke Karlovu 3, Praha 2 a Sokolovská 83, Praha 8, třetí zmenšená verze je přenosná a je vystavována na různých akcích (např. mezinárodní konference Historie matematiky (Jevíčko, 2005), den otevřených dveří MFF UK).

- odvrácení neuvážených skartací či necitlivých likvidací cenných materiálů z pozůstalostí
- archivace materiálů o MFF UK[58]
- zachování unikátních historických fyzikálních pomůcek.[59]

Na schůzku Komise navazovala přednáška L. Nového o periodizaci v historii matematiky.

Další schůzka proběhla dne 5. 1. 1984. Na programu měla tyto náměty:

- příprava průzkumu znalostí studentů
- příprava obrazového materiálu z historie oboru[60]
- podklady pro zhotovení vitrín pro budovu MFF UK v Tróji
- příprava antologie historických matematických textů[61]
- předběžná diskuse k uspořádání konference *Matematika v ČSSR za 40 let*[62]

---

[58] Archiv MFF UK je umístěn v budově děkanátu MFF UK (Ke Karlovu 3, Praha 2), spravuje většinou tzv. děkanátní dokumenty a „matriky" studentů. Materiály jednotlivých kateder, resp. jednotlivých pracovníků jsou v jejich vlastní správě. Proto někdy dochází k nenávratným škodám. Například po smrti profesora V. Kořínka byly jeho osobní, až pedanticky uspořádané materiály necitlivě „probrány a vyhozeny" z jeho pracovny. Zásluhou J. Bečváře a Š. Schwabika neskončily ve sběru a nebyly zničeny, ale byly převezeny do Archivu Akademie věd Československé republiky, kde byly odborně zpracovány (v současné době je v Archivu Akademie věd České republiky uloženo 47 kartonů Kořínkovy pozůstalosti, více viz J. Bečvář, Z. Kohoutová: *Vladimír Kořínek (1899–1981)*, edice Dějiny matematiky, sv. 27, Ústav soudobých dějin AV ČR, Praha, 2005, 329 stran a 40 obrazových příloh). Šťastnější osud měla pozůstalost profesora J. Nečase, která byla pečlivě zpracována J. Málkem, Š. Nečasovou a J. Švecovou.

Historický archivní fond MFF UK je uložen v Archivu Univerzity Karlovy (Ovocný trh 5, Praha 1), kde jej spravuje J. Přenosil. Materiály v něm uložené v současné době v různé míře podrobně pokrývají období 1948 až 2008. Ve výše uvedeném archivu jsou také přístupné čtyři zpracované osobní fondy pedagogů z MFF UK (jedná se o tyto fondy: *Josef Mikuláš Mohr (1901–1979)* (profesor astronomie), *Jindřich Nečas (1929–2002)* (profesor matematiky, materiály zachycují období 1968 až 1999), *Václav Prosser* (nar. 1928, profesor fyziky, materiály zachycují období do roku 2000), *Vladimír Vanýsek (1926–1997)* (astronom)).

[59] Unikátní přístroje a staré pomůcky jsou od 80. let 20. století pečlivě ošetřovány a uschovávány v tzv. *přípravně* (přiléhá k posluchárně F1) v budově Ke Karlovu 5. Nejsou běžně přístupné ani pracovníkům fakulty, ani studentům a ani veřejnosti. Některé přístroje jsou při výjimečných příležitostech používány k demonstracím, některé jsou vystavovány při Muzejní noci, Dnu otevřených dveří MFF UK či propagaci fakulty. Fotografie některých unikátních přístrojů z poslední čtvrtiny 19. století byly použity v reprezentativním kalendáři MFF UK na rok 1997.

[60] Jednalo se o přípravu obrázků významných osobností naší i světové matematiky a fyziky.

[61] Tento bod programu se podařilo naplnit díky aktivitě J. Šedivého, J. Mikulčáka, S. Žídka, I. Füzékové a J. Pecha (viz dvoudílná skripta nazvaná *Antologie matematických didaktických textů. Období 1360–1860* (Praha, 1987) a *Antologie z učebnic matematiky 1860–1960* (Praha, 1988) vydaná Státním pedagogickým nakladatelstvím).

[62] U příležitosti oslav 40. výročí osvobození naší republiky uspořádala MFF UK a Matematický ústav ČSAV ve dnech 3. a 4. října 1985 konferenci nazvanou *Vývoj matematiky v ČSR v období 1945–1985 a její perspektivy*. Většina referátů, které na konferenci zazněly, je publikována ve stejnojmenném sborníku, který editoval I. Netuka (viz I. Netuka (ed.): *Vývoj matematiky v ČSR v období 1945–1985 a její perspektivy*, Univerzita Karlova, Praha, 1986). Ve sborníku jsou otištěny tyto příspěvky: J. Folta: *Vývoj matematiky do r. 1945* (str. 12–29), M. Greguš: *Vzťahy českej a slovenskej matematiky* (str. 30–37), J. Kurzweil: *Diferenciální rovnice v ČSR, 1945–1985* (str. 38–53), K. Drbohlav: *Algebra, logika a teorie množin* (str. 54–69), I. Kolář: *Česká geometrie v uplynulých čtyřiceti letech a některé současné trendy diferenciální geometrie* (str. 70–87), P. Mandl: *Pravděpodobnost a matematická statistika* (str. 88–94), M. Katětov: *Topologie, teorie kategorií a kombinatorika v ČSR v období 1945–1985* (str. 95–126), I. Marek: *Přibližné a numerické metody* (str. 127–143), J. Hořejš, M. Chytil: *Matematika a informatika* (str. 144–157), J. Polášek: *Aplikovaná matematika v inženýrských problémech – poválečný a současný rozvoj, perspektivy (I)* (str. 158–163), K. Rektorys: *Aplikovaná matematika v inženýrských problémech – poválečný a současný rozvoj, perspektivy (II)* (str. 164–170), J. Novák: *Matematické metody v biologii* (str. 171–183), E. Kraemer: *Vývoj školské matematiky didaktiky matematiky v ČSR v období 1945–1985* (str. 184–204), M. Kolibiar: *Perspektívy československej matematiky v najbližšom období* (str. 205–211), J. Kurzweil: *Perspektivy československé matematiky v příštím období* (str. 212–215). Výše uvedené texty poskytují cenné informace o vývoji matematického výzkumu nejen na MFF UK v dobovém

Na schůzku konanou dne 27. 6. 1984 byl přizván M. Kunštát z Archivu UK, který byl pověřen zpracováním inventáře archivních dokumentů MFF UK. Dále bylo na programu:

- vyhodnocení ankety o historii matematiky pro studenty 4. ročníku učitelského studia (výsledky velmi znepokojivé)[63]
- projednání podnětu na zakončení předmětu *Světonázorové problémy matematiky* zkouškou či alespoň klasifikovaným zápočtem (iniciovat tlak na předmětové rady)
- příprava ankety pro studenty fyziky
- první úvahy o vytvoření *Bolzanovy posluchárny* (K1)
- podnět na vydání poštovních známek k 125. výročí *Jednoty československých matematiků a fyziků*[64]
- příprava konference o poválečném vývoji matematiky a fyziky
- problematika provozu oddělení přírodních věd knihovny MFF UK
- první úvahy o prosazení a realizaci ročenek MFF UK

Pátá schůzka se konala dne 10. 1. 1985. Hlavní body programu zněly:

- diskuse nad připraveným průzkumem znalostí studentů z historie fyziky
- rozhodnutí o zhotovení obrazové kolekce portrétů významných osobností a jejich rozmístění v budovách fakulty[65]
- instalace vitrín, příprava první výstavky ve fakultní budově v Tróji
- příprava obsahového zaměření konference *Vývoj matematiky v ČSR v období 1945–1985*
- konkrétní podněty pro obsahové zaměření ročenky MFF UK

Další schůzka proběhla dne 5. 9. 1985. Na programu bylo:

- projednání námětu, aby základní znalosti z historie matematiky byly zařazeny do požadavků na státní závěrečnou zkoušku na učitelském studiu[66]
- rozmístění obrazů významných osobností v prostorách fakulty
- umístění plakátu o vývoji matematického poznání (IBM) v posluchárně K1,[67] výtvarné vybavení Bolzanovy posluchárny
- úkol pro předsedu: projednat s vedením fakulty vydávání ročenky

---

kontextu. O průběhu konference viz I. Netuka: *Vývoj matematiky v ČSR v období 1945–1985 a její perspektivy*, PMFA 31(1986), str. 238–239.

[63] Budoucím učitelům matematiky nic neříkala jména Eukleides, Pythagoras, K. F. Gauss, V. Jarník, K. Petr apod. Nevěděli nic o vývoji matematiky, neuměli ani hrubě časově zařadit nejdůležitější matematické výsledky a objevy.

[64] Dne 6. července 1987 byla Československou poštou vydána trojice poštovních známek, které připomněly tři významné osobnosti – matematika Josefa Maxmiliána Petzvala, fyzika Čeňka Strouhala a matematika Vojtěcha Jarníka. Známky jsou vyobrazeny například v almanachu J. Dolejší, J. Rákosník (eds.): *Jubilejní almanach Jednoty českých matematiků a fyziků k 150. výročí založení*, JČMF, DTP studio, Pardubice, 2012 (str. 14). Na jejich přípravě pracovali podle návrhu Josefa Hamzy rytci Jan Mráček, Bedřich Housa a Miloš Ondráček. Z matematiků se na přípravě vydání známek aktivně podíleli I. Netuka a J. Veselý, významnou podporu poskytla V. Francková z oddělení známkové tvorby na Ministerstvu dopravy a spojů (dnes Ministerstvo dopravy České republiky).

[65] Kolekce černobílých portrétů našich i světových matematiků a fyziků byla vyvěšena v budovách MFF UK. Některé portréty se dosud nacházejí v posluchárnách a na chodbách budovy v Sokolovské ulici č. 83 (např. na Katedře matematické analýzy).

[66] Jednání nebylo úspěšné. Ani dnes se základní znalosti z historie matematiky u státních zkoušek nepožadují. Viz webová stránka KDM MFF UK, kde jsou aktualizované okruhy k bakalářským a magisterským státním zkouškám (viz http://www.karlin.mff.cuni.cz/katedry/kdm/).

[67] Přehledný plakát zachycující vývoj matematiky od 11. století do počátku 20. století je umístěn v posluchárně K1 (3. patro, MFF UK, Sokolovská 83, Praha 8).

Sedmá schůzka se uskutečnila dne 24. 4. 1986 s programem:

- členové Komise přijali s politováním negativní stanovisko vedení fakulty k vydávání ročenky; vyjádřili názor, že záměr sledoval mj. i cíle propagace MFF UK, což je aktuální aspekt, neboť klesá zájem o studium MFF UK
- zapojení členů Komise do procesu přípravy poštovních známek k 125. výročí založení Jednoty československých matematiků a fyziků
- hodnocení příznivé odezvy na konferenci *Vývoj matematiky v ČSR v období 1945–1985*; byl v ní zachycen také aspekt společného vývoje české a slovenské matematiky
- konkretizace návrhů na pojmenování fakultních posluchároven: Bolzanova posluchárna (K1), Jarníkova nebo Vydrova posluchárna (M1), Čechova nebo bratří Weyrů posluchárna (M2), Strouhalova posluchárna (F1), Kučerova posluchárna (F2), Seydlerova posluchárna (T2)[68]
- výsledky ankety o znalostech z historie fyziky (neuspokojivá situace)

Další schůzka se uskutečnila 14. 1. 1987. Jejími hlavními body byly:

- problematika oddělení dějin přírodních věd knihovny UK v budově MFF UK na Malostranském náměstí[69]
- příznivé hodnocení realizace výzdoby fakulty obrazy osobností z matematiky a fyziky
- informace o rozhodnutí vedení fakulty a pojmenování posluchároven: Bolzanova posluchárna (K1), Jarníkova posluchárna (M1), Čechova posluchárna (M2), Strouhalova posluchárna (F1), Seydlerova posluchárna (T2)[70]

---

[68] O budovách MFF UK viz např. M. Rotter (ed.): *90 let budovy Fyzikálního ústavu české univerzity v ulici Ke Karlovu 5*, MFF UK, Praha, 1997, 48 stran, P. Vostrý, I. Stulíková: *90. výročí vybudování českého fyzikálního ústavu Univerzity Karlo-Ferdinandovy*, PMFA 42(1997), str. 262–263, J. Veselý: *Stoleté výročí „matiky“ v Praze*, PMFA 57(2012), str. 36–49.

[69] Komise chtěla zpřístupnit rozsáhlý knižní fond z dějin přírodních věd, který byl uložen v nevyhovujících prostorách v budově MFF UK na Malostranském náměstí, tudíž nebyl čtenářům dostupný. Po jednáních s vedením knihovny MFF UK se jej podařilo přemístit do budovy v Tróji (V Holešovičkách 2, Praha 8) a otevřít tzv. *Knihovnu dějin přírodních věd spojenou s depozitářem knihovny MFF UK.* V současné době jsou zajištěny výpůjční hodiny jeden den v týdnu pro všechny zájemce o dějiny přírodních věd. Více viz na webové adrese http://www.mff.cuni.cz/fakulta/lib/de.htm.

[70] V současné době posluchárna K1 (Sokolovská 83, Praha 8) nese jméno Bernarda Bolzana (1781–1848), matematika a profesora teologie na pražské univerzitě. Její výzdobu v 90. letech 20. století navrhla a vytvořila Dana Puchnarová, výtvarnice z Českých Budějovic.

Posluchárna M1 (Ke Karlovu 3, Praha 2) nese jméno Vojtěcha Jarníka (1897–1970), profesora matematiky na Přírodovědecké, resp. Matematicko-fyzikální fakultě Univerzity Karlovy. Její výzdoba (série velkoformátových zasklených obrazů s portrétem V. Jarníka a ukázkami jeho prací) vznikla v prvních letech 21. století po rozsáhlé modernizaci učebny.

Posluchárna M2 (Ke Karlovu 3, Praha 2) nese jméno Viktora Trkala (1888–1956), profesora teoretické fyziky na Přírodovědecké fakultě Univerzity Karlovy. Její výzdoba (série moderních panelů informujících o životních osudech a díle profesora V. Trkala) vznikla na konci prvního desetiletí 21. století zásluhou J. Valenty.

Ve druhém patře budovy Ke Karlovu 3 je busta Stanislava Vydry (o její historii viz L. Sršeň: *Pražský pomník Stanislava Vydry*, Časopis Společnosti přátel starožitností 117(2009), č. 2, str. 113–125).

Posluchárna F1 (Ke Karlovu 5, Praha 2) nese jméno Vincence (Čeňka) Strouhala (1850–1922), zakladatele naší moderní fyziky a profesora fyziky na pražské, resp. české univerzitě v Praze. Její výzdoba se skládá z pěti moderních panelů informujících o životě a díle V. Strouhala, které byly vyrobeny v roce 2008 ve spolupráci A. Fučíkové, V. Hrachové, V. Kapsy, M. Rottera, E. Strouhala, E. Těšínské a J. Valenty. Dále je v posluchárně šest velkoformátových portrétů našich fyziků (František Nušl (1867–1951), Václav Posejpal (1874–1935), V. Strouhal, V. Trkal, F. Záviška, Augustin Žáček (1886–1961)), které byly vytvořeny podle dobových fotografií v letech 2009 až 2012 díky spolupráci J. Valenty a slavného pražského fotoateliéru Langhans. V dalším patře, nad posluchárnou F1, je umístěno devět panelů věnovaných V. Strouhalovi a jeden panel, který pojednává o historii Fyzikálního ústavu Univerzity Karlovy. V prvním mezipatře budovy Ke Karlovu 5 je umístěn obraz Václava Dolejška (1895–1945) a pamětní deska připomínající jeho smrt za druhé světové války.

– opakované konstatování nedostatku základních znalostí o historii oborů u studentů MFF UK[71]
– důrazné upozornění komise na škodlivost redukce předmětů z dějin matematiky a fyziky v učitelském studiu v rámci připravovaného experimentálního učebního plánu

Devátá schůzka se konala 8. 6. 1989 a projednávala následující problematiku:
– úvahy o dělení Komise na matematickou část a fyzikální část považuje Komise za nežádoucí
– hodnocení úspěšné výstavky v budově MFF UK v Tróji – Komise ocenila zřízení *Oddělení historie matematiky při Matematickém ústavu UK* – diskuse o plánu práce oddělení; Komise doporučila zřízení analogického oddělení historie fyziky[72]
– Komise s politováním přijala rozhodnutí vedení fakulty o redukci hodin alokovaných na dějiny matematiky v experimentálním učebním plánu vytvořeném na MFF UK; Komise upozornila vedení fakulty, že tento zásah negativně ovlivní celkovou odbornou připravenost budoucích učitelů a že neodpovídá trendu ve světě, kde je patrný růst zájmu o výuku dějin matematiky a fyziky
– Komise doporučila vytvořit text o vývoji matematiky a fyziky na UK pro Seznam přednášek[73]

Dolejškovo jméno nese posluchárna F2 (Ke Karlovu 5, Praha 2), která byla slavnostně inaugurována v roce 2006 (viz http://iforum.cuni.cz/IFORUM-2609.html). Její výzdoba se skládá z šesti moderních panelů, které informují o Dolejškově životě a díle. Při oslavách byla představena publikace *Fyzik Václav Dolejšek (1895–1945)* (autoři: E. Těšínská, Z. Dolejšek, M. Heyrovský, M. Rotter, Matfyzpress, Praha, 2005), která vyšla u příležitosti Světového roku fyziky. Přibližuje V. Dolejška na základě archivních dokumentů, historických statí a vzpomínek pamětníků. Je doplněna bohatými obrazovými přílohami a anglickým souhrnem.

V roce 2006 byla posluchárna Katedry elektroniky a vakuové fyziky pojmenována podle zakladatele katedry a odborníka na rentgenovou spektroskopii Viléma Kunzla (1906–1980). Více viz *Výroční zpráva za rok 2006*, MFF UK, 2007, str. 85.

Poznamenejme, že fyzikální knihovna MFF UK (Ke Karlovu 3, Praha 2) nese jméno Františka Záviškyy (1879–1945), profesora fyziky na Přírodovědecké fakultě UK (Záviškova pamětní deska připomínající jeho smrt za druhé světové války je umístěna v mezipatře budovy děkanátu MFF UK), matematická knihovna MFF UK (Sokolovská 83, Praha 8) nese jméno Václava Hlavatého (1894–1969), profesora matematiky na Přírodovědecké fakultě UK. Obě prošly v posledních dvou desetiletích rozsáhlou modernizací. Dílčí knihovna astronomie, jedno ze čtyř speciálních oddělení knihovny MFF UK, které je spravováno Astronomickým ústavem Univerzity Karlovy (V Holešovičkách 2, Praha 8), nese jméno Augusta Seydlera (1849–1891), jednoho ze zakladatelů našeho astronomického výzkumu. Je určeno studentům, doktorandům a pracovníkům ústavu, otevřeno je po dohodě i všem zájemcům o astronomii a astrofyziku.

[71] Edice *Dějiny matematiky* se snažila od prvopočátku poskytnout zájemcům o studium historie matematiky monografie učebnicového charakteru. V současné době je víceméně dobře pokryta historie matematiky v Egyptě a Mezopotámii (sv. 23 a 30), v Číně (sv. 37), v Indii (sv. 59), ve středověké Evropě (cca do roku 1300, sv. 15, 19 a 57), v Evropě 16. a 17. století (sv. 12), částečně je zpracována historie matematiky ve starém Řecku (sv. 1, 7, 20 a 54). Více viz http://www.dml.cz.

[72] Oddělení pro dějiny fyziky na MFF UK nikdy nebylo vytvořeno (viz seznamy přednášek konaných na MFF UK od roku 1952 až do současnosti).

[73] Text nadepsaný *Základní údaje o historii Matematicko-fyzikální fakulty Univerzity Karlovy v Praze* byl poprvé otištěn v *Seznamu přednášek na Matematicko-fyzikální fakultě ve studijním roce 1990–1991* (str. 6–8, MFF UK, Praha, 1990, 155 stran). Jeho autor nebyl uveden. V následujících letech text jen s mírnými úpravami vycházel v úvodu *Seznamu přednášek*. V *Seznamu přednášek na školní rok 1994–1995* byl přesunut na konec (str. 240–242). Byl otiskován (buď úplně vzadu, nebo téměř vzadu) až do školního roku 2012/2013. V roce 2013/2014 byl stručný text o historii MFF UK ze *Seznamu přednášek* bez náhrady odstraněn.

Doplňme pro úplnost, že stručné údaje o historii matematiky a fyziky na Univerzitě Karlově byly uvedeny např. v úvodu propagační brožurky *Matematicko-fyzikální fakulta University Karlovy* (Univerzita Karlova, Praha, 1974, 46 stran). Historicky laděné příspěvky (např. J. Folta, V. Horák, F. Fabian, J. Šedivý, J. Vachek) se objevily na vědecké konferenci MFF UK, která se konala ve dnech 3. až 5. dubna 1978 (viz sborníky B. Novák (ed.): *Matematika. Vědecká konference Matematicko-fyzikální fakulty Univerzity Karlovy*, část I., Univerzita Karlova,

– Komise doporučila vedení fakulty zařazení přednášky o vývoji matematiky a fyziky na Univerzitě Karlově do úvodního soustředění posluchačů na Albeři[74]
– Komise s několikaletým odstupem žádá vedení fakulty o revizi zamítavého stanoviska k vydávání ročenky MFF UK, zdůvodňuje významnost ročenky; předseda Komise zaslal stanovisko Komise, včetně návrhu obsahu ročenky i návrhu na organizační zabezpečení děkanovi fakulty dopisem z 29. 8. 1989
– Komise apeluje na vedení fakulty, aby byla zřízena místnost pro ukládání archivně cenných materiálů, které by mohly být s časovým odstupem odborně zpracovány; naléhavost zachování starších unikátních fyzikálních přístrojů a pomůcek

Desátá schůzka se uskutečnila 29. 3. 1990. Na jejím programu bylo:
– Komise se domnívá, že je i přes zásadní změny ve společnosti a v životě fakulty účelné v činnosti Komise pokračovat[75]
– Komise opětovně doporučuje zařadit do požadavků státních závěrečných zkoušek základní znalosti z dějin matematiky a fyziky
– pro nové vedení fakulty Komise připravila osnovu ročenky MFF UK se záměrem vydání za akademický rok 1990/1991.

Jedenáctá schůzka se uskutečnila 29. 1. 1992 s tímto programem:
– Komise doporučila vedení fakulty vypsání „účelového grantu“ na léta 1991 až 1996 pro kolektivy (zvlášť pro matematiku a fyziku) na přípravu publikací *Mate-*

Praha, 1979, 185 stran, resp. L. Eckertová (ed.): *Fyzika. Vědecká konference Matematicko-fyzikální fakulty Univerzity Karlovy*, část II., Univerzita Karlova, Praha, 1979, 224 stran).

V první polovině 90. let 20. století si vedení MFF UK uvědomilo, že je nutno vydat nové informační materiály o fakultě, a to na několika úrovních (leták v rozsahu cca 1 strany A4, brožurka obsahující dlouhodoběji platné informace, speciálně koncipované texty pro zájemce ze středních škol, postgraduální studenty, budoucí zaměstnavatele absolventů a veřejnost). Výše uvedenou snahu dokládá *Interní zpravodaj MFF UK* č. 10/1994, který byl vydán dne 9. 5. 1994. V průběhu roku 1994 byly shromážděny potřebné údaje a brzy nato vyšly i první brožurky. Krátká kapitolka *Historie fyziky a matematiky na Karlově Univerzitě* (str. 39–42) byla otištěna v brožurce E. Calda, A. Drápal, J. Hořejší, J. Klíma, a B. Sedlák: *Fyzika, matematika a informatika na Matematicko-fyzikální fakultě Univerzity Karlovy* (Matfyzpress, Univerzita Karlova, Praha, 1995, 44 stran). Krátká kapitolka *A Short History of Charles University and the Faculty of Mathematics and Physics* (str. 5–7) byla součástí anglicky psané informační brožurky *Charles University Prague. Czech Republic. Faculty of Mathematics and Physics* (Matematicko-fyzikální fakulta UK, Praha, 1998, 40 stran). Samostatná, nepatrně podrobnější kapitola o historii matematiky a fyziky na UK se pod názvem *Tradice matematiky a fyziky na Univerzitě Karlově* (str. 7–16) objevila v brožurce *Matematicko-fyzikální fakulta Univerzity Karlovy* (Univerzita Karlova, Praha, 1988, 96 stran).

[74] Přednáška o vývoji matematiky a fyziky na Univerzitě Karlově nebyla nikdy zařazena do programu tradičního soustředění budoucích posluchačů prvního ročníku, které se koná každoročně na začátku září před zahájením akademického roku.

[75] Z *Interního zpravodaje MFF UK č. 7/1991* (datum jeho vydání se nepodařilo z dochovaných materiálů zjistit) je zřejmé, že po roce 1990 byl na MFF UK zájem o činnost nově konstituované historické komise, která by zpracovala na základě studia archivních materiálů vývoj MFF UK. V prvním bodě *Interního zpravodaje* bylo uvedeno: *Děkan* [tj. K. Drbohlav] *MFF UK před časem oznámil fakultní veřejnosti svůj úmysl zřídit historickou komisi* [nejedná se o Komisi pro historii matematiky a fyziky, jejíž činnost je v tomto článku analyzována, která v této době stále ještě existovala], *která by prozkoumala dostupné prameny, svědectví atd. a popsala historii MFF UK za uplynulé čtyři desítky let ve světle těchto dokumentů. Jejím dalším úkolem by byla průběžná kronikářská činnost zaměřená na nejdůležitější události v životě fakulty.*
Prosím všechny pracovníky fakulty, kteří by se chtěli také práce zúčastnit nebo by alespoň chtěli přispět svými informacemi, aby se přihlásili v sekretariátu děkana.
Autorům se nepodařilo zjistit, zda komise byla konstituována, resp. zda se na výzvu proděkana V. Maláta někdo přihlásil. Počátek 90. let 20. století byl ve znamení převratných politických, hospodářských i kulturních změn v naší společnosti, a proto před fakultou vyvstaly jiné důležité úkoly (transformace fakulty, výuky atd.). Teprve na konci 20. století a zejména na počátku 21. století se podařilo vydat první práce o vývoji MFF UK (viz práce uvedené v poznámkách k první kapitole tohoto článku). Na základě hlubšího studia a detailnějšího rozboru archivních materiálů a dokumentů však historie fakulty nebyla dosud komplexně a uspokojivě analyzována.

matika na UK a *Fyzika na UK*;[76] za matematickou část Komise za vedoucího týmu doporučila J. Bečváře[77]
- příprava připomenutí 100. výročí narození E. Čecha (publikace, poštovní známka, konference)[78]
- Komise znovu apeluje na vedení fakulty, aby rozhodlo ve prospěch vydání ročenky MFF UK[79]

---

[76] Historie fyziky na Univerzitě Karlově byla velmi stručně popsána v knížce J. Folta, M. Rotter, E. Těšínská: *Fyzika na Karlově univerzitě*, Univerzita Karlova, Praha, 1988, 103 stran (stručný text v českém, ruském a anglickém jazyce je doplněn bohatou obrazovou přílohou).

[77] Již dne 14. 7. 1990 J. Bečvář předložil první úvahy o plánované publikaci *Matematika na Univerzitě Karlově*. V jeho návrhu je uvedeno: *Publikace by měla dát relativně podrobný obraz vývoje odborné a pedagogické činnosti v matematice na univerzitě. Měla by být čtivá, ale seriózní, ne přehnaně vědecká; neměla by si klást cíl vědeckého přínosu. Z těchto důvodů by snad nemělo být mnoho poznámek k hlavnímu textu; vše podstatné by mělo být vloženo do textu.*
Nemělo by být opomenuto následující:
– hrubý náčrt vývoje celé univerzity z hlediska našeho tématu, tj. matematika na univerzitě
– hrubý náčrt světového (evropského) vývoje matematiky (pro srovnání a hodnocení)
– vztah matematiky na jedné straně a astronomie, fyziky či aplikací na straně druhé
– instituce, společnosti, časopisy atd. (Jednota, KČSN, ČAVU, ČPMF, … – jen nejnutnější údaje)
– německá matematika na univerzitě (pokud bude možno získat informace)
– matematika u nás mimo univerzitu (jen nejnutnější).
Následovala zmínka o základních pramenech, podrobnější členění publikace do kapitol a stručné vymezení jejich obsahu. Autorský kolektiv měli tvořit především pracovníci Oddělení historie matematiky Matematického ústavu UK, spolupracovníci z řad Komise a aktivní účastníci letních škol *Světonázorové problémy matematiky* (např. E. Fuchs). Termín dokončení rukopisu (200 až 250 stran) byl plánován na rok 1995. Kniha měla vyjít k 650. výročí Univerzity Karlovy. Uvažovalo se i o její anglické verzi. Žádný účelový grant vypsán nebyl, projekt se nepodařilo v původní podobě realizovat.
K 650. výročí založení Univerzity Karlovy byly vydány dvě monografie věnované životu a dílu Eduarda Weyra a Františka Josefa Studničky, českých matematiků působících na univerzitě (J. Bečvář a kol.: *Eduard Weyr (1852–1903)*, Prometheus, Praha, 1995, M. Němcová: *František Josef Studnička (1836–1903)*, Prometheus, Praha, 1998).
K 650. výročí Univerzity Karlovy byly v roce 1998 vydány čtyřsvazkové *Dějiny Univerzity Karlovy*, v nichž byla matematice na Univerzitě Karlově věnována větší pozornost zejména ve čtvrtém svazku (B. Fajkus: *Přírodovědecká fakulta*, str. 163–180, J. Bečvář: *Matematicko-fyzikální fakulta*, str. 495–509). V roce 2001 byla vydána značně redukovaná anglická verze dějin univerzity nazvaná *History of Charles University* (dva díly, o historii matematiky viz J. Bečvář: *The Faculty of Mathematics and Physics*, str. 367–369).
V roce 2011 přišlo nakladatelství Paseka s námětem vydat v edici *Velké dějiny zemí Koruny české* dva svazky věnované dějinám matematiky a přírodních věd. Zpracování matematiky se v rámci velkého pracovního kolektivu chopili J. Bečvář a M. Bečvářová, kteří sepsali šest kapitol – *Matematika v období 1348 až 1620*, *Matematika v období 1620 až 1750*, *Matematika v období 1750 až 1850*, *Matematika v období 1850 až 1918*, *Matematika v období 1918 až 1945* a *Matematika v období 1945 až současnost*. Problémy spojené s obměnou autorského kolektivu i personální změny v nakladatelství pozdržely vydání tohoto díla, které má být dokončeno v průběhu následujícího roku. Do jisté míry tak bude realizován projekt navržený J. Bečvářem v roce 1990.

[78] U příležitosti stého výročí Čechova narození vyšla kniha M. Katětova a P. Simona (eds.) nazvaná *The Mathematical Legacy of Eduard Čech* (Academia – Birkhäuser Verlag, Praha – Basel, 1993, 441 stran), která obsahuje komplexní hodnocení Čechovy odborné práce. Dne 26. srpna 1993 Československá pošta vydala známku připomínající sté výročí Čechova narození. V průběhu roku 1993 bylo publikováno i několik odborných, populárně naučných a vzpomínkových článků (viz např. B. Balcar, V. Koutník, P. Simon: *Eduard Čech*, Pokroky matematiky, fyziky a astronomie 38(1993), str. 185–191, B. Balcar, V. Koutník, P. Simon: *Eduard Čech 1893–1960*, Mathematica Slovaca 43(1993), str. 381–392, B. Balcar, V. Koutník, P. Simon: *Eduard Čech 1893–1960*, Czechoslovak Mathematical Journal 43(1993), str. 567–575).

[79] Tradice tzv. *Výročních zpráv MFF UK* byla započata v roce 1994 a pokračuje do současné doby. První zpráva je datována 16. 11. 1994 a nese název *Zpráva o stavu MFF UK a hlavních směrech jejího rozvoje*, druhá je datována 20. 12. 1995 a nese název *Zpráva o stavu MFF UK a o výhledech jejího rozvoje v nejbližším období*, třetí zpráva je datována 23. 6. 1997 a nese název *Zpráva o stavu MFF UK a o výhledech jejího rozvoje v nejbližším období.* Od roku 1996 je uzavírána až v prvním pololetí následujícího kalendářního roku, a tudíž obsahuje globální údaje o všech aktivitách a činnostech fakulty. Od roku 1997 nese název *Výroční zpráva MFF UK*. Každoročně je předkládána děkanem fakulty a schvalována akademickým senátem, potom je vydána tiskem

– Komise předala vedení fakulty podnět k prověření stavu i perspektiv archivu MFF UK[80]
– Komise opět vyjádřila názor, že i přes probíhající změny v životě fakulty má činnost Komise pokračovat; domnívá se, že pozitivní vztah k historii vlastního oboru je přirozenou součástí činnosti univerzitních pedagogů[81]

V interním zpravodaji[82] MFF UK 22/93 ze dne 2. 11. 1993 byl zveřejněn příkaz děkana č. 13/1993 se sdělením, že s ohledem na přípravu nového organizačního řádu MFF UK, jehož součástí budou i nově konstituované komise, se ruší fakultní rady a komise. Tím byla zrušena *Komise pro historii matematiky a fyziky*, která již obnovena nebyla. Dopisem ze dne 8. 11. 1993 předseda poděkoval členům Komise za práci, kterou v rámci Komise i mimo ni vykonávali ku prospěchu rozvoje historie matematiky a fyziky a ke zlepšení postavení těchto disciplín na MFF UK.

6 Závěr

V průběhu devadesátých let 20. století a prvního desetiletí 21. století se na MFF UK rozvinula řada aktivit v dějinách matematiky. Byli proškoleni a vychováni mladí historici matematiky, resp. zájemci o historii matematiky (např. M. Bečvářová, L. Francová, M. Hykšová, M. Melcer, V. Moravcová, K. Pazourek, A. Slavík, I. Sýkorová, Z. Šír, M. Štěpánová, D. Trkovská, K. Trlifajová), kteří se nadále více či méně zabývají historií matematiky, sepisují odborné monografie, delší studie i kratší popularizační práce, vystupují na odborných konferencích, předávají své znalosti na celostátních seminářích pořádaných pro učitele základních i středních škol a snaží se zařazovat historii matematiky do výuky na středních i vysokých školách. Podařilo se také navázat cenné kontakty se

(od roku 2001 v jednotné a elegantní grafické úpravě) a rozeslána na všechna fakultní pracoviště, členům vědecké rady a akademického senátu. V omezeném počtu je též dostupná na fakultním propagačním oddělení. Od roku 2006 je navíc vystavována na webové stránce MFF UK.

[80] Správné třídění a uchování dokumentů, odborné archivní zpracování a následné zpřístupnění historických fondů apod. není vůbec jednoduchý úkol. Jeho aktuálnost a náročnost s narůstajícím objemem nejrůznějších materiálů ani při použití moderní techniky rozhodně neklesá. Navíc mnohá pracoviště stále nedoceňují historickou hodnotu řady dokumentů. Připomeňme na tomto místě výzvu K. Drbohlava, děkana MFF UK, která byla otištěna v *Interním zpravodaji MFF UK č. 5/1992* (vyšel dne 20. 2. 1992): *Komise pro historii matematiky a fyziky na MFF UK hodlá uspořádat na fakultě výstavku o historii JČMF. K tomuto cíli shromažďuje zajímavé materiály. Žádá pracovníky fakulty, kteří jsou ochotni takové materiály zapůjčit, aby kontaktovali doc. dr. J. Bečváře, CSc., Matematický ústav UK (Karlín).*
Tato komise mne dále požádala, abych se obrátil na pracovníky fakulty s výzvou k zachování materiálů o vývoji fakulty a jejich předání k archivaci.
Pokládám tento podnět za velmi důležitý a žádám proto všechny členy akademické obce, kteří mají ve svém vlastnictví jakékoliv materiály vztahující se k historii fakulty a mohou je postrádat, aby je předali na děkanát (T. Pávkové). V žádném případě by neměly být tyto materiály ničeny. Všem, kteří uposlechnou mé výzvy, děkuji.
Za vyhledání a zapůjčení některých materiálů z archivu MFF UK děkujeme Tereze Pávkové.

[81] Například Katedra didaktiky matematiky MFF UK od konce 90. let 20. století začala vydávat skromnou edici nazvanou *Ovlivnili vyučování matematiky*, v níž se snaží naší veřejnosti připomenout některé zajímavé matematiky, učitele a didaktiky matematiky. Dosud vyšlo pět nevelkých brožurek (J. Mikulčák: *Jaroslav Šedivý (1934–1988)*, KDM, Praha, 1998, 16 stran, Z. Nádeník: *Bohumil Bydžovský (1880–1969)*, KDM, Praha, 1998, 16 stran, L. Boček, O. Odvárko: *Jiří Mikulčák (1923–2011)*, KDM, Praha, 2011, 24 stran + 11 stran obrazových příloh, L. Boček, F. Kuřina: *Eduard Čech (1893–1960)*, KDM, Praha, 2013, 26 stran + 8 stran obrazových příloh, L. Boček: *Karel Havlíček (1913–1983)*, KDM, Praha, 2015, 23 stran + 8 stran obrazových příloh).

[82] První *Interní zpravodaj MFF UK* vyšel ve 36. týdnu roku 1990. Poskytoval stručné a přehledné informace o nejdůležitějších fakultních událostech. Poslední dostupný *Interní zpravodaj MFF UK* (č. 5) je ze dne 17. 10. 1997. V *Interním zpravodaji MFF UK* (č. 30) ze dne 9. 12. 1991 je uveden přehled komisí a rad fakulty (celkem 14), *Komise pro historii matematiky a fyziky* v něm však uvedena není.
Bez zajímavosti snad není, že již na konci 70. let 20. století vycházely tzv. *Informační zprávy Matematicko-fyzikální fakulty UK Praha*, které plnily podobnou úlohu.

zahraničím (Bulharsko, Brazílie, Francie, Chorvatsko, Itálie, Maďarsko, Německo, Polsko, Rakousko, Rusko, Řecko, Slovensko, Slovinsko, USA, Velká Británie aj.), které umožňují rozvoj mezinárodní spolupráce, aktivní účast na mezinárodních konferencích se zvanými přednáškami (např. M. Bečvářová, Z. Halas, M. Hykšová, I. Netuka, A. Slavík, Z. Šír, L. Vízek) a účast na mezinárodních projektech (M. Bečvářová). K úspěchům mladé a nevelké skupiny historiků matematiky bezesporu patří i dvě habilitace (M. Bečvářová, 2007, FF UK Praha, obor české dějiny, a S. Domoradzki, 2012, PAN, Varšava, obor dějiny vědy).[83]

Na podzim roku 2011 se proto skupina pod vedením J. Bečváře, M. Bečvářové a I. Netuky rozhodla, že se pokusí zejména pro své mladé členy a všestranné aktivity získat prostředky z celouniverzitního projektu *Univerzitní výzkumná centra* (*UNCE*), který byl vypsán na období 2012 až 2017. Po řadě diskusí a příprav byl vytvořen rozsáhlý projekt nazvaný *Člověk, matematika a společnost*, který byl zaměřen na dějiny matematiky chápané v širokém kontextu myšlenkového vývoje lidstva, společnosti a matematické komunity i v kulturně historických souvislostech**.** Jeho hlavní cíle byly:

- *Výchova mladých akademických pracovníků: doktorandů (v rámci doktorského studia Obecné otázky matematiky a informatiky) i absolventů doktorského studia v počátku jejich odborné kariéry.*
- *Pravidelná prezentace výsledků na národním i mezinárodním poli (konference, semináře; monografie, časopisecké práce, články ve sbornících).*
- *Vydání dalších monografií edice Dějiny matematiky věnovaných komplexním biografiím osobností, vývoji naší matematické komunity a jejích kontaktů se zahraničím, dějinám matematiky a vyučování matematice.*
- *Příprava šesti mezinárodních konferencí Historie matematiky, vydání šesti konferenčních sborníků (každoročně).*
- *Příprava tří vzdělávacích Seminářů z dějin matematiky (2013, 2015, 2017).*[84]

V náročné konkurenci projekt bohužel neuspěl, proto se nepodařilo udržet kolektiv mladých historiků matematiky. Nicméně většinu cílů (výchova doktorandů, rozvoj jejich odborné kariéry, prezentace výsledků na národním a dnes již i na mezinárodním poli, vydávání dalších monografií v edici Dějiny matematiky, organizování konferencí a seminářů atd.) se podařilo naplnit vrchovatou měrou.

V roce 2012 MFF UK získala projekt z *Programu rozvoje vědních oblastí na Univerzitě Karlově* (*PRVOUK*) nazvaný *Matematika* (*P47*), jehož řešení bude ukončeno v roce 2016. Do tohoto projektu bylo zařazeno 6 matematických disciplín, které víceméně pokrývají odbornou problematiku řešenou na MFF UK. Čtyři obory jsou tzv. velké a tradiční matematické disciplíny (matematická analýza, matematická stochastika, matematické modelování a numerická matematika, strukturální matematika), dva obory jsou tzv. menší (matematické metody informační bezpečnosti a historie matematiky). Zařazení historie matematiky do tohoto projektu nebylo vůbec jednoduché, neboť naráželo na nezájem některých matematiků podporovat rozvoj vědecké práce v historii matematiky. Po poměrně komplikovaných jednáních, která vedli zejména J. Bečvář, I. Netuka, M. Rokyta a J. Štěpán, byla historie matematiky začleněna do výzkumné práce projektu. V návrhu byly úkoly skupiny historie matematiky charakterizovány takto:

[83] Habilitační práce vyšly v edici Dějiny matematiky. Viz M. Bečvářová: *Česká matematická komunita v letech 1848–1918*, edice Dějiny matematiky, sv. 34, Matfyzpress, Praha, 2008, 355 stran, S. Domoradzki: *The Growth of Mathematical Culture in the Lvov Area in the Autonomy Period (1870–1920)*, edition History of Mathematics, vol. 47, Matfyzpress, Praha, 2011, 331 pages.

[84] Úkoly jsou citovány přesně tak, jak byly uvedeny v přihlášce z roku 2011.

Historie matematiky je výraznou mezioborovou disciplínou. Výchova historiků matematiky u nás je postavena před úkol postupně překonávat obtíže vyplývající z velké šíře a náročnosti speciální přípravy k samostatné vědecké práci. Dalším úkolem je rozšiřování dosud nevelké spolupráce historiků matematiky s „čistými matematiky" a rozvíjení mezinárodní spolupráce. I když je specifickým rysem historie matematiky ve světovém měřítku důraz kladený na monografie (speciálních časopisů věnovaných historii matematiky je na celém světě jen několik), bylo by záhodno usilovat o navýšení dosud nevelkého množství publikací v renomovaných zahraničních časopisech zabývajících se historií vědy. …

Historie matematiky: usilovat o větší zapojení do aktivit mezinárodní společnosti pro historii věd a techniky a do historické práce mezinárodní matematické unie (aktivní účast na světových kongresech, mezinárodních konferencích a seminářích) a o publikování prací v anglickém jazyce v zahraničních časopisech (např. Historia Mathematica, Antiquitates Mathematicae, Bollettino di Storia delle Scienze Matematiche, Archive for History of Exact Sciences, Annals of Sciences, N.T.M.). Pokračovat v publikování podrobných tematicky zaměřených monografií, které jsou pro historii matematiky specifické (a to v českém i anglickém jazyce).[85]

Většinu naplánovaných úkolů se podařilo víceméně splnit. Úspěchem je např. vydání dvou anglicky psaných monografií věnovaných životním osudům a podrobné analýze díla H. Löwiga, K. Löwnera a L. Berse, tří „pražských" matematiků německého původu, kteří působili v zahraničí,[86] uveřejnění tří kapitol v monografiích, z nichž jedna přibližuje zahraniční aktivity V. Lásky, známého českého aplikovaného matematika, zbývající dvě pak ukazují tragický životní osud avšak úspěšnou matematickou práci G. Picka a L. Berwalda, dvou pražských německých matematiků židovského původu,[87] otištění několika rozsáhlejších článků v zahraničních časopisech analyzujících zajímavé mezinárodní aktivity matematiků pocházejících z českých zemí, resp. popisující současné aktivity české

[85] Úkoly jsou citovány přesně tak, jak byly uvedeny v přihlášce z roku 2012 (viz 19. a 34. strana přihlášky).

[86] Viz například M. Bečvářová et al.: *Forgotten Mathematician Henry Lowig (1904–1995)*, edition History of Mathematics, vol. 52, Matfyzpress, Praha, 2012, 279 pages, M. Bečvářová, I. Netuka: *Karl Löwner and his Student Lipman Bers – Pre-war Prague Mathematicians*, edition Heritage of European Mathematics, volume 10, European Mathematical Society, Zürich, 2015, viii + 300 pages.

[87] Viz například M. Bečvářová: *Václav Láska w Polsce*, in W. Więsław (ed.): *Dzieje matematyki polskiej*, Instytut matematyczny Uniwersytetu Wrocławskiego, Wrocław, 2012, str. 9–20 (polsky), M. Bečvářová, J. Bečvář: *Ludwig Berwald*, in M. V. Šimůnek, A. Kostlán (ed.): *Disappeared Science. Biographical Dictionary of Jewish Scholars from Bohemia and Moravia – Victims of Nazism, 1939–1945*, edition Studies in the History of Sciences and Humanities, volume 29, Centre for the History of Sciences and Humanities, Institute of Contemporary History of the Academy of Sciences of the Czech Republic, Pavel Mervart – Kabinet dějin vědy ÚSD AV ČR, v. v. i., Červený Kostelec – Praha, 2013, str. 18–24, M. Bečvářová, J. Bečvář: *Georg Pick*, in M. V. Šimůnek, A. Kostlán (ed.): *Disappeared Science. Biographical Dictionary of Jewish Scholars from Bohemia and Moravia – Victims of Nazism, 1939–1945*, edition Studies in the History of Sciences and Humanities, volume 29, Centre for the History of Sciences and Humanities, Institute of Contemporary History of the Academy of Sciences of the Czech Republic, Pavel Mervart – Kabinet dějin vědy ÚSD AV ČR, v. v. i., Červený Kostelec – Praha, 2013, str. 158–162, M. Bečvářová: *Letters from Eduard Weyr (1878–1879)* a *Letters from Emil Weyr with a letter from František Houdek (1870–1891)*, in G. Israel (ed.): *Correspondence of Luigi Cremona (1890–1903) conserved in the Department of Mathematics, „Sapienza", University of Roma*, 2 volumes, edition De Diversis Artibus, no. 97 (60), Brepols, Milano, 2016, str. 1663–1666, resp. str. 1667–1709 (vydání je plánováno na konec roku 2016). Obě výše uvedené kapitoly těsně souvisí s italským projektem a spoluprací většího týmu evropských historiků matematiky, který tvoří M. Bečvářová, A. Brigaglia, L. Dell'Aglio, S. Di Sieno, P. Gario, L. Giacardi, A. Guerraggio, E. Knobloch, M. Menghini, A. Millán Gasca, M. Monaldi, P. Nastasi, E. Nicolaidis, L. Regoliosi, K. Reich, E. Rogora, L. Saraiva, P. Testi Saltini, C. Umani.

skupiny historiků matematiky[88] a pokračování vydávání monografií v edici Dějiny matematiky.[89]

Na druhé straně se historikům matematiky z MFF UK zatím nepodařilo výrazněji prosadit do aktivit mezinárodních společností, ač i zde došlo ke zlepšení, neboť od pouhé aktivní účasti na sekcích mezinárodních konferencí se zdařilo přejít do programových výborů a ke zvaným přednáškám.[90]

---

[88] Viz například M. Bečvářová, I. Netuka: *Unique Historical Documents or Jarník's Mathematical Notebooks from Göttingen*, Revista Brasileira de História da Matemática (an international journal on the History of Mathematics) 13(2013), č. 26, str. 47–60, M. Bečvářová: *The role of Czech mathematicians in the Balkans (1850–1900)*, Technical Transactions, Fundamental Sciences – Czasopismo Techniczne, Nauki podstawowe, Cracow 7(2014), 1NP, str. 37–57, M. Bečvářová: *Mathematische Kränzchen in Prag – A Forgotten German Mathematical Society*, Technical Transactions, Fundamental Sciences – Czasopismo Techniczne, Nauki podstawowe, Cracow 8(2015), 2NP, str. 41–68, M. Bečvářová: *The Study of History of Mathematics in the Czech Republic*, tamtéž, str. 69–75.

[89] V letech 2012 až 2016 vyšly svazky 50 až 59: M. Bečvářová a kol.: *Zapomenutý matematik Henry Lowig (1904–1995)*, Matfyzpress, Praha, 2012, 294 stran, M. Hykšová: *Filosofická pojetí pravděpodobnosti v pracích českých myslitelů*, Matfyzpress, Praha, 2011, 274 stran, M. Bečvářová et al.: *Forgotten Mathematician Henry Lowig (1904–1995)*, Matfyzpress, Praha, 2012, 279 pages, B. Sedlačíková: *Historie matematické lingvistiky*, Akademické nakladatelství CERM v Brně, 2012, 160 stran, Z. Halas (ed.): *Archimédés. Několik pohledů do jeho života a díla*, Matfyzpress, Praha, 2012, 142 stran, M. Melcer: *Finanční matematika v českých učebnicích (od Marchetovy reformy)*, Matfyzpress, Praha, 2013, 366 stran, M. Štěpánová: *Počátky teorie matic v českých zemích a jejich ohlasy*, Matfyzpress, Praha, 2014, 473 stran, M. Otisk, R. Psík: *Matematické listy Gerberta z Remeše*, Matfyzpress, Praha, 2014, 164 stran, D. Trkovská: *Historický vývoj geometrických transformací*, Matfyzpress, Praha, 2015, 174 stran, I. Sýkorová: *Matematika ve staré Indii*, Matfyzpress, Praha, 2016, 344 stran.

Celá edice Dějiny matematiky je dostupná na adrese http://www.dml.cz, tj. v České digitální matematické knihovně (DMLCZ), která začala vznikat v roce 2005, kdy byl zahájen pětiletý projekt digitalizace matematických zdrojů vzniklých v minulosti na našem území. Projekt vedl J. Rákosník z Matematického ústavu Akademie věd České republiky. Partnery projektu byly Masarykova Univerzita v Brně a Matematicko-Fyzikální fakulta Univerzity Karlovy (O. Ulrych a J. Veselý). V rámci projektu byly v digitální podobě vystaveny vybrané matematické časopisy, matematické spisy Bernarda Bolzana, celé dílo Eduarda Čecha, Vojtěcha Jarníka a Miloš Kösslera, vybrané staré matematické knihy a učebnice a knihy o dějinách naší matematické komunity. DMLCZ mimořádně operativním způsobem zpřístupňuje širší matematické veřejnosti jinak těžko dostupné zdroje historické povahy. I když projekt skončil v roce 2009, je jeho účastníky nadále udržován a rozšiřován. Bližší informace lze vyhledat v článku O. Ulrych, J. Veselý: *DML-CZ – současnost a budoucnost*, PMFA 54(2009), str. 224–231.

[90] Například M. Bečvářová byla členkou programového a organizačního výboru mezinárodní konference *History and Epistemology in Mathematics Education – The 5th European Summer University* (Prague, 2007), členkou programového výboru symposia *Mathematics in the Austrian-Hungarian Empire,* XXIII International Congress of History of Science and Technology (Budapešť, 2009), členkou programového výboru konference *Perception of Sciences in Central and Eastern Europe in the Period 1850–1920* (Krakov, 2013) a členkou programového výboru konference *Exact Sciences and Mathematics in Central-Eastern Europe from the mid-XIX century till WW II* (Krakov, 2015).

Například J. Bečvář proslovil zvanou přednášku *Šedesát let MFF UK* na Konferenci slovenských matematiků (Jasná pod Chopkom, Slovensko, 2012), M. Bečvářová proslovila zvanou *přednášku 150 let Jednoty českých (československých) matematiků a fyziků* na Konferenci Slovenských matematiků (Jasná pod Chopkom, Slovensko, 2011), zvanou přednášku *The History of Mathematics in the Czech Republic* na konferenci XXVI Konferencja Naukowa PTM z Historii Matematyki (Iwonicz Zdrój, Polsko, 2012), zvanou přednášku *Matematika v Rakousko-Uherské monarchii* (polský rozhlas *Radio PL1*, Varšava, 2012), zvanou přednášku *The role of Czech mathematicians in the Balkans (1850–1900)* na konferenci Perception of Sciences in Central and Eastern Europe in the Period 1850–1920 (Krakov, Polsko, 2013), zvanou přednášku *Prague Mathematicians and WWI* na konferenci Mathematics and Mathematicians in World War I (Centro di Ricerca Matematica Ennio De Giorgi a Scuola Normale Superiore Pisa, Itálie, 2015), zvanou přednášku *Mathematische Kränzchen in Prag – Forgotten German Mathematical Society* na konferenci Exact Sciences and Mathematics in Central-Eastern Europe from the mid-XIX Century till WW II (Krakov, Polsko, 2015).

Budova „matematiky“ c. k. české Karlo-Ferdinandovy Univerzity v Praze
[slavnostně otevřená roku 1911]

(Dnes děkanát MFF UK v Praze, Ke Karlovu 3, Praha 2)

Děkanát matematicko-fyzikální fakulty
Univerzity Karlovy v P r a z e

Z á p i s z 1. zasedání komise pro historii matematiky a fyziky - 8. 6. 1982

Přítomni: doc. Netuka (předseda; K MA), doc. Korbel (K JF), dr. Koubková - za doc. Mandla (K PMS), dr. Kussová (MÚ), dr. Novotný (K GM), dr. Pátý (K EVF), dr. Segethová (K NM), dr. Šedivý (K TVM), prof. Vanýsek (K AA), doc. Vopěnka (MÚ), dr. Veselý (K MA)

Schůzi zahájil doc. Netuka a promluvil krátce o pěstování historie matematiky a fyziky na MFF UK. Dále nastínil formy zařazení do výuky, zejména v učitelském studiu. Ve výběrovém bloku v současné době není historie matematiky a fyziky téměř zastoupena. Byla přednesena široká škála možných námětů a úkolů pro práci komise. Přítomní byli požádáni o další náměty, poté se přešlo k diskusi:

Doc. Korbel - nabídl přispění z oblasti vývoje jaderné fyziky

Doc. Vopěnka - upozornil na naléhavost řešení jisté diskontinutiy ve výuce matematiky (učí se často bez historických aspektů, studenti jsou izolováni od znalosti historie i u vlastního oboru či předmětu). Průzkum historických znalostí by byl na místě, naši studenti mají velmi úzce zaměřené vzdělání. Přislíbil vypracování jakéhosi "testu obecných znalostí".

Dr. Kussová - námět na "kolektivní výběrovou přednášku" z historie matematiky a fyziky, užitečné by bylo rozmnožení písemných materiálů.

Dr. Šedivý - v minulosti na učitelském studiu vedl výběrové přednášky dr. Folta. Dokončuje se text o periodizaci vývoje matematiky (SPN), jehož součástí je "čítanka" původních textů z oblasti matematiky (lze zajistit pro komisi). Nabídka - spoluautoři pro zejména další dobu.

Ideologické semináře - využití ke skloubení historie předmětu s filozofií. Orientace i na "moderní historii". Informace o třech ročnících letní školy "Světonázorové problémy matematiky".

Dr. Veselý - historie a vzbuzení zájmu o ni; kontakt s I.B.M.- získání obrazového přehledu vývoje matematiky.

Dr. Koubková - K PMS se soustředí na popularizaci oboru ve spojení s výročím zavedení přednášek ze statistiky a pravděpodobnosti (Schönbaum).

Prof.Vanýsek - ukazuje se, že "pominutí klasiků" se objevuje i u špiček (aspiranti). Zajištění materiálů existujících. Vývoj fyziky za posledních 100 let. Doc. Netuka projedná perspektivu kabinetu pro historii, resp. jeho knihovny. Ev. personální výpomoc ze strany Ústavu pro čs. a světové dějiny.

Bl.č. 567/82-Mt

- 2 -

dr. Pátý - úskalí výchovy příliš specializovaných odborníků. Připravenost posluchačů pro historii oboru při příchodu na univerzitu. Chybí katedra dějin přírodovědy - možnost vzniku. Formy nápravy: výběrové přednášky, texty a články. Vitriny s historickými materiály. Doporučení VUR a VUS - "historické akce". Problémy při shromažďování historických materiálů.

dr. Segethová - situace v oblasti numerické matematiky, organizace výběrového semináře pro NM.

dr. Novotný - informovanost o historických pramenech je malá. I učitelé jsou neinformováni. Návaznost na terminologické otázky, Ideové vzdělávání - využití k historizujícím přednáškám. Stavba přednášky - ocení studenti historické partie (zejména na začátku studia) ?

Příští zasedání se uskuteční pravděpodobně v říjnu t.r.

Zapsal: dr.J. Veselý

Bl.č. 568/82-Mt

Zápis z první schůzky Komise pro historii matematiky a fyziky (8. 6. 1982)

(Originál zápisu je v soukromém archivu I. Netuky.)

Poděkování

Děkujeme Jiřímu Veselému za posouzení předběžné verze textu, za zajímavé podněty a připomínky, které přispěly k jeho vylepšení. Za pečlivé pročtení a korektury rukopisu děkujeme Daně Trkovské.

Adresa

Doc. RNDr. Jindřich Bečvář, CSc.
Katedra didaktiky matematiky
Matematicko-fyzikální fakulta
Univerzita Karlova v Praze
Sokolovská 83
186 75 Praha 8
e-mail: *becvar@karlin.mff.cuni.cz*

Prof. RNDr. Martina Bečvářová, Ph.D.
Ústav aplikované matematiky
Fakulta dopravní ČVUT v Praze
Na Florenci 25
110 00 Praha 1
e-mail: *becvamar@fd.cvut.cz*

Katedra didaktiky matematiky
Matematicko-fyzikální fakulta
Univerzita Karlova v Praze
Sokolovská 83
186 75 Praha 8
e-mail: *becvamar@fd.cvut.cz*

Prof. RNDr. Ivan Netuka, DrSc.
Matematický ústav Univerzity Karlovy
Matematicko-fyzikální fakulta
Univerzita Karlova v Praze
Sokolovská 83
186 75 Praha 8
e-mail: *netuka@karlin.mff.cuni.cz*

DESKRIPTIVNÍ GEOMETRIE NA NĚMECKÉ UNIVERZITĚ V PRAZE – OBOR BEZ BUDOUCNOSTI A PERSPEKTIV

MARTINA BEČVÁŘOVÁ

Abstract: The article gives basic information about lectures on descriptive geometry at the German University in Prague in the period from its initiation in 1882 to its end in 1945. There are mentioned activities of Karl Bobek, Wilhelm Weiß, Josef Grünwald, Wilhelm Johann Eugen Blaschke, Karl Mack, Walter Fröhlich and Alfred Eduard Rössler who taught descriptive geometry. Some specific issues relating to the status of descriptive geometry in our system of university education, the prospects of scientific work in descriptive geometry and requirements applied in the recruitment of university professors are discussed.

1 Postavení deskriptivní geometrie na Německé univerzitě v Praze

Výuce deskriptivní geometrie, která byla od počátku 19. století tradičně vyučována na rakousko-uherských i německých technikách,[1] nebyla na Německé univerzitě v Praze[2] po celou dobu její existence věnována patřičná pozornost. Nikdy na ní nebylo systemizováno místo řádného či mimořádného profesora deskriptivní geometrie ani místo honorovaného docenta. Deskriptivní geometrie nebyla totiž chápána jako plnohodnotný a perspektivní univerzitní předmět, což způsobovalo značné problémy s personálním obsazením její výuky.[3]

[1] Německy mluvící zájemci o studium deskriptivní geometrie v českých zemích obvykle navštěvovali čtyři semestry přednášek a cvičení z deskriptivní geometrie na Německé technice v Praze, potom si doplňovali vzdělání v matematice a v projektivní, afinní, analytické, diferenciální a integrální geometrii na Německé univerzitě v Praze nebo na univerzitě ve Vídni. Výuka deskriptivní geometrie na pražské technice začala ve třicátých letech 19. století, výrazněji se však prosadila a profilovala až od šedesátých let 19. století. Více viz [12], [21] a [23].

[2] V letech 1882 až 1919 univerzita užívala jméno *Německá Karlo-Ferdinandova univerzita v Praze*, od roku 1920 do roku 1939 nesla jméno *Německá univerzita v Praze*, od roku 1939 do roku 1945 *Německá Karlova univerzita v Praze*. V následujícím textu budeme pro období 1882 až 1945 užívat „zkratku“ Německá univerzita.

[3] Václav Lavička (1846–1911), český středoškolský učitel deskriptivní geometrie, roku 1883 o postavení deskriptivní geometrie ve vzdělávacím systému napsal: *Deskriptivní geometrie jest až posud vědou neznámou všem, již na gymnasii studovali a buď sami vlastní pilností – na vysokých školách polytechnických – se jí nepřiučili; veliká část tedy lidí, kteří střední školu gymnasialní, jež všeobecné vzdělání zjednává, absolvovali, neznají deskriptivní geometrie. Dle okolnosti této zdá se, jakoby snad ona nebyla takové povahy, aby řaděna býti mohla mezi předměty vyučování středních škol. Že tomu tak není, o tom svědčí mnohaleté, blahodárně působící postavení její na vyšších reálních školách, kde se jí devět hodin týdně věnuje. Uznáno tedy vyučování deskriptivní geometrii za potřebné až posud pouze na realných školách, tak jako vyučování latině posud pouze na gymnasiích se pěstuje.* ([17], str. 7)

František Tilšer (1825–1913), profesor deskriptivní geometrie na pražské technice, vyjádřil naději na zlepšení situace: *Sloužila-li od doby Mongeovy deskriptivní geometrie výhradně inženýru co řeč, kterou má uměti čísti a psáti – jest doba zajisté nedaleká, kdy uznána bude známost geometrie tvaru, jež vrchu svého dosahuje v geometrii deskriptivní, za nezbytně potřebnou každému jen poněkud vzdělanému člověku.* ([17], str. 7) Jeho slova však nedošla naplnění.

Profesorský sbor Německé univerzity v Praze dobře věděl a různá ministerstva spravující školské otázky rovněž, že reálky a reálná gymnázia potřebují kvalifikované středoškolské profesory technického kreslení, rýsování a deskriptivní geometrie a že výuka na technikách není a z mnoha důvodů ani nemůže být pro budoucí pedagogy dostatečná po stránce didaktické a metodické.[4] Proto byla deskriptivní geometrie v omezené míře a nepříliš pravidelně přednášena i na univerzitě. Jinak by z ní totiž nebylo možno skládat zkoušky učitelské způsobilosti, což by narušilo chod středních škol.[5]

---

[4] O přípravě učitelů deskriptivní geometrie V. Lavička roku 1883 napsal: *Až posud učí se u nás, jak známo, deskriptivní geometrii pouze na vyšších reálních školách, pro které ústavy nyní určitě vyřknuto jest, čemu a kolik z tak hojné látky učiti se má, avšak jak se jí učiti má, až po dnešní den marně bys po jakémsi celkovém naučení pátral. Nikdo nečetl ještě methodiku deskriptivní geometrie v žádném jazyku. Žádnému z nynějších učitelů deskriptivní geometrie nebylo dáno jakéhosi návodu o vyučování deskriptivní geometrii ve škole a tam, kde každý z nich nyní jest, dopracoval se různým experimentováním na útraty žákův a vlastní pilností. Učitelům v oboru tomto žádného ani pedagogického ani didaktického vzdělání se vlastně až po dnešní den neposkytuje – ač od nich hned od nastoupení dráhy učitelské přísně žádáno jest.* ([17], str. 61–62)

[5] Od roku 1882 až do roku 1920 se před německou státní zkušební komisí pro zkoušky učitelské způsobilosti, která fungovala při Německé univerzitě v Praze, uskutečnilo 435 zkoušek učitelské způsobilosti „z matematiky“. Byly to zkoušky pro následující kombinace předmětů: matematika a fyzika (153 posluchačů), **matematika a deskriptivní geometrie (105 posluchačů)**, přírodopis pro vyšší třídy a matematika s fyzikou pro nižší třídy (91 posluchačů) a chemie pro vyšší třídy a matematika s fyzikou pro nižší třídy (48 posluchačů), **deskriptivní geometrie (11 uchazečů, doplňková zkouška)**, matematika (9 uchazečů, doplňková zkouška), matematika a přírodopis (6 uchazečů), **matematika**, **deskriptivní geometrie a fyzika (5 uchazečů)**, filozofie, matematika a fyzika (4 uchazeči), matematika, přírodopis a fyzika (1 uchazeč), matematika, fyzika a německý jazyk (1 uchazeč), chemie, matematika a fyzika (1 uchazeč). Matematika – deskriptivní geometrie patřila v tomto období k oblíbeným a atraktivním kombinacím, neboť o ni byl na středních školách velký zájem.

Od roku 1920 do roku 1933, tj. v období platnosti „starého“ zákona o jednostupňové zkoušce, proběhlo před státní zkušební komisí při Německé univerzitě v Praze 931 zkoušek učitelské způsobilosti, z nichž 194 bylo „z matematiky“. Byly to zkoušky pro následující kombinace předmětů: matematika a fyzika (65 uchazečů), chemie a matematika s fyzikou (57 uchazečů), přírodopis a matematika s fyzikou (33 uchazečů), **matematika a deskriptivní geometrie (22 uchazečů)**, matematika a tělesná výchova (7 uchazečů), filozofie a matematika s fyzikou (2 uchazeči), matematika a chemie (1 uchazeč), **deskriptivní geometrie (1 uchazeč, doplňková zkouška)**, kreslení (1 uchazeč, doplňková zkouška). V tomto čase poklesl zájem o studium deskriptivní geometrie. Tento trend pravděpodobně souvisel s poklesem počtu povinných hodin deskriptivní geometrie na středních školách v Československu a nárůstem obliby tzv. reálných reformních gymnázií, kde pro výuku deskriptivní geometrie nebyl velký prostor. Snad proto poklesla „společenská“ poptávka po učitelích deskriptivní geometrie.

Od školního roku 1932/1933 se systém zkoušek učitelské způsobilosti stal na krátký čas dvoukolejným. Studenti, kteří zahájili studium do školního roku 1930/1931, mohli skládat zkoušku učitelské způsobilosti podle starého zákona a získat rovnocennou aprobaci, ale ve staré struktuře kombinací předmětů. Této možnosti využilo v letech 1933/1934 až 1940/1941 celkem 197 studentů, z nichž si 63 vybralo kombinaci s matematikou (chemie a matematika s fyzikou (35 uchazečů), matematika a fyzika (16 uchazečů), **matematika a deskriptivní geometrie (7 uchazečů)**, přírodopis a matematika s fyzikou (2 uchazeči), matematika a tělesná výchova (1 uchazeč), doplňková zkouška z matematiky (1 uchazeč) a doplňková zkouška z kreslení (1 uchazeč)).

Od školního roku 1932/1933 začali první studenti skládat 1. část „dvoustupňové“ zkoušky učitelské způsobilosti, tj. I. státní zkoušku. Od následujícího školního roku začali skládat také 2. část, tj. II. státní zkoušku. V letech 1933/1934 až 1938/1939 se k ní přihlásilo 386 kandidátů učitelství, z toho 80 v kombinaci s matematikou (matematika a fyzika (28 uchazečů), zeměpis a kreslení (22 uchazečů), **deskriptivní geometrie a kreslení (14 uchazečů)**, **matematika a deskriptivní geometrie (8 uchazečů)**, kreslení a zeměpis (2 uchazeči), **deskriptivní geometrie a matematika (2 uchazeči)**, fyzika a matematika (2 uchazeči) a matematika a tělesná výchova (2 uchazeči)). V tomto období se opět mírně zvýšil zájem o studium deskriptivní geometrie, neboť se nově objevila nová atraktivní kombinace deskriptivní geometrie a kreslení.

V letech 1939/1940 až 1944/1945 se konalo 233 zkoušek učitelské způsobilosti, z toho 40 bylo „s matematikou“ (matematika a fyzika (16 uchazečů), **deskriptivní geometrie a kreslení (11 uchazečů)**, zeměpis a kreslení (8 uchazečů), **matematika a deskriptivní geometrie (3 uchazeči)**, kreslení a matematika (1 uchazeč), kreslení a zeměpis (1 uchazeč)).

Němečtí matematici na univerzitě v Praze si velmi dobře uvědomovali, že deskriptivní geometrie je obor, který je po teoretické stránce již víceméně propracovaný a uzavřený, a tudíž neposkytuje dostatečné šance na další vědeckou práci a perspektivní rozvoj, tj. je pro ně vlastně nezajímavý neboli „mrtvý“.[6] Proto sami v deskriptivní geometrii téměř nepracovali, k odborné práci v ní nevedli ani své studenty. Od roku 1882 do roku 1945 bylo na Německé univerzitě v Praze uděleno 43 doktorátů z matematiky,[7] žádná obhájená doktorská práce však nepojednávala o nějakém problému z deskriptivní geometrie, žádná hlavní ani vedlejší rigorózní zkouška nebyla vykonána z deskriptivní geometrie.[8]

Vlažný vztah pražských německých univerzitních matematiků k deskriptivní geometrii dokládá i vlastní „vědecká výchova“. V letech 1882 až 1945 se na Německé univerzitě v Praze konalo 14 habilitací z matematiky. Ve 12 úspěšných případech se jednalo o klasická habilitační řízení z matematiky (matematická analýza, algebra, teorie čísel, afinní a diferenciální geometrie), jediné řízení z deskriptivní geometrie bylo neúspěšné[9] a jedno úspěšné řízení z matematiky a analytické mechaniky bylo ve své

Podrobnosti o obsahu, průběhu i náročnosti zkoušek učitelské způsobilosti z matematiky před německou zkušební komisí v Praze jsou uvedeny v [5], [6], [7], o zkouškách učitelské způsobilosti z deskriptivní geometrie před českou zkušební komisí v Praze jsou uvedeny v [21]. O všeobecných pravidlech uplatňovaných při zkouškách učitelské způsobilosti viz např. [28].

[6] Naprosto odlišný pohled na perspektivy a možnosti dalšího rozvoje a uplatnění syntetické a deskriptivní geometrie měli čeští matematici (V. Jarolímek, K. Pelz, B. Procházka, J. Sobotka, M. N. Vaněček, J. S. Vaněček, Em. Weyr, K. Zahradník, resp. jejich mladší následovníci B. Bydžovský, M. Pelíšek). „Česká geometrická škola“ (viz [15]) zůstala svojí tematikou a užívanými metodami víceméně v 19. století a obtížně se z této situace „osvobozovala“.

[7] Obhájeno bylo 39 doktorských prací, tři doktoráty byly nostrifikovány, jedna další nostrifikace byla podmíněna složením dodatečné hlavní rigorózní zkoušky z matematiky, tři uchazeči doktorát nezískali, jeden uchazeč byl v prvním kole řízení odmítnut, ale po třech letech předložil novou práci a uspěl, a pět nostrifikací bylo víceméně z formálních důvodů zamítnuto.

[8] O doktorátech na Německé univerzitě v Praze viz [29], o doktorátech z matematiky viz [5].

[9] Roku 1884 požádal o zahájení habilitačního řízení v oboru deskriptivní geometrie Karl Bobek (1855–1899). Dne 14. května 1884 byla jeho žádost projednána profesorským sborem Filozofické fakulty Německé univerzity v Praze a byla sestavena habilitační komise ve složení Heinrich Jacob Karl Durège (1821–1893), Carl Ferdinand Lippich (1838–1913) a Anton Puchta (1851–1903). Dne 19. června 1884 komise předložila hodnotící zprávu a doporučila pokračovat v započatém habilitačním procesu. Habilitační řízení však bylo zastaveno, neboť uchazeč žádal o řízení v oboru, který nebyl v dostatečném rozsahu vyučován na Německé univerzitě v Praze, a jeho soukromá docentura se nejevila jako perspektivní. Podrobnější informace o Bobkově habilitačním případu se nepodařilo zjistit.

Poznamenejme, že K. Bobek v letech 1875 až 1879 studoval na Německé technice v Praze a na Německé univerzitě v Praze a v letech 1881 až 1883 na univerzitách v Lipsku a v Paříži. Roku 1879 složil zkoušky učitelské způsobilosti z matematiky a deskriptivní geometrie, které ho opravňovaly k výuce na středních školách s německým vyučovacím jazykem. Roku 1885 získal doktorát na univerzitě v Erlangenu, když obhájil práci *Über gewisse eindeutige involutorische Transformationen der Ebene*. Od roku 1879 až do roku 1886 byl asistentem deskriptivní geometrie u profesora Karla Josefa Küppera (1828–1900) na Německé technice v Praze, kde se v roce 1883 habilitoval. V letech 1886 až 1893 byl asistentem matematiky na Německé technice v Praze. Roku 1893 byl jmenován mimořádným profesorem matematiky na Německé univerzitě v Praze. V jeho prospěch tehdy hovořilo především to, že byl schopen konat přednášky z deskriptivní, projektivní, analytické, afinní a diferenciální geometrie. Roku 1896 K. Bobek podal žádost o ustanovení definitivním profesorem, kterou doporučil děkanát Filozofické fakulty i rektorát Německé univerzity v Praze. V prosinci roku 1896 K. Bobek obdržel definitivu, ale nezískal titul řádného profesora. V roce 1898 a opětovně v roce 1899 profesorský sbor naléhal na vídeňské ministerstvo, aby byl K. Bobek jmenován řádným univerzitním profesorem, protože je pro Německou univerzitu v Praze nepostradatelný, neboť vyučuje geometrické předměty. Jednalo se tedy víceméně o nestandardní postup, který souvisel s problémy s obsazováním výuky geometrie. K jeho jmenování však již nedošlo, neboť dne 15. prosince 1899 zemřel.

K. Bobek se věnoval projektivní, diferenciální, algebraické a analytické geometrii, teorii křivek (algebraické a hyperbolické křivky) a teorii ploch, teorii involucí, eliptickým funkcím a teorii pravděpodstatě „přenosem“ habilitace z Německé techniky v Praze[10] s podmínkou, že nový soukromý docent bude vyučovat deskriptivní a projektivní geometrii.[11]

---

podobnosti. Sepsal třicet prací, které v letech 1880 až 1899 publikoval v časopisech Mathematische Annalen, Monatshefte für Mathematik und Physik, Sitzungsberichte der königlichen böhmischen Gesellschaft der Wissenschaften in Prag, Abhandlungen der königlichen böhmischen Gesellschaft der Wissenschaften in Prag, Sitzungsberichte der kaiserlichen Akademie der Wissenschaften in Wien, Bulletin de la Société Mathématique de France a v Časopisu pro pěstování mathematiky a fysiky. V roce 1884 vydal monografii *Einleitung in die Theorie der elliptischen Functionen* (Teubner, Leipzig, 274 stran) a v roce 1889 na základě Küpperových přednášek knihu *Einleitung in die projektivische Geometrie der Ebene* (Teubner, Leipzig, VI + 210 stran; 2. vydání 1897, Teubner, Leipzig, VI + 210 stran). Dalšími jeho učebnicemi jsou *Lehrbuch der Wahrscheinlichkeitsrechnung. Bearbeitet nach System Kleyer* (J. Maier, Stuttgart, 1891, VIII + 296 stran) a *Lehrbuch der Ausgleichungsrechnung nach der Methode der kleinsten Quadrate. Bearbeitet nach System Kleyer* (J. Maier, Stuttgart, 1891, VI + 176 stran). Poznamenejme, že K. Bobek uměl docela dobře česky a udržoval kontakt s českými pražskými matematiky. V Časopisu pro pěstování mathematiky a fysiky publikoval dvě česky psané práce (*O geometrickém místu obratu křivek svazku* (11(1882), str. 283–284) a *Úvod do theorie křivek třetího stupně na základě funkcí elliptických* (12(1883), str. 1–24)), které jsou upravenými překlady jeho německy psaných prací. Více viz [5] a [11].

[10] Matematici, fyzici a astronomové na Německé univerzitě v Praze nebyli nikdy příliš nakloněni „přenosu“ habilitací z jiných vysokých škol. Nepodporovali ani nostrifikace zahraničních doktorských diplomů (a to ani v případě řízení na prestižních zahraničních univerzitách s německým vyučovacím jazykem).

[11] Jednalo se o Wilhelma Weiße (1859–1904, též psán jako Weiss). W. Weiß studoval na německé reálce v Praze, v letech 1881 až 1884 na technice a univerzitě v Praze. Ve školním roce 1884/1885 odjel na studijní pobyt do Lipska, kde poslouchal přednášky Felixe Kleina (1849–1925), v následujícím roce byl v Erlangenu, kde navštěvoval přednášky Paula Gordana (1837–1912) a Maxe Noethera (1844–1921), pod jejichž vedením získal roku 1887 doktorát za práci *Ueber eine algebraische Theorie der Scharen nicht adjungirter Berührungscurven* (práce měla 34 stran a vyšla roku 1890 v Sitzungsberichte der kaiserlichen Akademie der Wissenschaften in Wien, Mathematisch-Natur-wissenschaftliche Klasse, Abteilung IIa). Po návratu do Prahy obdržel místo asistenta na Německé technice v Praze, kde se roku 1894 habilitoval. V červnu roku 1895 se zúčastnil konkurzu na místo profesora matematiky na Německé technice v Brně (místo získal E. Waelsch). Roku 1897 byl jmenován mimořádným a roku 1900 řádným profesorem matematiky na Německé technice v Praze, kde učil až do smrti. Roku 1901 požádal o habilitaci z oboru matematiky a analytické mechaniky i na Německé univerzitě v Praze. Dne 20. června 1901 jeho žádost projednal profesorský sbor Filozofické fakulty Německé univerzity v Praze a stanovil habilitační komisi ve složení Georg Alexander Pick (1859–1942), C. F. Lippich, Ernst Lecher (1856–1926), která dne 11. července 1901 doporučila pokračovat v řízení. Weißova habilitační žádost byla kladně vyřízena až po delším jednání, neboť neměl řádnou maturitu na klasickém gymnáziu a jeho doktorát z Erlangenu musel být nostrifikován. Viz zápisy ze zasedání profesorského sboru ze dne 20. června a 11. července 1901, *Sitzungsprotokoll in den Studienjahren 1900/1901* (viz [1]).

Doplňme pro úplnost, že Weißově žádosti o nostrifikaci doktorského diplomu bylo vyhověno, ač neměl řádnou maturitu na klasickém gymnáziu a nesplňoval formální náležitosti pro udělení doktorátu na univerzitách v rakousko-uherské monarchii. Viz zápisy ze zasedání profesorského sboru ze dne 20. června a 11. července 1901, *Sitzungsprotokoll in den Studienjahren 1900/1901* (viz [1]). Weißovo jméno však není uvedeno v knize oficiálních doktorátů (viz *Protokoll über die Akte Erlangung der Doctorswürde an der philosophischen Facultät der Universität zu Prag, 24. 3. 1877 – 18. 12. 1913*, Archiv Univerzity Karlovy v Praze). Od zimního semestru 1903/1904 do letního semestru 1903/1904 W. Weiß nabízel na Německé univerzitě v Praze přednášky z projektivní geometrie (*Projektive Geometrie* 2/0).

V letech 1887 až 1901 uveřejnil 7 prací, v nichž se zabýval studiem speciálních vlastností algebraických křivek vyšších stupňů s využitím metod syntetické a algebraické geometrie, jednu práci z teorie holomorfních funkcí více proměnných (tzv. Noetherův teorém z teorie algebraických funkcí) a stručný nekrolog K. Bobka. Weißovy práce vyšly v německých časopisech Monatshefte für Mathematik und Physik, Mathematische Annalen, Jahresbericht der Deutschen Mathematiker-Vereinigung a Sitzungsberichte der kaiserlichen Akademie der Wissenschaften in Wien.

Uveďme v této souvislosti ještě případ Emila Waelsche (1863–1927), který ve školním roce 1888/1889 požádal na Německé univerzitě v Praze o nostrifikaci doktorského diplomu. Přestože byl deskriptivní geometr a výborný matematik, byl z formálních důvodů odmítnut. E. Waelsch v letech 1880 až 1884 studoval jako řádný posluchač na Německé technice v Praze a jako mimořádný posluchač na Německé univerzitě v Praze. Ve školním roce 1884/1885 navštěvoval přednášky F. Kleina na univerzitě v Lipsku, v následujícím roce přednášky P. Gordana a M. Noethera na univerzitě v Erlangenu. V roce 1885 vykonal v Praze zkoušky učitelské způsobilosti z matematiky a deskriptivní geometrie, které ho opravňovaly k výuce na reálkách. V roce 1888 obhájil na univerzitě v Erlangenu doktorskou práci *Über das Normalensystem und*

Doktorát z deskriptivní geometrie na Německé univerzitě v Praze byl prakticky od 90. let 19. století takřka nemožný, neboť žádný z profesorů se deskriptivní geometrii nevěnoval a nepovažoval ji za nosnou.[12] Habilitace přicházela v úvahu pouze na technice. Šance na uplatnění deskriptivních geometrů tak byla omezená na střední školy, na jedno či dvě místa asistentů na technice nebo na místa v konstrukčních kancelářích.

Na konci 19. století a v prvním desetiletí 20. století se při obsazování uvolněných míst mimořádných profesorů matematiky na Německé univerzitě v Praze hledal obvykle kandidát, kterému nevadilo, že bude muset občas učit také deskriptivní geometrii.[13] Rozhodně se od něho nepožadovalo, aby byl v tomto oboru habilitován, resp. aby v něm měl nějaké původní odborné práce. Odpovědná místa si totiž již v té době byla vědoma, že tento požadavek je téměř nesplnitelný, a tudíž nesmyslný.[14] Mnohdy tak byl přijat uchazeč nižších odborných kvalit, který však byl ochoten učit nepříliš oblíbenou deskriptivní geometrii. Postačovalo, že měl zkoušku učitelské způsobilosti v kombinaci matematika – deskriptivní geometrie, doktorát z matematiky a několik let působil jako asistent nebo soukromý docent deskriptivní geometrie na technice.[15]

---

die Centralfläche algebraischer Flächen insbesondere der Flächen 2 Ordnung a získal doktorát. V letech 1886 až 1892 byl asistentem deskriptivní geometrie na Německé technice v Praze a spolupracoval s K. J. Küpperem. Dne 14. září 1890 byl ministerským výnosem jmenován soukromým docentem deskriptivní geometrie na Německé technice v Praze, kde vyučoval základy deskriptivní geometrie, elementární geometrii kuželoseček, teorii algebraických křivek a diferenciální a přímkovou geometrii. Ve školním roce 1892/1893 poslouchal přednášky Sophuse Lie (1842–1899) na univerzitě v Lipsku. Na počátku devadesátých let 19. století se neúspěšně účastnil různých konkurzů na místo řádného či mimořádného profesora matematiky či deskriptivní geometrie (1891 a 1892 – Německá technika v Brně, 1892 a 1893 – Německá univerzita v Praze). Ve školním roce 1893/1894 působil jako asistent a soukromý docent na technice v Curychu, kde spolupracoval s Wilhelmem Fiedlerem (1832–1912). Ve školním roce 1894/1895 opět vyučoval na Německé technice v Praze. Roku 1895 byl jmenován mimořádným profesorem matematiky na Německé technice v Brně. Ve Waelschově případě žádná nostrifikační komise sestavena nebyla. Nostrifikace byla odmítnuta z čistě formálních důvodů, neboť E. Waelsch neměl klasickou maturitní zkoušku, protože byl absolventem reálky (I. německá vyšší reálka v Praze). Podle platných zákonů nemohl být řádným posluchačem univerzity, nemohl se ucházet o doktorát a habilitaci na univerzitě. Viz zápis ze zasedání profesorského sboru ze dne 28. února 1889, *Sitzungsprotokoll in den Studienjahren 1888/1889* (viz [1]). Více viz [5], [25], [26].

[12] Je možné, že tento přístup nemusel být úplně prvoplánový, ale mohl být do jisté míry ovlivněn i menší oblibou deskriptivní geometrie u pražských německých matematiků.

[13] Například roku 1906 po Gmeinerově odchodu do Innsbrucku byl na uvolněné místo vypsán konkurz. Profesorský sbor Filozofické fakulty Německé univerzity v Praze požadoval jmenovat odborníka, který by byl schopen a ochoten vyučovat deskriptivní geometrii a který by již měl s touto výukou nějaké zkušenosti. Dne 25. června 1906 profesorský sbor navrhl ministerstvu vhodné kandidáty v tomto pořadí: Heinrich Liebmann (1874–1939), mimořádný profesor na technice v Mnichově, Josef Grünwald (1876–1911), soukromý docent na Německé technice v Praze, a Walter Ludwig (1876–1946), soukromý docent matematiky a deskriptivní geometrie na technice v Karlsruhe. Sbor ve své zprávě uvedl, že vzhledem k tomu, že kandidát má především vyučovat geometrii, nelze uvažovat o jmenování mladých talentovaných matematiků Ernsta Fischera (1875–1954) a Hanse Hahna (1878–1934). Více viz [5].

[14] Naše odpovědná místa si to dnes při akreditacích neuvědomují.

[15] Dnes lze jen spekulovat o tom, jak by se vyvíjela odborná práce na matematických stolicích Německé univerzity v Praze, kdyby v konkurzech zvítězili talentovanější matematici (např. E. Waelsch, E. Fischer či H. Hahn), kteří však nebyli ochotni učit geometrickou problematiku. Možná by po dlouhých a komplikovaných jednáních byla veškerá výuka deskriptivní geometrie (včetně metodické části) převedena na technické školy, kde ve své podstatě vznikla a kam přirozeně patřila a patří, kde měla dostatečné odborné zázemí s řadou rozumných a nosných aplikačních možností (speciální plochy a křivky, stereotomie, kinematika a mechanika, kartografie a kartografické zobrazování, geodézie, fotogrammetrie, architektura, konstrukce strojů, pozemní stavitelství, nomografie apod.). Ostatně převedení přípravy učitelů matematiky, deskriptivní geometrie, fyziky a chemie z univerzity na techniky bylo diskutováno hned po vzniku Československa a opětovně na přelomu 20. a 30. let 20. století. Speciální komise zabývající se touto otázkou pracovala na Německé technice v Brně. Došla k závěru, že náklady na převod by nebyly velké, neboť by bylo potřeba zajistit jen výuku filozofie a pedagogiky. Zřizování

Od druhého desetiletí byl problém s výukou deskriptivní geometrie na Německé univerzitě v Praze úspěšně vyřešen „trvalou zápůjčkou“ odborníka z techniky.

2 Personální zajištění výuky

Deskriptivní geometrii na Německé univerzitě v Praze začal roku 1895 vyučovat **Karl Bobek**. Na univerzitě přednášel od roku 1893 do roku 1899, kdy ve věku 44 let zemřel.[16] Nestihl tudíž vytvořit ucelený systém přednášek a cvičení, na který by bylo možno navazovat. Z deskriptivní geometrie měl následující přednášky a cvičení:

Letní semestr 1894/1895
K. Bobek: *Geometrische Constructionsübungen*, 0/1

Zimní semestr 1895/1896
K. Bobek: *Darstellende Geometrie*, 2/0

Letní semestr 1895/1896
K. Bobek: *Darstellende Geometrie*, 2/0
K. Bobek: *Uebungen zur darstellenden Geometrie*, 0/1

Zimní semestr 1899/1900[17]
K. Bobek: *Darstellende Geometrie*, 3/0
K. Bobek: *Constructionsübungen zur darstellenden Geometrie*, 0/1

Bobkovým úmrtím výuka deskriptivní geometrie na Německé univerzitě v Praze opět na čas vyhasla. Jeho odchodem z univerzitní výuky deskriptivní geometrie zcela vymizela „praktická konstrukční“ cvičení.[18] Výuku bez cvičení bychom si dnes asi jen obtížně

---

stolic filozofie na technikách tehdy již začalo a pro výuku pedagogiky stačilo systemizovat honorované docentury. Zisk z převodu by však byl obrovský (užívání vybavených laboratoří a dílen, lepší sepětí školní výuky a technické praxe, více aplikačních možností apod.). K žádné změně však nedošlo. Více viz [26]. V současné době však případné převedení přípravy učitelů deskriptivní geometrie na technické školy není na pořadu dne; naše školství se totiž potýká s důležitějšími a palčivějšími problémy.

[16] Povinné i výběrové přednášky z projektivní a analytické geometrie, resp. přednášky o teorii křivek a ploch (kuželosečky, kubiky a plochy druhého stupně apod.) měli v osmdesátých a devadesátých letech 19. století A. Puchta, S. Kantor, G. A. Pick, resp. H. J. K. Durège, O. Biermann. Úplný seznam přednášek z matematiky a geometrie je uveden v [5].

[17] K. Bobek výuku v tomto semestru již nedokončil.

[18] Naprosto odlišný způsob výuky byl realizován na Německé technice v Praze, kde byla od šedesátých let 19. století deskriptivní geometrie vyučována v prvním ročníku v povinném dvousemestrálním základním pětihodinovém kurzu doplněném desetihodinovým cvičením. Pro vyšší ročníky bývala vypisována povinná jednohodinová přednáška ze stereotomie s dvouhodinovým cvičením z rýsování a modelování. Koncem sedmdesátých let byla výuka deskriptivní geometrie rozdělena do prvních dvou ročníků. V prvním ročníku byla povinná dvousemestrální tříhodinová přednáška doplněna osmihodinovým cvičením, ve druhém ročníku byla povinná dvousemestrální dvouhodinová přednáška doplněna dvouhodinovým cvičením, tj. nastalo pouze přerozdělení hodin, které umožnilo studentům delší „vstřebávání“ vyučované látky. Od školního roku 1900/1901 byla deskriptivní geometrie vrácena do prvního ročníku s dotací od 5/10 až do 4/3 v každém semestru (výše hodin byla upravena podle požadavků jednotlivých studijních oborů). V období před první světovou válkou se nepatrně proměňoval počet hodin přednášek a cvičení, ale k radikálnímu úbytku povinných hodin výuky deskriptivní geometrie nedošlo prakticky na žádném oboru. V letech 1915 až 1929 nastal značný pokles výukových hodin deskriptivní geometrie (až o 40 %). Ve třicátých letech 20. století se rozsah výuky již výrazněji nezměnil. Více viz [5], [7] a [21].

představili. Zdá se, že dokonce i v případě deskriptivní geometrie však fungovala poměrně dobře. Pedagogové pravděpodobně stručně vyložili teoretické základy, předvedli pár ukázkových konstrukcí a příkladů. Procvičení náročnějších a pokročilejších zobrazovacích metod zůstalo na domácí přípravě studentů, k dispozici nebyly žádné „pracovní listy", jen sbírky s obecným zadáním úloh.[19] Studenti se tak učili nejenom úlohu pochopit a vyřešit, ale též vhodně zvolit „konkrétní" umístění objektů na rýsovací čtvrtce. Pro budoucí učitele to je jeden z nejvhodnějších způsobů výuky. Pro úplnost je však nutno doplnit, že si deskriptivní geometrii na univerzitě většinou volili v mimořádném studiu studenti techniky a absolventi reálek, resp. reálných gymnázií,[20] kteří základní zobrazovací metody obvykle dobře ovládali již ze střední školy.[21]

Na České technice v Praze byla od šedesátých let do devadesátých let 19. století deskriptivní geometrie vyučována v dotaci – povinné dvousemestrální pětihodinové přednášky s desetihodinovým konstrukčním cvičením, v letním semestru navíc doplněné o nepovinnou dvouhodinovou přednášku o perspektivě spojenou s čtyřhodinovým cvičením v rýsování. V letech 1870 až 1874 byly základy deskriptivní geometrie vyučovány v prvním ročníku v rozsahu 4/8 a 4/8, ve druhém ročníku byla nově zavedena povinná výuka perspektivy v rozsahu 2/4 a 2/4, tj. celkový počet hodin věnovaný deskriptivní geometrii se nepatrně zvýšil. Od školního roku 1874/1875 byla obnovena výuka v rozsahu odpovídajícímu období šedesátých let 19. století. Od roku 1900/1901, tj. za K. Pelze, byla deskriptivní geometrie obvykle přednášena každoročně v prvním ročníku v rozsahu 5/6 v zimním semestru a 4/6 v letním semestru. S její výukou těsně souvisely také *Geometrie polohy* (tříhodinová jednosemestrální přednáška povinná pro studenty druhého ročníku) a *Stereotomie* (jedno až dvouhodinová jednosemestrální přednáška), které vedli profesoři stavebnictví, mechaniky nebo deskriptivní geometrie. Další vývoj výuky deskriptivní geometrie byl komplikovaný, hodinové dotace byly upravovány podle potřeb jednotlivých oborů. Byly zavedeny i zvláštní přednášky pro kandidáty učitelství (např. od roku 1919/1920 jednosemestrální přednášky nazvané *Vybrané stati z deskriptivní geometrie* s dotací 2/4, od roku 1927/1928 dvousemestrální přednášky *Úvod do neeukleidovské geometrie* s dotací 2/0). Více viz [5], [7] a [21].

[19] O roli domácí samostatné práce V. Lavička roku 1883 výstižně napsal: *Každý učitel chybuje, který od domácí činnosti žákovy ničeho nežádá, tak jako těžce chybuje učitel, jenž nepřiměřenými pracemi domácími žáka přetěžuje. Domácí úkoly z oboru geometrie až posud žádný pedagog nezavrhuje, avšak každý důtklivě radí, aby přihlíženo bylo při každém úkolu domácím velmi bedlivě ku jakosti a času. Ještě nikdo nevyslovil se proti domácím úkolům z deskriptivní geometrie, což jinak ani býti nemůže; neb jakým právem např. by možno bylo žádati na žácích, aby při zkoušce maturitní z deskriptivní geom. v době pěti hodin správně vypracovali tři úkoly zcela samostatně, bez všelikého přispění učitelova, kdyby byli žáci před tím nikdy ku samostatnému vypracování úkolů podobných vedeni nebyli, čili krátce, kdyby se žákům ku domácímu vypracování samostatnému před tím nikdy úkolů z deskriptivní geometrie bylo nedávalo.* ([17], str. 111) To, co napsal V. Lavička o výuce deskriptivní geometrie na středních školách, plně platí i pro výuku na vysoké škole, stačí maturitní zkoušku zaměnit osmihodinovou zkouškou učitelské způsobilosti.

[20] Například na reálce byla od konce šedesátých let 19. století deskriptivní geometrie vyučována v 5., 6. a 7. ročníku, a to s dotací tři hodiny týdně. Rozsah učiva byl poměrně velký (základy pravoúhlého promítání na dvě průmětny, středové promítání, zborcené plochy, průniky křivých ploch, rovnoběžné osvětlení mnohostěnů a rotačních těles, vržené stíny plochy na plochu). Na nižší reálce (1. až 4. ročník) bylo vyučováno tzv. měřictví, resp. měřické rýsování či rýsování, které bylo přirozenou průpravou pro výuku deskriptivní geometrie. Dne 23. dubna 1880 vídeňské ministerstvo kultu a vyučování vydalo nařízení č. 6233 (*Verordnungsblatt für den Diensbereich des Ministerium für Cultus und Unterricht ausgegeben am 1. Mai 1880*), které stanovovalo, co a v které třídě má být probíráno. Podrobný rozpis vyučované látky je obsažen v [17] na stranách 63 až 76.

Cíl výuky deskriptivní geometrie na reálkách výstižně popisují následující slova V. Lavičky: *Cílem vyučování deskriptivní geometrie ve škole střední budiž nám důkladná znalost nejdůležitějších vět a vědecké odůvodňování nauky o promítání, jakož i upotřebení této při zobrazování geometrických těles, prohlédajíce ku potřebám vysokých škol technických.* ([17], str. 63)

Studium na reálce bylo ukončováno maturitní zkouškou, jejíž součástí byla od roku 1869 do roku 1939 i pětihodinová písemná práce z deskriptivní geometrie. O maturitních zkouškách viz [9], [14] a [22].

[21] Uvědomme si, jak odlišná je dnešní výuka deskriptivní geometrie na všech typech škol, kde se učí. Zamysleme se, zda současným přístupem neděláme studentům medvědí službu, když výuku často redukujeme na „vyplňování" předem připravených pracovních listů (ať v papírové, ať počítačové podobě). Neochuzujeme je o radost a krásu promýšlení a zvažování grafického provedení řešení, o možnost volby (byť třeba chybné), o poučení z chybných umístění zobrazovaných objektů apod.? Možná zapomínáme na slova Gustava Adolfa

Na počátku 20. století deskriptivní a projektivní geometrii krátce „suploval“ **Wilhelm Weiß**. Přednášku z deskriptivní geometrie měl však pouze jednou, neboť ve věku 45 let předčasně zemřel. Německá univerzita v Praze tak ztratila kvalifikovanou sílu, s níž již delší čas počítala na trvalejší výuku deskriptivní geometrie a které dvakrát zcela mimořádně vyhověla při ne úplně standardních žádostech.

Letní semestr 1902/1903
W. Weiß: *Elemente der darstellenden Geometrie (Fortsetzung)*, 2/0

V prvním desetiletí 20. století Německá univerzita v Praze neprosadila systemizování místa třetího profesora matematiky ani nezískala do svých řad žádného mimořádného profesora matematiky,[22] který by se chtěl zabývat výukou deskriptivní geometrie. Nesnažila se však ani poskytnout prostor soukromému docentovi, který by za speciální úhradu konal základní přednášky z deskriptivní geometrie.[23] Situaci měl v roce 1906 vyřešit příchod **Josefa Grünwalda (1876–1911)**, který byl jmenován s ohledem na to, že je ochoten a schopen učit geometrické přednášky.[24] V letním semestru školního roku 1907/1908 a v letním semestru školního roku 1909/1910 vypsal pro budoucí učitele deskriptivní geometrie a ostatní zájemce dvouhodinové přednášky uvádějící do základů deskriptivní geometrie. Na krátký čas se zdálo, že problém s výukou deskriptivní geometrie bude úspěšně vyřešen. Roku 1911 však J. Grünwald ve věku 35 let náhle zemřel na komplikace spojené se zánětem slepého střeva. J. Grünwald měl tyto přednášky z deskriptivní geometrie:

Letní semestr 1907/1908
J. Grünwald: *Einleitung in die darstellende Geometrie*, 2/0

Letní semestr 1909/1910
J. Grünwald: *Einleitung in die darstellende Geometrie*, 2/0

Lindnera (1828–1887), profesora filozofie a pedagogiky pražské univerzity: *Co žáci sami dovedou, nemáme za ně vykonávati; máme jim spíše nechati tu radosť, by to sami nalezli neb vykonali.* ([17], str. 80)

[22] Na Německé univerzitě v Praze od roku 1880 do roku 1929 přednášel profesor G. A. Pick, od roku 1901 do roku 1906 profesor Anton Josef Gmeiner (1862–1927), od roku 1902 do roku 1904 docent W. Weiß, od roku 1906 do roku 1911 profesor Josef Grünwald a od roku 1912 do roku 1920 profesor Gerhard Hermann Waldemar Kowalewski (1876–1950). S výjimkou W. Weiße a J. Grünwalda, kteří na univerzitě působili krátce, nebyl nikdo specializován na deskriptivní geometrii.

[23] O personálním vývoji na stolicích matematiky na Německé univerzitě v Praze viz [5].

[24] Josef Grünwald, syn Antona Karla Grünwalda (1838–1920), profesora matematiky Německé techniky v Praze, studoval na gymnáziu na Malé Straně, pak na Německé univerzitě v Praze, kde získal roku 1899 doktorát za práci nazvanou *I. Über die linearen Fundamentalconstructionen mit imaginären Elementen, II. Über die Raumcurven vierter Ordnung zweiter Art und die zu ihr perspectiven ebenen Curven*, kterou sepsal pod vedením G. A. Picka. Současně navštěvoval i přednášky na Německé technice v Praze. V roce 1898 složil zkoušky učitelské způsobilosti z matematiky a deskriptivní geometrie a získal oprávnění k výuce na středních školách. Ve školním roce 1899/1900 absolvoval stipendijní pobyt na univerzitě v Göttingen. Od roku 1900 byl šest let asistentem na vídeňské technice, roku 1903 se habilitoval na vídeňské univerzitě. Roku 1906 byl jmenován mimořádným profesorem matematiky na Německé univerzitě v Praze.

V letech 1899 až 1911 napsal jen sedm prací, v nichž pojednal o syntetické a kinematické teorii křivek, geometrických transformacích a šíření elastických a elektromagnetických vln v krystalických látkách. Jeho práce byly otištěny v časopisech Sitzungsberichte der kaiserlichen Akademie der Wissenschaften in Wien, Zeitschrift für Mathematik und Physik a Monatshefte für Mathematik und Physik. Více viz [5], [10], [13] a [27].

V zimním semestru 1914/1915 **Wilhelm Johann Eugen Blaschke (1885–1962)**, mimořádný profesor matematiky na Německé technice v Praze, převzal tříhodinovou přednášku z deskriptivní geometrie pro budoucí středoškolské učitele, neboť se univerzita potýkala s problémem, jak tuto výuku personálně zajistit. W. Blaschke měl velkou naději stát se v Praze řádným a uznávaným profesorem, a to jak na technice, tak na univerzitě; on sám však neměl žádný zájem v Čechách setrvat.[25] W. Blaschke konal tuto přednášku z deskriptivní geometrie:

Zimní semestr 1914/1915
W. Blaschke: *Elemente der darstellenden Geometrie mit Übungen*, 3/0

Významná změna v koncepci výuky geometrie nastala od zimního semestru školního roku 1917/1918, kdy byly na Německé univerzitě v Praze zahájeny pravidelné přednášky z deskriptivní geometrie, jež převzal **Karl Mack (1882–1943)**, který s Prahou spojil celou svoji odbornou kariéru.[26] Po více než třicetiletých snahách profesorů matematiky se

[25] Blaschkeovo působení na Německé univerzitě v Praze bylo sice velmi krátké (od letního semestru 1913/1914 až do zimního semestru 1914/1915 vypisoval výběrové přednášky z matematické analýzy a variačního počtu), ale nebylo nevýznamné. Německá univerzita měla o jeho služby velký zájem. Dne 19. června 1913 na zasedání profesorského sboru Filozofické fakulty byla předložena žádost, aby byl jmenován ve zkráceném řízení soukromým docentem matematiky. Komise ve složení G. A. Pick, G. H. W. Kowalewski a Anton Lampa (1868–1938) navrhla, aby mu bylo prominuto předložení habilitační práce, odpuštěny habilitační kolokvium i přednáška na zkoušku a bylo přímo přistoupeno k jeho jmenování. Návrh byl dne 10. července 1913 profesorským sborem přijat a žádost o jmenování byla dne 22. července 1913 odeslána na Ministerstvo kultu a vyučování ve Vídni. Jmenování bez řízení bylo potvrzeno dne 18. srpna 1913. Roku 1915 však W. J. E. Blaschke odešel do Lipska. Později působil v Königsbergu a Tübingenu, od roku 1919 v Hamburku. V Hamburku založil svůj proslulý matematický seminář afinní a diferenciální geometrie. Ve školním roce 1927/1928 byl rektorem hamburské univerzity. Ovlivnil vývoj několika oblastí matematiky (diferenciální, integrální, projektivní a topologická geometrie, teorie funkcí komplexní proměnné, variační počet). Ve třicátých a čtyřicátých letech nechvalně proslul jako aktivní až fanatický stoupenec nacismu. Po válce byl denacifikován a v roce 1953 penzionován. Poté ještě krátce přednášel jako hostující profesor na univerzitě v Istanbulu. Více o jeho působení v Praze viz [5].

[26] K. Mack v letech 1897 až 1899 studoval na *k. und k. Artillerie Kadettenschule*, neboť se chtěl stát profesionálním vojákem. Dne 30. ledna 1899 byl superarbitrován pro těžkou a neléčitelnou srdeční vadu. Nastoupil proto na vídeňskou reálku, kde roku 1901 složil maturitní zkoušku. V letech 1901 až 1905 studoval na vídeňské technice a v letech 1903 až 1905 také na vídeňské univerzitě. V letech 1902 až 1903 pracoval jako pomocná studentská síla v matematické kanceláři vídeňské životní pojišťovny *Janus und Phönix*. Rozhodl se pro dráhu pojistného matematika, proto roku 1904 složil státní zkoušky z pojistné matematiky a techniky (*Staatsprüfung für Versicherungstechnik*). V roce 1905 však získal místo výpomocného asistenta deskriptivní geometrie na vídeňské technice a vydal se na učitelskou dráhu. Roku 1906 složil zkoušky učitelské způsobilosti, které ho opravňovaly k výuce matematiky a deskriptivní geometrie na reálkách a reálných gymnáziích. V letech 1907 až 1908 pracoval jako asistent, resp. jako konstruktér (tj. kreslič) při stolici deskriptivní geometrie na vídeňské technice. V letech 1908 až 1916 byl suplujícím, resp. řádným profesorem na reálce ve 13. vídeňském okresu. V letech 1911 až 1913 suploval také přednášky z deskriptivní geometrie na vídeňské technice a v letech 1912 až 1915 vyučoval též speciální matematické kurzy na vídeňské *Exportakademie*. Nepodařilo se zjistit, že by se K. Mack pokusil někde získat doktorát, resp. habilitaci v oboru matematiky, resp. deskriptivní geometrie. Dne 19. července 1916 získal místo mimořádného profesora deskriptivní geometrie na Německé technice v Praze, dne 28. února 1920 byl na téže škole jmenován řádným profesorem. Dne 1. září 1939 byl jako řádný profesor deskriptivní geometrie na Německé technice v Praze přijat mezi říšské profesory. Dne 1. července 1941 byl A. Hitlerem v této funkci opětovně potvrzen. Ve zprávě Říšského ministerstva pro vědu, výchovu a vzdělání lidu v Berlíně ze dne 18. srpna 1941 bylo výslovně uvedeno, že K. Mack je řádným profesorem deskriptivní geometrie na Německé technice v Praze s povinností za speciální úhradu konat přednášky též na Německé univerzitě v Praze. Doplňme pro úplnost, že K. Mack byl od 1. dubna 1939 členem *NSDAP* (jeho průkaz měl číslo 7 133 993). Roku 1943 byl ve věku šedesáti let oficiálně předčasně penzionován, neboť od roku 1941 trpěl srdeční chorobou a výuku prakticky nekonal.

V letech 1905 až 1938 K. Mack publikoval 11 článků a jednu knížku (*Geometrie der Getriebe*, Springer, Berlin, 1931, VI + 93 stran). Jeho časopisecké práce pojednávaly o projektivní geometrii, geometrii kuželoseček (např. vylepšení proužkové metody konstrukce elipsy), stereografické projekci a jejím užití deskriptivní geometrie stala řádným univerzitním oborem, ne však plnohodnotným, neboť pro ni nebylo systemizováno místo řádného ani mimořádného profesora.[27] Její pravidelnou výuku zajišťoval „smluvně najímaný" pedagog z techniky.

Na Filozofické fakultě Německé univerzity v Praze měl K. Mack od zimního semestru 1917/1918 až do letního semestru 1919/1920 tříhodinové přednášky nazvané *Kurs über geometrisches Zeichnen und darstellende Geometrie*, které nedoplňovalo žádné praktické cvičení či seminář. Podle zápisů v katalogu posluchačů se jeví jako pravděpodobné, že měl výklad rozvržený na jeden školní rok a látku každoročně opakoval.[28] Studenti si mohli zapisovat jeden či oba semestry podle svého zájmu a uvážení.

Ani vznik Přírodovědecké fakulty Německé univerzity v Praze (1920) nepřinesl pro deskriptivní geometrii žádné zlepšení. Základní dvousemestrální tříhodinové přednášky z deskriptivní geometrie měl stále K. Mack, řádný profesor Německé techniky v Praze. V letech 1920/1921 až 1930/1931 vypisoval tříhodinové přednášky pod názvem *Kurs für geometrisches Zeichnen und darstellende Geometrie*, od roku 1931/1932 pod názvem *Kurs für darstellende und projektive Geometrie*.[29] Je pravděpodobné, že se jejich obsah víceméně neměnil. Látku měl stále rozdělenou na dva na sebe navazující semestrální kurzy, které každoročně opakoval. Studenti si mohli zapisovat jeden či oba semestry podle svého zájmu a uvážení. Ve dvacátých letech si je zapisovalo 7 až 26 studentů,[30] v průměru kolem 16. Ve třicátých letech si je vybíralo 15 až 49 studentů,[31] v průměru kolem 39. Poznamenejme, že si je zapisovali jednak studenti matematiky, jednak studenti mineralogie, geodézie a chemie.

Od letního semestru 1936/1937 Mackovu výuku úspěšně suploval jeho asistent **Walter Fröhlich (1902–1942)**, který byl od zimního semestru školního roku 1938/1939 oficiálně pověřen výukou deskriptivní geometrie na Německé univerzitě v Praze. Bohužel jeho působení ukončil příchod nacistů, neboť byl z rasových důvodů zbaven

---

v technické praxi, reliéfní perspektivě a jejím užití v malířství a architektuře, konstrukci perspektografu a tvorbě perspektivních obrazů. Otištěny byly v časopisech Monatshefte für Mathematik und Physik, Mathematische Annalen, Jahresbericht der Deutschen Mathematiker-Vereinigung, Sitzungsberichte der kaiserlichen Akademie der Wissenschaften in Wien, Zeitschrift für Mathematik und Physik a v Časopisu pro pěstování matematiky a fysiky. K. Mack udržoval kontakt s pražskými českými matematiky. Roku 1938 publikoval v Časopisu pro pěstování matematiky a fysiky německy psanou studii nazvanou *Eine mit dem vollständigen Vierseit zusammenhängende Schließungsaufgabe* (67(1938), str. 199–202, 239) zabývající se konfigurací rovnoběžníků při úplném čtyřstěnu. Doplněna byla stručným českým abstraktem. Dokázal v ní větu z projektivní geometrie: *Jsou tři řady o nekonečném počtu rovnoběžníků takové, že páry protějších vrcholů rovnoběžníků každé řady leží na obou paprscích jedné sdružené dvojice a strany těch rovnoběžníků jsou rovnoběžné s paprsky třetí sdružené dvojice* (str. 202). Více viz [5] a [10].

[27] Poznamenejme, že na technikách v Rakousko-Uherské monarchii bylo obvykle systemizováno nejméně jedno místo pro řádného profesora deskriptivní geometrie a jedno místo pro řádného asistenta. Deskriptivní geometrie byla sice jako matematika, fyzika, chemie, přírodopis, zeměpis a jiné další předměty plnohodnotným aprobačním středoškolským předmětem, neměla však na univerzitě žádného řádného trvalého pedagoga.

[28] V [21] je na str. 209 uvedeno: *Jejich časová dotace byla tři hodiny týdně v obou semestrech. Přesný obsah přednášek neznáme. Témata se ob rok střídala, studenti tedy měli přednášku navštěvovat čtyři semestry po sobě.* Není jasné, z jakých zdrojů byla tato informace zjištěna. Nepotvrzují ji ani údaje v [1] a [2], ani zápisy v katalozích posluchačů Filozofické fakulty, resp. Přírodovědecké fakulty Německé univerzity v Praze.

[29] Poznamenejme, že samostatné přednášky z projektivní geometrie na Německé univerzitě v Praze konal pouze v zimním semestru školního roku 1936/1937 Arthur Winternitz (*Projektive geometrie* 4/0, přednášky mělo zapsáno 9 studentů). Viz [5].

[30] Nejméně (7) jich bylo zapsáno v letním semestru 1925/1926, nejvíce (26) v zimním semestru 1920/1921.

[31] Nejméně (15) jich bylo zapsáno v letním semestru 1930/1931, nejvíce (49) v zimním semestru 1932/1933.

možnosti vyučovat.[32] Fröhlichův příchod na univerzitu pravděpodobně nepřinesl výraznější změny v obsahu, rozsahu a způsobu výuky deskriptivní geometrie, neboť W. Fröhlich byl „odchovancem“, spolupracovníkem i asistentem K. Macka.[33] W. Fröhlich měl na Přírodovědecké fakultě Německé univerzity v Praze tyto přednášky:

Zimní semestr 1937/1938
K. Mack: *Kurs für darstellende und projektive Geometrie (Alternierend.)*, 3/0[34]

Letní semestr 1937/1938
K. Mack: *Kurs für darstellende und projektive Geometrie (Alternierend.)*, 3/0[35]

Zimní semestr 1938/1939
W. Fröhlich: *Kurs für darstellende und projektive Geometrie*, 3/0[36]

Ani v období druhé světové války nenastaly ve výuce deskriptivní geometrie na Německé univerzitě v Praze podstatné změny. Od letního semestru 1938/1939 až do letního semestru 1944/1945 základní kurzovní přednášky z deskriptivní geometrie vedl **Alfred Eduard Rössler (1903–?)**.[37] Po celou dobu vypisoval klasickou tříhodinovou přednášku

---

[32] Walter Fröhlich studoval na Německé technice v Praze a na Německé univerzitě v Praze, kde roku 1926 obhájil doktorskou práci nazvanou *Zur Bewegung Flaechentreuaffin veraenderlicher ebener Systeme*, kterou sepsal pod vedením G. A. Picka. Po absolutoriu Německé univerzity v Praze vyučoval na Německém reálném gymnáziu v Praze 3, současně pracoval jako asistent matematiky na Německé technice v Praze. Od roku 1929 byl honorovaným docentem Německé techniky v Praze, kde konal přednášky z vybraných kapitol deskriptivní geometrie pro kandidáty učitelství (*Ausgewählte Kapitel aus der descriptiven Geometrie*). Od druhé poloviny 30. let 20. století přednášel deskriptivní geometrii také na Německé univerzitě v Praze. Od února 1939 se snažil najít odpovídající místo ve Velké Británii. Přestože měl britské vízum a zajištěnu podporu *Society for the Protection of Science and Learning*, nepodařilo se mu před vypuknutím 2. světové války opustit území Protektorátu. Dne 21. října 1941 byl jako žid deportován transportem B jako „pouhé č. 976“ do ghetta v Łodži, kde dne 29. listopadu 1942 zahynul (jeho úmrtí je uvedeno v matrice zemřelých ghetta v Łodži pod číslem 17 599/42). W. Fröhlich se věnoval zejména afinní a kombinatorické geometrii a topologii (teorie uzlů/copů). V letech 1929 až 1938 publikoval v časopisech Mathematische Annalen, Monatshefte für Mathematik und Physik, Lotos a v Časopisu pro pěstování matematiky a fysiky 16 prací, které jsou referovány v časopisu Zentralblatt für Mathematik. Jeho výsledky však byly doceněny až po válce. Více viz [5] a [16].

[33] Roku 1883 V. Lavička o „tradiční“ výuce deskriptivní geometrie napsal: *Učitel deskriptivní geometrie na počátku svého působení v úřadě učitelském obyčejně více méně kopíruje svého bývalého professora, a neznaje nic jiného, přihlíží zhusta pouze jen ku stránce vědecké, zřídka však ku didaktické předmětu svého, co příčinou bývá pak často nezdaru vyučování.* ([17], str. 62)

[34] Přednášku suploval W. Fröhlich. Viz zápis ze zasedání profesorského sboru ze dne 27. ledna 1938 (*Sitzungsprotokoll in den Studienjahren 1937/1938* (viz [2])).

[35] Přednášku suploval W. Fröhlich. Viz zápisy ze zasedání profesorského sboru ze dne 27. ledna a 31. března 1938 (*Sitzungsprotokoll in den Studienjahren 1937/1938* (viz [2])).

[36] Od školního roku 1938/1939 byl vedením kurzovních přednášek z deskriptivní geometrie oficiálně pověřen W. Fröhlich. Viz zápis ze zasedání profesorského sboru ze dne 31. března 1938 (*Sitzungsprotokoll in den Studienjahren 1937/1938* (viz [2])).
Podle údajů zapsaných v katalogu posluchačů Přírodovědecké fakulty Německé univerzity v Praze byly v zimě roku 1938 vyškrtnuty všechny matematické přednášky a semináře všech matematiků židovského původu, resp. nepohodlných pedagogů (Ludwig Berwald (1883–1942), Karl Löwner (1893–1968), Paul Georg Funk (1886–1969), Arthur Winternitz (1893–1961), Walter Fröhlich, Heinrich Löwig (1904–1995), Maxmilian Pinl (1897–1978)) a zrušeny některé výběrové přednášky docentů (Ernst Lammel (1908–1961), Otto Varga (1909–1969)), kteří byli pověřeni suplováním některých zrušených přednášek. Fröhlichovu přednášku převzal Alfred Rössler. Viz katalog posluchačů *O. U. A. O. Naturwissenschaftler W. S. 1938–39*, Přírodovědecká fakulta, Německá univerzita v Praze, Archiv Univerzity Karlovy.

[37] Alfred Eduard Rössler (též Rößler) studoval na Německé univerzitě v Praze v letech 1923 až 1927, již roku 1926 byl ustanoven asistentem matematiky na Německé technice v Praze. V roce 1932 obhájil na Německé univerzitě v Praze doktorskou práci *Beiträge zur affinen Flächentheorie*, kterou sepsal pod vedením

nazvanou *Kurs für darstellende und projektive Geometrie*. Zapisovali si ji studenti matematiky, mineralogie, geodézie a chemie. Je pravděpodobné, že její náplň se příliš nelišila od náplně Mackových přednášek, neboť A. E. Rössler byl jeho odchovancem i spolupracovníkem.

V letním semestru 1941/1942 K. Mack, profesor Německé techniky v Praze, oficiálně převzal výuku pokročilých partií deskriptivní geometrie pro geodety a budoucí středoškolské učitele. S touto látkou zkušenosti měl, neboť ji přednášel ve dvacátých a třicátých letech 20. století jak na technice, tak na univerzitě. Jeho působení však bylo komplikováno jeho vleklou srdeční chorobou, zdravotní dovolenou a nakonec bylo ukončeno jeho předčasným penzionováním v roce 1943. Ve válečném čase měl K. Mack na Německé univerzitě v Praze vypsány následující přednášky:

Letní semestr 9. 4. až 31. 7. 1942
K. Mack: *Darstellende und projektive Geometrie für Geodäten und Lehramtskandidaten*, 2/0
K. Mack: *Konstruktive Übungen aus darstellenden Geometrie für Geodäten und Lehramtskandidaten*, 0/2[38]

Zimní semestr 20. 10. 1942 až 28. 2. 1943
K. Mack: *Darstellende und projektive Geometrie für Geodäten und Lehramtskandidaten*, 2/0
K. Mack: *Konstruktive Übungen aus darstellenden Geometrie für Geodäten und Lehramtskandidaten*, 0/2[39]

3 Úvahy o obsahu výuky

Dnes je téměř nemožné přesně charakterizovat obsah a náročnost výuky deskriptivní geometrie na Německé univerzitě v Praze, neboť se ani v našich, ani v zahraničních archivech nepodařilo dohledat žádné materiály, které by poskytovaly bližší informace o náplni jednotlivých kurzů. V oficiálních seznamech přednášek (viz [3]) nebyly uváděny žádné anotace či charakteristiky obsahu předmětů. Neexistovaly žádné povinné sylaby a učebnice,[40] seznamy základní a rozšiřující literatury, soupisy řešených či neřešených příkladů, vzorové prověrky, soubory zkušebních otázek apod. V zápisech profesorského sboru nejsou poznamenány žádné údaje ani u návrhů nových předmětů, ani u výběrových

L. Berwalda. V roce 1938 se habilitoval na Německé technice v Praze a o rok později i na Německé univerzitě v Praze. Od roku 1939 působil jako docent na Německé technice v Praze a na Německé univerzitě v Praze, kde přednášel deskriptivní a projektivní geometrii. Od 1. 12. 1938 byl členem *NSDAP* (č. průkazu 6 593 377), byl též aktivním členem *Nationalsozialistisches Kraftfahrkorps*, *Nationalsozialistische Volkswohlfahrt*, *Bund der Deutschen, National-sozialistischer Deutscher Dozentenbund* a *Deutscher Kulturbund*. V roce 1945 odešel do Německa a v Cáchách na technice získal profesuru matematiky. Podle [21] A. E. Rössler vyučoval v Cáchách až do roku 1968, kdy byl penzionován, a roku 1977 zemřel. Věnoval se zejména deskriptivní, projektivní, afinní a diferenciální geometrii a reliéfní perspektivě. V referativním časopisu Zentralblatt für Mathematik je referováno o 15 Rösslerových pracích, které publikoval v časopisech Lotos, Abhandlungen aus dem Mathematischen Seminar Universität Hamburg, Zeitschrift für angewandte Mathematik und Mechanik, Praxis der Mathematik a v Časopisu pro pěstování matematiky a fysiky. Prvních 12 prací uveřejnil v letech 1933 až 1938, dvě práce v letech 1948 a 1949 a poslední v roce 1978 (byla věnována historii mayské aritmetiky). Více viz [5], [19] a [27].

[38] Není jasné, zda K. Mack tuto výuku skutečně konal, neboť měl do 15. května 1942 zdravotní dovolenou. Viz materiály v jeho osobní složce č. R31/605 uložené v [4].

[39] K. Mack tuto výuku vedl, ač byl těžce nemocen a žádal od 1. října 1942 o předčasné penzionování. Viz materiály v jeho osobní složce č. R31/605 uložené v [4].

[40] Povinná náplň přednášek, resp. užívání schválených učebnic bylo na univerzitách v rakouské monarchii zrušeno roku 1848.

přednášek. Odborná, obsahová a pedagogická úroveň výuky byla plně v kompetenci jednotlivých profesorů a docentů, resp. „odborných sekcí“ fakulty.[41]

Pedagogové vyučující deskriptivní geometrii na Německé univerzitě v Praze[42] nesepsali žádnou učebnici deskriptivní geometrie, nevydali žádné litografované přednášky či materiály ke své výuce, neboť kvalitní německy psané literatury byl již dostatek.[43] Nevytvořili ani žádné didaktické a metodické články či názorné modely či pomůcky. Nepodařilo se najít ani žádné zápisky, poznámky, domácí práce nebo rysy studentů.

Uveďme nyní několik možná provokativních a diskutabilních námětů vztahujících se k úvahám o výuce deskriptivní geometrie na Německé univerzitě v Praze. Některé se

---

[41] O právech a povinnostech pedagogů viz [8].

[42] O výuce deskriptivní geometrie na České Karlo-Ferdinandově univerzitě v Praze, resp. Univerzitě Karlově v Praze viz [20].

[43] Ze starších, na území habsburské monarchie oblíbených učebnic připomeňme pouze pět důležitých a pro výuku zásadních knih.

První je kniha Georga Schaffnita (1795–1845), německého vojenského učitele matematiky a deskriptivní geometrie, nazvaná *Geometrische Constructionslehre oder darstellende Geometrie (Géométrie descriptive)*, Verlag von Joh. Wilh. Heyer, Darmstadt, 1828, XX + 216 stran a 90 obrázků, kterou autor sepsal podle francouzských vzorů a která byla užívána na technikách monarchie až do 50. let 19. století.

Druhou knihu napsal Johann Hönig (1810–1886), od roku 1843 profesor deskriptivní geometrie na technice ve Vídni. Vyšla pod názvem *Anleitung zum Studium der darstellenden Geometrie mit vorzüglicher Rücksicht auf ihre Anwendung bei dem Zeichnen technischer Gegenstände, insbesondere jener der Baukunst, der praktischen Geometrie und des Maschinenwesens* (Karl Gerold, Wien, 1845, 514 stran). Byla nahrazena až učebnicemi jeho žáků.

Autorem třetí učebnice byl Rudolf Staudigl (1838–1891), který od roku 1870 působil jako profesor deskriptivní geometrie na technice ve Vídni. Jeho *Lehrbuch der neueren Geometrie für höhere Unterrichts-Anstalten und zum Selbststudium* (Verlag von L. W. Seidel & Sohn, Wien, 1870, XI + 365 stran a 82 obrázků v textu) odrážela obsah a rozsah výuky deskriptivní geometrie na technice ve Vídni.

Čtvrtou knihu nazvanou *Die darstellende Geometrie im sinne der neueren Geometrie für Schulen technischer Richtung* (Druck und Verlag von Carl Gerold's Sohn, Wien 1870, VII + 499 stran a 194 obrázků v textu) sepsal Josef Schlesinger (1831–1901), který byl od roku 1859 do roku 1865 asistentem deskriptivní geometrie na technice ve Vídni, od roku 1870 jako profesor přednášel matematiku, geometrii a mechaniku na lesnické akademii v Mariabrunnu a od roku 1875 přednášel geometrii a deskriptivní geometrii na vysoké škole zemědělské ve Vídni. Velmi dobře se orientoval v praktických potřebách inženýrů různých oborů. Základním rysem jeho učebnice je snaha o názorné propojení elementární, deskriptivní a projektivní geometrie. Poznamenejme, že J. Schlesinger se jako jeden z prvních rakouských geometrů věnoval i didaktice deskriptivní geometrie, podílel se na reformách vyučovacích metod, prosazoval zadávání jednoduchých i náročnějších domácích rysů a vlastnoruční žákovskou výrobu kartonových modelů. Více viz [18] a [23].

Pátou učebnicí byla původně jednodílná kniha Wilhelma Fiedlera (1832–1912), německo-švýcarského profesora deskriptivní geometrie, který působil na technice v Praze a Curychu, nazvaná *Die darstellende Geometrie in organischer Verbindung mit der Geometrie der Lage* (Band 1: *Die Methoden der darstellenden und die Elemente der projektivischen Geometrie für Vorlesungen und zum Selbststudium*, Band 2: *Die darstellende Geometrie der krummen Linien und Flächen*, Band 3: *Die constituirende und analytische Geometrie der Lage*) (B. G. Teubner, Leipzig, 1871, XXXVI + 590 stran + 12 tabulí v textu, druhé vydání: B. G. Teubner, Leipzig, 1875, LIV + 761 stran + 260 obrázků v textu). Na počátku osmdesátých let 19. století W. Fiedler na základě mnohaletých zkušeností s výukou techniků učebnici rozdělil na tři samostatné díly a výrazně přepracoval (třetí vydání mělo následující strukturu: 1. díl, B. G. Teubner, Leipzig, 1883, XXVI + 376 stran, 2. díl, B. G. Teubner, Leipzig, 1885, XXXIII + 560 stran, 3. díl, B. G. Teubner, Leipzig, 1888, XXIX + 660 stran, první díl vyšel ještě ve čtvrtém upraveném vydání roku 1904 (B. G. Teubner, Leipzig, 1904, XXIV + 431 stran)). Poznamenejme, že W. Fiedler se již v šedesátých letech 19. století zamýšlel nad otázkami správné metodiky deskriptivní geometrie. Více viz [18].

Všechny výše uvedené učebnice byly po mnoho desetiletí užívány v Rakousko-Uherské monarchii při výuce deskriptivní geometrie na technikách s německým vyučovacím jazykem jako základní, resp. pomocné či doplňkové učebnice.

opírají o zkušenosti ze současné výuky, jiné o studium archivních pramenů a rozmanité sekundární literatury.

Obsah univerzitní výuky deskriptivní geometrie z velké části pravděpodobně pokrýval odborné potřeby budoucích středoškolských učitelů deskriptivní geometrie. Je však téměř jisté, že výuka musela jít nad rámec látky vyučované na středních školách.[44] Proto vhodné srovnání poskytuje didakticko-historická studie V. Lavičky nazvaná *Deskriptiva ze stanoviště historicko-paedagogického* (viz [17]) obsahující komentovaný rozpis látky podle jednotlivých ročníků vyšší reálky, četné metodické a didaktické poznámky a instrukce. Další upřesňující údaje by mohlo přinést i podrobnější studium materiálů dochovaných v Archivu Univerzity Karlovy v Praze, které dokumentují průběh a náročnost zkoušek učitelské způsobilosti před německou státní zkušební komisí.[45]

Na české i německé technice v Praze a Brně byla situace jiná než na univerzitách, neboť vypsání každého předmětu musela doprovázet jeho krátká anotace nebo sylabus, který musel být konzultován s požadavky „odborných“ stolic a často upravován podle specifik jednotlivých oborů.[46] Stručné informace o obsahu výuky deskriptivní geometrie na Německé univerzitě v Praze by tedy mohly poskytnout právě sylaby přednášek pro techniky, které byly nedílnou součástí každoročně tištěných seznamů přednášek.[47]

---

[44] Pro pátý ročník byl obsah popsán takto: *Wiederholung der wichtigsten Lehrsätze über die Lagenverhältnisse der Geraden und Ebenen. Durchführung der Elementar-Aufgaben der darstellenden Geometrie, über orthogonale Projection mit Rücksicht auf die Bestimmung der Schlagschatten begrenzter Linien und ebener Figuren vorzugsweise bei parallelen Lichtstrahlen.* ([17], str. 63)

Pro šestý ročník byl obsah popsán takto: *Orthogonale Projection der Pyramiden und Prismen, ebene Schnitte und Netze dieser Körper; Schattenbestimmungen. Das Wichtigste über die Darstellung der krummen Linien. Darstellung der Cylinder-, Kegel- und Rotationsflächen, letztere mit der Beschränkung auf die Flächen zweiter Ordnung; ebene Schnitte und Berührungsebenen, sowie einfache Beispiele von Durchdringungen dieser Flächen. Die Bestimmung der Selbstschatten-Grenzlinien und der Schlagschatten.* ([17], str. 69–70)

Pro sedmý ročník byl obsah popsán takto: *Vervollständigung des in der VI. Classe vorgenommenen Lehr- und Übungsstoffes, Elemente der Linearperspective und Anwendung derselben zur perspectivischen Darstellung geometrischer Körper und einfacher technischer Objecte. Wiederholung der wichtigsten Partien aus dem Gesammtgebiete der darstellenden Geometrie.* ([17], str. 75)

[45] K důležitým materiálům patří především katalogy německé zkušební komise (*Katalog der Staatsprüfung*), evidenční listy jednotlivých uchazečů, jejich osobní složky, všeobecné rejstříky a podací knihy. O zkouškách učitelské způsobilosti z matematiky před německou zkušební komisí viz [6].

[46] Například při transformaci Německé techniky v Brně, která proběhla v šedesátých letech 19. století, byl roku 1867 sepsán podrobný jednostránkový návrh programu povinné výuky deskriptivní geometrie (viz [26], str. 87—88). Od školního roku 1867/1868 do počátku osmdesátých let 19. století byla deskriptivní geometrie vyučována podle následujícího sylabu: *Pravoúhlé – šikmé – středové promítání. Vzájemný vztah bodů, přímek a rovin. Křivky a jejich vztahy k přímkám a rovinám. Transformace průměten. Trojhran. Rovinami ohraničená tělesa. Mnohostěn. Rovinné řezy. Průniky. Sítě. Axonometrie. Pravoúhlá a šikmá isomerie, dimetrie a trimetrie. Plochy. Rozvinutelné – rotační – obalové – nerozvinutelné (zborcené) plochy. Plochy druhého řádu. Řezy ploch rovinou. Řezy kužele. Prostorové křivky. Rozvinutí ploch. Průniky. Tečné roviny. Křivost křivek a ploch. Konstrukce stínů. Osvětlení – intenzita. Volná perspektiva. Stereotomie.* ([26], str. 88)

[47] Uveďme nyní několik sylabů deskriptivní geometrie, které mohou naznačit, co se vyučovalo na našich technikách ve druhé polovině 19. století a první třetině 20. století. O této problematice podrobněji pojednávají např. [7], [21], [26] a [30].

Karel Pelz (1845–1908) na **České technice v Praze** pravidelně přednášel deskriptivní geometrii v prvním ročníku v rozsahu 5/6 v zimním semestru a 4/6 v letním semestru. V roce 1897 byly jeho přednášky charakterizovány takto: *promítání orthogonální, orthogonální a klinogonální axonometrie, promítání centrálné, konstruktivní teorie technicky důležitých ploch.* Více viz [7]. Uveďme pro zajímavost ještě sylabus přednášky Františka Kadeřávka (1885–1961) nazvané *Deskriptivní geometrie* (5/4 a 4/4) z roku 1929/1930, kterou konal pro studenty stavitelství Českého vysokého učení technického v Praze: *Geometrie polohy. Metody zobrazovací –*

centrální projekce, perspektiva; axonometrie ortogonální i šikmá; kotovaná projekce, aplikace na řešení střech a na úlohy týkající se terénu; plochy druhého stupně, plochy rotační – plochy sborcené, rozvinutelné, translační, šroubové; geometrálné osvětlení. Stereotomie: kamenořez – zdi z tesaného kamene, pilíře a křídla, klenby. Zřízení šikmých průchodů ortogonální i šroubové. ([21], str. 175)

Jan Sobotka (1862–1931), který v letech 1899 až 1904 přednášel deskriptivní geometrii na **České technice v Brně** a v letech 1904 až 1931 na **České univerzitě v Praze** a byl asi nejvýznamnějším českým deskriptivním geometrem první třetiny 20. století, ve školním roce 1900/1901 konal přednášku *Deskriptivní geometrie* (4/6 a 6/6), v jejímž velmi stručném sylabu bylo uvedeno: *Promítání ortogonální, klinogonální a centrálné. Axonometrie. Konstruktivní theorie technicky důležitějších křivek a ploch*. ([21], str. 194) Výraznější změny v obsahu výuky deskriptivní geometrie na České technice v Brně provedl Miloslav Pelíšek (1855–1940), který přišel na školu v roce 1908 a přednášel na ní až do nacistického uzavření českých vysokých škol v roce 1939. Jeho přednáška *Deskriptivní geometrie spojená s geometrií polohy* (6/6 a 6/6) měla od školního roku 1909/1910 následující obsah: *Klinogonálná a orthogonálná axonometrie. Kotované projekce a topografické plochy. Afinita a centrálná kolineace v rovině a prostoru. Perspektiva. Plochy rotační. Plochy zborcené. Plochy šroubové. Základy projektivné geometrie. Projektivné vlastnosti kuželoseček a ploch druhého stupně. Základy kinematické geometrie*. ([21], str. 196)

Pro přirozenější a logičtější pohled na výuku deskriptivní geometrie na Německé univerzitě v Praze však budou užitečnější spíše sylaby z německých technik v Praze a Brně, neboť tyto školy byly po všech stránkách (jazyk, organizace a personální zajištění výuky, užívání základní literatury, způsoby nahlížení na výuku a význam deskriptivní geometrie apod.) Německé univerzitě v Praze bližší. Uveďme jen několik příkladů. Karl Josef Küpper (1828–1900), který v letech 1867 až 1898 učil deskriptivní geometrii na pražské, resp. **Německé technice v Praze** a byl uznávaným pražským německým deskriptivním geometrem, konal ve školním roce 1880/1881 přednášky nazvané *Darstellende Geometrie I* (3/8 a 3/8) a *Darstellende Geometrie II* (2/2 a 2/2), jejichž sylabus zněl takto: 1. ročník: *Orthogonale Axonometrie. Centralprojektion. Linienflächen zweiten Grades. Elemente der projektivischen Geometrie.* 2. ročník: *Schiefe Axonometrie, developable Flächen, Schraugenflächen. Fortsetzung der Theorie der windschiefen Flächen. Einhüllende Flächen, Kinematik der Krümmungen.* ([21], str. 180) Eduard Janisch (1868–1915), který působil jako profesor deskriptivní geometrie na Německé technice v Praze od roku 1901 do roku 1915, ve školním roce 1904/1905 vyučoval v prvním ročníku povinnou přednášku *Darstellende Geometrie* (4/8 a 4/8) s následujícím sylabem: *Das Dreikant und die Polyeder. Die axonometrischen Darstellungsmethoden. Zentrale Projektion einschließlich der Elemente der projektivischen Geometrie. Freie Perspektive. Die kotierte Projektion. Die Flächen 2. Grades. Die abwickelbaren und die windschiefen Flächen. Die Rotationsflächen. Umhüllungsflächen.* ([21], str. 181) Karl Mack měl ve školním roce 1928/1929 přednášku *Darstellende Geometrie* (4/6 a 2/4), v jejímž sylabu bylo uvedeno: *Dachausmittlungen. Orthogonale Projection. Affinität. Kegelschnitte. Zentrische Kollineation. Schattenkonstruktion und Durchdringungen, Drehflächen, Schraubenlinien. Schraubenflächen. Normale und schiefe Axonometrie. Kotierte Projection: Theoretische Aufgaben und Aufgaben über Geländeflächen. Perspektive: Grundaufgaben. Kreis und Kugel. Schattenkonstruktionen. Mechanische Hilfsmittel.* ([21], str. 183) Nerozřešenou otázkou zatím zůstává, zda přednáška z deskriptivní geometrie na Německé univerzitě v Praze, kterou vedl Karl Mack, měla stejnou, podobnou či zcela odlišnou náplň, zda to záviselo na tom, jakým studentům deskriptivní geometrii přednášel (jen absolventi středních škol či jen mimořádní studenti z techniky).

Gustav Adolf Viktor Peschka (1830–1903), který vyučoval v letech 1867 až 1891 deskriptivní geometrii na **Německé technice v Brně** a v letech 1891 až 1901 na technice ve Vídni a podílel se na výchově učitelů deskriptivní geometrie, měl ve školním roce 1882/1883 přednášku nazvanou *Deskriptivní geometrie a konstrukční kreslení* (5/10 a 5/10), jejíž sylabus vypadal takto: *Historické poznámky. Základní pojmy. Středové, kosoúhlé a pravoúhlé promítací metody a jejich souvislosti. Volná perspektiva, volné rovnoběžné promítání. Zobrazení přímek, bodů, roviny a jejich vzájemný vztah. Úlohy. Závislost obrazu na originálu a obráceně. Kolineace. Teorie řezů kužele jako obrazů kružnic. Prostorová kolineace. Rovnoběžné pomítání, kosoúhlá a kolmá afinita. Transformace průměten. Axonometrie. Důkaz Pohlkeovy hlavní věty axonometrie. Zvláštní promítací metody. Trojhran. Rovinami ohraničená tělesa (jehlan, kvádr, mnohostěn). Rovinné a vzájemné řezy. Sítě. Křivky a plochy obecně. Kuželové a válcové plochy. Rozvinutelné, zborcené, rotační a obalové plochy. Plochy druhého stupně. Normální plochy. Problematika řezů a dotyků. Křivost křivek a ploch. Osvětlení – konstrukce*. ([26], str. 142) Emil Waelsch, který na Německé technice v Brně vyučoval deskriptivní geometrie v letech 1910 až 1927, konal ve školním roce 1914/1915 přednášky z deskriptivní geometrie (4/8 a 5/6), které měly následující obsah: *1. semestr – Kótované promítání. Metody s několika kolmými průměty (nákresy). Axonometrie. Rovnoběžná, středová a reliéfní perspektiva. Základy fotogrammetrie. 2. semestr – Prostorové křivky a plochy. Křivky a plochy druhého řádu. Přímkové, rotační, šroubové, obalové a topografické plochy. Průniky. Osvětlení. Kinematická geometrie. Ozubení. Převody.* ([26], str. 208) Bez zajímavosti snad

Srovnání se jeví jako poměrně přirozené, neboť v období Rakousko-Uherské monarchie i Československé republiky probíhala část přípravy budoucích středoškolských učitelů deskriptivní geometrie na technikách.[48]

Základní obrázek o náplni výuky deskriptivní geometrie na Německé univerzitě v Praze by mohl být získán například i z českých učebních textů, neboť základním cílem univerzitní výuky byla příprava budoucích středoškolských učitelů, která měla být po odborné, obsahové, metodické i didaktické stránce nezávislá na typu školy, místě a vyučovacím jazyku. Skutečnost však byla nepatrně odlišná. Čeští, zejména pražští geometři na rozdíl od pražských německých geometrů považovali i na počátku 20. století deskriptivní geometrii za perspektivní obor, v němž se snažili vědecky pracovat a v tomto směru působili i na své studenty. Navíc téměř každý český přednášející sepisoval pro studenty své vlastní učební texty, podle nichž učil a v nichž spatřoval větší či menší část své odborné realizace. Tyto aspekty tak mohly ovlivňovat přípravu českých středoškolských učitelů deskriptivní geometrie.

Roku 1870 pro české studenty techniky František Tilšer vydal spis s názvem *Soustava deskriptivní geometrie. Vyvinuta dle nové methody a hledíc k jejímu upotřebení ve všech oborech práce technické, jakož i umění výtvarného*, který však byl poznamenán jeho značně osobitým přístupem k výkladu deskriptivní geometrie, k její symbolice a terminologii. Rozumnější informace by bylo možno čerpat v litografovaných přednáškách Karla Pelze nazvaných *Deskriptivní geometrie dle přednášek 1906–7*,[49] které vycházely z jeho lekcí na České technice v Praze. Opomenout nelze ani přínos Vincence Jarolímka (1846–1921), který sepsal pětidílnou učebnici *Základové geometrie polohy v rovině a v prostoru I–V*;[50] v první třetině 20. století se stala „klasikou" pro výuku deskriptivní geometrie na českých technických školách. S Bedřichem Procházkou (1855–1934) ještě napsal vysokoškolskou učebnici *Deskriptivní geometrie pro vysoké školy technické*,[51] která vyšla ještě ve dvou dalších vydáních, a *Doplňky ku spisu Deskriptivní geometrie pro vysoké školy technické*.[52] Bedřich Procházka ve třídílné učebnici *Vybrané statě z deskriptivní geometrie pro posluchače vysokých škol technických v deskriptivní geometrii pokročilé* podrobně vyložil řadu metod, výsledků a prací českých autorů věnovaných deskriptivní a projektivní geometrii.[53] Informace je možno vyhledat i v lito-

není, že E. Waelsch v roce 1909 při jednáních o jeho přechodu ze stolice matematiky na stolici deskriptivní geometrie podmínil převzetí nového místa řadou změn – 1) přejmenování stolice z deskriptivní geometrie na stolici geometrie, 2) zavedení prvků kinematické geometrie, fotogrammetrie a grafických metod diferenciálního počtu do geometrických přednášek, 3) zvýšení počtu hodin konstrukčních cvičení na úkor technického kreslení, 4) rozšíření výuky matematiky o analytickou geometrii a základy infinitezimální geometrie (požadoval otevření samostatného kurzu, jehož náplní měla být analytická geometrie, kuželosečky a kvadriky, vektorový počet, aplikace diferenciálního a integrálního počtu v geometrii). Jeho podmínky (až na třetí) byly přijaty. Od Waelschova vedení stolice geometrie bylo povinností každého jejího držitele zajistit výuku všech geometrických disciplín. E. Waelsch obohatil výklady o výběrové přednášky z kinematické a infinitezimální geometrie. Více viz [26].

[48] Jako plnohodnotná univerzitní příprava pro deskriptivní geometrii byly uznány čtyři semestry řádného studia na technice.

[49] Česká technika, Praha, 1907, 479 stran a 515 obrázků.

[50] Česká matice technická, Praha, první díl 1908, 105 stran; druhý díl 1912, 87 stran; třetí díl 1914, 110 stran; čtvrtý díl 1915, 68 stran; pátý díl 1918, 83 stran.

[51] Česká matice technická, Praha, 1909, 392 stran.

[52] Česká matice technická, Praha, 1923, 60 stran.

[53] Česká matice technická, Praha, první svazek 1912, 152 stran; druhý svazek 1913, 214 stran, a třetí svazek 1915, 68 stran.

grafovaných přednáškách[54] pro studenty České techniky v Brně Miloslava Pelíška, které vyšly roku 1922.[55]

Dobrým vodítkem při hledání obsahu a rozsahu výuky deskriptivní geometrie na Německé univerzitě v Praze by mohla být i učebnice Jana Sobotky nazvaná *Deskriptivní geometrie promítání paralelního*,[56] která se stala v první třetině 20. století základním učebním textem pro přípravu českých středoškolských učitelů deskriptivní geometrie,[57] nebo učebnice Františka Kadeřávka, Josefa Klímy (1887–1943) a Josefa Kounovského (1878–1949) nazvaná *Deskriptivní geometrie*,[58] která byla jednou z nejdéle užívaných učebnic k výuce deskriptivní geometrie.

Nejlépe by však snad mohly na otázku obsahu a rozsahu výuky deskriptivní geometrie na Německé univerzitě v Praze odpovědět německy psané učebnice používané na území Rakouska, Rakousko-Uherské monarchie a později i předválečného Československa.[59] Nejrozsáhlejší německy psanou učebnicí užívanou u nás ve druhé polovině 19. století je čtyřsvazková učebnice nazvaná *Darstellende und projective Geometrie*,[60] kterou sepsal Gustav Adolf Viktor Peschka. Na více než dva a půl tisíci stran postupně probral všechna klasická témata deskriptivní geometrie, popsal vlastnosti nejzajímavějších druhů křivek a ploch a připojil jejich četné technické aplikace. Je však nutno přiznat, že jeho kniha byla již v 19. století kritizována pro rozvleklost výkladu a častá nefunkční opakování již vyloženého.[61] K oblíbeným patřila i dvoudílná učebnice Christiana Wienera (1826–1896), od roku 1852 profesora deskriptivní geometrie na technice v Karlsruhe, nazvaná *Lehrbuch der darstellenden Geometrie*,[62] která obsahovala i rozsáhlejší partii o historii

[54] *Přednášky o deskriptivní geometrii, spojené s projektivní geometrií a kinematickou geometrií. Napsal Miloslav Pelíšek.* Vydal Donátův fond, číslo spisu 51, Česká technika, Brno, 1922, II + 343 stran + 41 obrazových tabulí. Někdy je též uváděno jen pod krátkým názvem *Deskriptivní geometrie*.

[55] O historii výuky deskriptivní geometrie na českých středních školách (částečně i na českých vysokých školách) pojednává [21], o výuce na českých vysokých školách (zejména technického charakteru) pojednává [30] a [31].

[56] Sborník Jednoty českých mathematiků, č. X, Jednota českých mathematiků a Česká Matice technická, Praha, 1906, XVIII + 644 stran.

[57] Podrobný rozbor Sobotkovy učebnice lze nalézt v monografii M. Kašparová, Z. Nádeník: *Jan Sobotka (1862–1931)*, edice Dějiny matematiky, svazek č. 44, Matfyzpress, Praha, 2010.

[58] Díl I, Knihovna spisů matematických a fysikálních, svazek č. 16, Jednota československých matematiků a fysiků, Praha, 1929, 420 stran (další vydání: 1945, 1946, 1949, 1950, 1954), Díl II, Knihovna spisů matematických a fysikálních, svazek č. 17, Jednota československých matematiků a fysiků, Praha, 1932, strany 426–983 (další vydání: 1954).

[59] Bez zajímavosti snad není, že jejich autory byli většinou profesoři deskriptivní geometrie z technik či akademií.

[60] G. A. V. Peschka: *Darstellende und projective Geometrie nach dem gegenwärtigen Stande dieser Wissenschaft mit besonderer Rücksicht auf die Bedürfnisse höherer Lehranstalten und das Selbstudium. Band 1. Methodik*, Druck und Verlag von Carl Gerold's Sohn, Wien, 1883, XVIII + 578 stran + 34 tabulí (druhé značně přepracované vydání: Franz Deuticke, Leipzig, 1899, XXI + 719 stran), *Band 2. Theorie der Curven und Flächen*, Druck und Verlag von Carl Gerold's Sohn, Wien, 1884, XVII + 576 stran + 11 tabulí, *Band 3. Die Flächen zweiten Grades*, Druck und Verlag von Carl Gerold's Sohn, Wien, 1884, XIV + 791 stran + 42 tabulí, *Band 4. Windschiefe Flächen höherer Ordnung, Normalenflächen, Rotationsflächen, Umhüllungsflächen, Schraubenflächen, Schattenconstructionen*, Druck und Verlag von Carl Gerold's Sohn, Wien, 1885, XIV + 605 stran + 30 tabulí. V prvním díle byly i rozsáhlé metodicko-didaktické partie. Poznamenejme, že učebnici doplňoval čtyřdílný *Atlas zur darstellenden und projectiven Geometrie*, Druck und Verlag von Carl Gerold's Sohn, Wien, Band 1, 1885, 34 tabulí, Band 2, 1884, 11 tabulí, Band 3, 1884, 42 tabulí, Band 4, 1885, 30 tabulí. *Atlas* je v některých rakouských a německých knihovnách evidován jako samostatný exemplář, v jiných jako součást učebnice *Darstellende und projective Geometrie*.

[61] Stručný obsah a hodnocení učebnice jsou uvedeny v [18] a [23].

[62] Ch. Wiener: *Lehrbuch der darstellenden Geometrie. Band 1. Geschichte der darstellenden Geometrie. Ebenflächige Gebilde, Krumme Linien, Projektive Geometrie*, B. G. Teubner, Leipzig, 1884, XX + 477 stran,

deskriptivní geometrie a propracovaný výklad základů projektivní geometrie. Byla oblíbena na technikách zejména v Německu. Moderněji pojatou dvoudílnou učebnici deskriptivní geometrie nazvanou *Lehrbuch der darstellenden Geometrie für technischen Hochschulen* vytvořil až Emil Müller (1861–1927), profesor deskriptivní geometrie na technice ve Vídni.[63] Ve dvacátých letech Müllerovu učebnici přepracovali Erwin Kruppa (1885–1967), od roku 1921 profesor deskriptivní geometrie na technice ve Vídni, a Josef Leopold Krames (1897–1986), který na přelomu dvacátých a třicátých let 20. století byl profesorem deskriptivní geometrie na Německé technice v Brně, od poloviny třicátých let působil jako profesor stejného oboru na technice v Grazu, resp. na technice ve Vídni. Vydali ji jako třísvazkovou pod názvem *Vorlesungen über darstellende Geometrie*.[64]

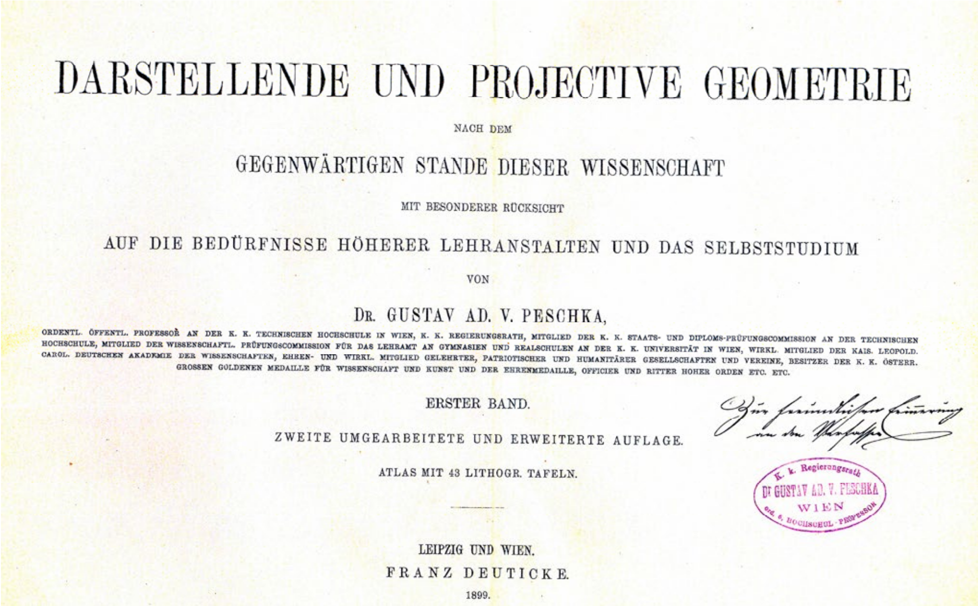
Dnes však nelze rozhodnout, které z výše uvedených učebnic pedagogové vyučující deskriptivní geometrii na Německé univerzitě v Praze používali, resp. jak velké části z nich studentům předkládali, resp. zda vůbec nějakou učebnici používali nebo zda učili jen podle svých příprav.

Bez dochovaných písemných příprav či poznámek profesorů, studentských domácích či zkouškových rysů, písemných prací a zkouškových otázek, litografovaných přednášek, zápisů či vzpomínek absolventů lze jen spekulovat o tom, jak ve skutečnosti probíhala výuka deskriptivní geometrie na Německé univerzitě. Jak vypadaly přednášky a cvičení pro 10, 20 či 50 univerzitních studentů několika rozdílných „oborů“. Na co kladli jednotliví přednášející důraz, jaké měli požadavky při cvičeních, u semestrálních či státních zkoušek, jaký důraz kladli například na vypracování zápočtových rysů a jak pečlivě prováděli jejich kontrolu, čemu při výkladu věnovali větší či menší pozornost, co patřilo k jejich „libůstkám“, co naopak vynechávali, co zadávali k samostudiu apod. Otázek se vynořuje mnoho, ale uspokojivé odpovědi se zatím nedaří najít.

Lehrbuch der darstellenden Geometrie. Band 2. Krumme Linien und Flächen. Beleuchtungslehre, Perspektive, B. G. Teubner, Leipzig, 1887, XXX + 649 stran.

[63] E. Müller: *Lehrbuch der darstellenden Geometrie für technischen Hochschulen*, *Band 1*, B. G. Teubner, Leipzig, 1908, XIV + 366 stran + 273 obrázků v textu + 3 tabule (druhé vydání: B. G. Teubner, Leipzig, 1918, XIV + 370 stran + 289 obrázků v textu + 3 tabule), *Lehrbuch der darstellenden Geometrie für technischen Hochschulen*, *Band 2, Heft 1*, B. G. Teubner, Leipzig, 1912, XIV + 129 stran + 140 obrázků, *Lehrbuch der darstellenden Geometrie für technischen Hochschulen*, *Band 2,* B. G. Teubner, Leipzig, 1920, X + 362 stran + 328 obrázků v textu. Poznamenejme, že první díl doprovázela „cvičebnice“ nazvaná *Technische Übungsaufgaben für darstellende Geometrie*, *Heft I, Heft II, Heft III*, B. G. Teubner, Leipzig, 1910. Stručný obsah a hodnocení Müllerovy učebnice jsou obsaženy v [24].
Emil Müller měl velký podíl na reorganizaci vzdělávání techniků a budoucích učitelů deskriptivní geometrie v Rakousku a Německu. Byl předním středoevropským deskriptivním geometrem, znalcem metodiky a didaktiky deskriptivní geometrie. Prosazoval nové trendy ve výuce deskriptivní geometrie (postgraduální a celoživotní vzdělávání učitelů deskriptivní geometrie, zavádění prázdninových vzdělávacích kurzů, větší sepětí teorie a technické praxe, promyšlené a smysluplné používání názorných modelů a didaktických pomůcek, využívání podnětů z architektury a umění ke zpestření výuky, důsledné zadávání průpravných cvičení, náčrtů, jednoduchých i složitých rysů). Jeho názory a metody by mohly být vzorem i pro současnou výuku. Více viz [24].

[64] E. Müller: *Vorlesungen über darstellende Geometrie. Band 1. Die linearen Abbildungen, bearb. Erwin Kruppa*, Franz Deuticke, Leipzig, 1923, XI + 292 stran + 104 obrázků v textu, *Band 2. Die Zyklographie*, Franz Deuticke, Leipzig, 1929, IX + 476 stran + 208 obrázků v textu, *Band 3. Konstruktive Behandlung der Regelflächen*, Franz Deuticke, Leipzig, 1931, VIII + 303 stran + 153 obrázků v textu + 1 tabule. Učebnice se dočkala mnoha vydání a dotisků. V letech 1936 až 1961 vyšlo šest vydání (poslední šesté vydání: Springer Verlag, Wien, 1961, 404 stran). Poznamenejme, že E. Kruppa přepracoval také Müllerovu „cvičebnici“ *Technische Übungsaufgaben für darstellende Geometrie* (Franz Deuticke, Leipzig und Wien, 1933).



DARSTELLENDE UND PROJECTIVE GEOMETRIE

NACH DEM

GEGENWÄRTIGEN STANDE DIESER WISSENSCHAFT

MIT BESONDERER RÜCKSICHT

AUF DIE BEDÜRFNISSE HÖHERER LEHRANSTALTEN UND DAS SELBSTSTUDIUM

VON

DR. GUSTAV AD. V. PESCHKA,

ORDENTL. ÖFFENTL. PROFESSOR AN DER K. K. TECHNISCHEN HOCHSCHULE IN WIEN, K. K. REGIERUNGSRATH, MITGLIED DER K. K. STAATS- UND DIPLOMS-PRÜFUNGSCOMMISSION AN DER TECHNISCHEN HOCHSCHULE, MITGLIED DER WISSENSCHAFTL. PRÜFUNGSCOMMISSION FÜR DAS LEHRAMT AN GYMNASIEN UND REALSCHULEN AN DER K. K. UNIVERSITÄT IN WIEN, WIRKL. MITGLIED DER KAIS. LEOPOLD. CAROL. DEUTSCHEN AKADEMIE DER WISSENSCHAFTEN, EHREN- UND WIRKL. MITGLIED GELEHRTER, PATRIOTISCHER UND HUMANITÄRER GESELLSCHAFTEN UND VEREINE, BESITZER DER K. K. ÖSTERR. GROSSEN GOLDENEN MEDAILLE FÜR WISSENSCHAFT UND KUNST UND DER EHRENMEDAILLE, OFFICIER UND RITTER HOHER ORDEN ETC. ETC.

ERSTER BAND.

ZWEITE UMGEARBEITETE UND ERWEITERTE AUFLAGE.

ATLAS MIT 43 LITHOGR. TAFELN.

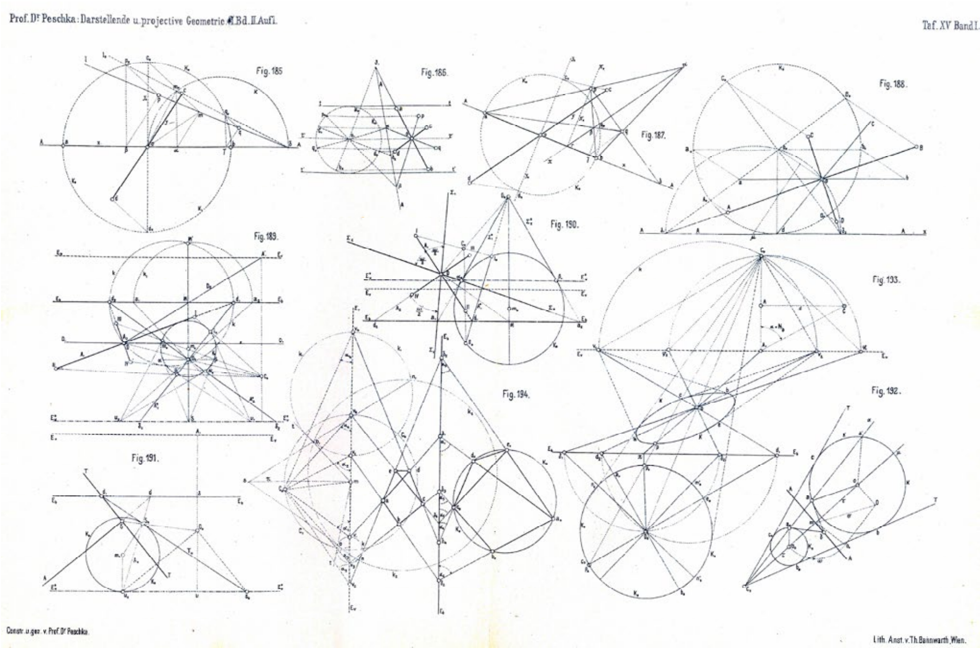
Zur freundlichen Erinnerung an den Verfasser

K. k. Regierungsrath Dr GUSTAV AD. V. PESCHKA WIEN ord. ö. Hochschul-Professor

LEIPZIG UND WIEN.

FRANZ DEUTICKE.

1899.



Ukázka z obrazové přílohy Peschkeho učebnice *Darstellende und projective Geometrie*

Poděkování

Děkuji Daně Trkovské za pečlivé pročtení předběžné verze textu, za zajímavé podněty a připomínky, které přispěly k jeho vylepšení.

Archivní prameny

[1] *Sitzungsprotokoll in den Studienjahren 1882/1883*, ..., *1906/1907*, karton č. 13, Protokoly profesorského kolegia 1882–1907, fond Filozofická fakulta Německé univerzity v Praze, Archiv Univerzity Karlovy v Praze.

[2] *Sitzungsprotokoll in den Studienjahren 1920/1921*, ..., *1937/1938*, kartony *Protokoly profesorského kolegia 1920–1932, 1932–1938*, fond Přírodovědecká fakulta Německé univerzity v Praze, Archiv Univerzity Karlovy v Praze.

[3] *Ordnung der Vorlesungen an der Deutschen Universität in Prag im Wintersemester 1920/21*, ..., *im Wintersemester 1938/39*, Prag, 1920, ..., 1938.

[4] *Osobní složky profesorů, docentů, asistentů a pomocného personálu Německé univerzity v Praze*, fond Der Kurator der deutschen wissenschaftlichen Hochschulen in Prag und Kommissar der geschlossenen tschechischen Hochschulen, R31, Bundesarchiv, Berlín-Lichterfelde, Německo.

Literatura

[5] Bečvářová M.: *Matematika na Německé univerzitě v Praze v letech 1882 až 1945*, Karolinum, Praha, 2016.

[6] Bečvářová M.: *Zkoušky učitelské způsobilosti (před německou zkušební komisí*), in J. Bečvář, M. Bečvářová (eds.): 35. mezinárodní konference Historie matematiky, Velké Meziříčí, 22. až 28. 8. 2014, Matfyzpress, Praha, 2014, 273 stran, stránkový rozsah 99–112.

[7] Bečvářová M.: *Česká matematická komunita v letech 1848 až 1918*, edice Dějiny matematiky, svazek č. 34, Matfyzpress, Praha, 2008.

[8] Bečvářová M.: *„Akreditace" matematiky před 77 lety*, in J. Bečvář, M. Bečvářová (eds.): 36. mezinárodní konference Historie matematiky, Poděbrady, 21. až 25. 8. 2015, Matfyzpress, Praha, 211 stran, stránkový rozsah 113–124.

[9] Bečvářová M.: *Maturitní zkoušky (1), (2), (3), (4)*, Učitel matematiky 7(1998/1999), str. 25–31, 81–89, 168–174, 238–247.

[10] Birk A.: *Die Deutsche Technische Hochschule in Prag 1806–1931*, Prag, 1931.

[11] *Gedächtnis. Karel Bobek*, Jahresbericht der Deutschen Mathematiker-Vereinigung 9(1901), str. 27–33.

[12] Drábek K.: *125 let katedry matematiky a deskriptivní geometrie stavební fakulty ČVUT*, Dějiny věd a techniky 12(1979), str. 33–45.

[13] Einhorn R.: *Vertreter der Mathematik und Geometrie an den Wiener Hochschulen 1900−1940*, Wien, 1985.

[14] *Entwurf der Organisation der Gymnasien und Realschulen in Oesterreich*, Ministerium des Cultus und Unterrichts, Wien, 1849.

[15] Folta J.: *Česká geometrická škola (Historická analýza)*, ČSAV, Praha, 1982.

[16] Kotůlek J., Nossum R. T.: *Jewish Mathematicians Facing the Nazi Threat*, Judaica Bohemiae 48(2013), str. 69–97.

[17] Lavička V.: *Deskriptiva ze stanoviště historicko-paedagogického*, F. & V. Hoblík, Pardubice, 1883.

[18] Loria G.: *Storia della geometria descrittiva dalle origini sino ai giorni nostri*, Ulrico Hoepli, Milano, 1921.

[19] Míšková A.: *Německá (Karlova) univerzita od Mnichova k 9. květnu 1945*, Karolinum, Praha, 2002.

[20] Moravcová V.: *Výuka deskriptivní geometrie na pražské univerzitě do roku 1939*, in J. Bečvář, M. Bečvářová (eds.): 33. mezinárodní konference Historie matematiky, Velké Meziříčí, 24. 8. až 28. 8. 2012, Matfyzpress, Praha, 2012, 303 stran, stránkový rozsah 219–224.

[21] Moravcová V.: *Výuka deskriptivní geometrie v našich zemích*, disertační práce, Matematicko-fyzikální fakulta Univerzity Karlovy v Praze, Praha, 2015, 496 stran.

[22] Morker F.: *Historický přehled postavení maturitní zkoušky a analýza jejích funkcí*, Pedagogické muzeum J. A. Komenského v Praze, Praha, 2003.

[23] Sklenáriková Z.: *Z dejín deskriptívnej geometrie v Rakúsku-Uhorsku*, in J. Bečvář, E. Fuchs (eds.): Matematika v proměnách věků II, edice Dějiny matematiky, svazek č. 16, Prometheus, Praha, 2001, 267 stran, stránkový rozsah 14–45.

[24] Sklenáriková Z.: *Emil Müller – vrcholný představitel' viedenskej geometrickej školy*, G – slovenský časopis pre geometriu a grafiku 1(2004), č. 2, str. 19–34.

[25] Stark S., Gintl W., Grünwald A.: *Die k. k. Deutsche Technische Hochschule in Prag 1806–1906*, Prag, 1906.

[26] Šišma P.: *Matematika na německé technice v Brně*, edice Dějiny matematiky, svazek č. 21, Prometheus, Praha, 2002.

[27] Toepell M.: *Mitgliedergesamtverzeichnis der Deutschen Mathematiker-Vereinigung 1890–1990*, München, 1991.

[28] *Verordnung des Ministers für Cultus und Unterricht vom 30. August 1897, betreffend die Prüfung der Candidaten des Gymnasial- und Realschul-Lehramtes*, Reichsgesetzblatt für die im Reichsrathe vertretenen königreiche und Länder, Wien, 1897, 1293–1307.

[29] Výborná M. (sestavila), Havránek J. a Kučera K. (uspořádali): *Disertace pražské university II (1882–1945)*, edice Sbírka pramenů a příruček k dějinám University Karlovy, svazek č. 3, Universita Karlova, SPN, Praha, 1965.

[30] Zrůstová L.: *Historická analýza vývoje výuky deskriptivní geometrie na českých vysokých školách*, doktorská disertační práce, Přírodovědecká fakulta Masarykovy univerzity v Brně, Brno, 2010, 211 stran.

[31] Zrůstová L.: *Historie deskriptivní geometrie na VUT v Brně*, in S. Olivík (ed.): Sborník 25. konference o geometrii a počítačové grafice, 12. – 16. září 2005, Janov nad Nisou, Jednota českých matematiků a fyziků, Praha, 346 stran, stránkový rozsah 307–312.

Adresa

Prof. RNDr. Martina Bečvářová, Ph.D.
Ústav aplikované matematiky
Fakulta dopravní ČVUT v Praze
Na Florenci 25
110 00 Praha 1
e-mail: *becvamar@fd.cvut.cz*

Katedra didaktiky matematiky
Matematicko-fyzikální fakulta
Univerzita Karlova v Praze
Sokolovská 83
186 75 Praha 8
e-mail: *becvamar@fd.cvut.cz*

KAMIENIE MILOWE W NAUCZANIU GEOMETRII DZIECI W POLSCE OD II POŁOWY XIX W. DO KOŃCA XX W.

STANISŁAW DOMORADZKI
EDYTA GRUSZCZYK-KOLCZYŃSKA

Streszczenie: W referacie przestawione są idee i metody kształcenia geometrycznego dzieci w wieku 7–10 lat w szkołach polskojęzycznych w okresie zaborów (1775–1918), dwudziestolecia międzywojennego (1918–1939), po II wojnie światowej i krótko w wybranych dekadach II połowy XX w. Zwrócimy uwagę na zadziwiające trafne koncepcje edukacyjne zapomnianych dzisiaj pedagogów A. Jeskego (1836–1875), L. Jeleńskiej (1885–1961), M. Rusieckiego (1892–1956) i innych. Przedstawimy też zaangażowanie profesorów uniwersyteckich matematyki w kształcenie geometryczne nieco starszych uczniów, m.in. S. Banacha (1892–1945), A. Z. Krygowskiej (1904–1988). Omawianie kamieni milowych wyznaczające drogę kształcenia geometrii zakończą krótkie informacje o współczesnych koncepcjach nauczania geometrii dzieci M. Hejný'ego, E. Gruszczyk-Kolczyńskiej, E. Swobody.

Summary: The talk presents pedagogical ideas and methods of geometric education of children aged 7–10 in Polish language schools during partitions (1775–1918) and the interwar period (1918–1939), then in the years following WWII and briefly in individual decades of the second half of the 20th century. We bring into attention surprisingly relevant educational ideas of now-forgotten educators: A. Jeske (1836–1875), L. Jeleńska (1885–1961), M. Rusiecki (1892–1956) and others. We also emphasize involvement of university mathematics professors in geometric education of older pupils, including S. Banach (1892–1945) and A. Z. Krygowska (1904–1988). The discussion of milestones in geometric education is concluded by brief information on contemporary ideas of geometric education of children by M. Hejný, E. Gruszczyk-Kolczyńska, E. Swoboda.

2 Wstęp

Wielu pedagogów jest przekonanych, że … *w edukacji dzieci wszystko już było. Wystarczy śledzić historię myśli pedagogicznej … i na nowo odczytać zawarte tam idee.* Stosując się do tej rady, analizowaliśmy [Domoradzki 2015][1] sposoby przybliżania dzieciom (7–10 lat) regularności dziesiątkowego systemu liczenia w okresie zaborów, dwudziestolecia międzywojennego do czasów obecnych Konfrontowaliśmy idee dydaktyczne dydaktyków i autorów podręczników A. Jeskego (1836–1875) i L. Jeleńskiej (1885–1961), profesorów uniwersyteckich matematyki zaangażowanych w kształcenie matematyczne dzieci młodszych oraz współczesnych matematyków i pedagogów zajmujących się edukacją matematyczną dzieci. Na tej podstawie opisaliśmy metamorfozy roli dziesiątkowego systemu liczenia w edukacji matematycznej dzieci w Polsce. Ustalenia zawarte w tej rozprawie spotkały się z dużym

[1] *Kamienie milowe w nauczaniu matematyki dzieci w Polsce od ostatnich dekad XIX stulecia do ostatnich dekad XX w.*, w: (ed.) Bečvář J., Bečvářová M., 36. mezinárodní konference Historie matematiky, Matfyzpress, Praha, 2015, ss. 25–44.

zainteresowaniem. Uznaliśmy, że trzeba w podobny sposób prześledzić historię nauczania elementów geometrii dzieci młodszych. W artykule pokazujemy pouczającą analizę kolejno po sobie następujących idei dydaktycznych od czasów Komisji Edukacji Narodowej (1773–1794) do czasów dzisiejszych. Mamy nadzieję, że wnioski z tej analizy będą pouczające dla ustalania zakresu matematycznego kształcenia współczesnych dzieci.

W II połowie XIX w. Polski nie było na politycznej mapie Europy. Ziemie polskie podzielili pomiędzy sobą zaborcy, władcy Austro-Węgier, Prus i Rosji. W Galicji – wchodzącej w skład Monarchii Austro-Węgierskiej były spore możliwości rozwijania szkolnictwa i nauki. Funkcjonowały gimnazja z polskim językiem wykładowym, działały dwa uniwersytety we Lwowie i Krakowie. Takich możliwości nie było w pozostałych zaborach. Mimo to zakres i metody matematyczne stosowane w szkołach powszechnych w zaborze rosyjskim i w Galicji zadziwiająco skutecznie przygotowywały dzieci radzenia sobie w codzienych sytuacjach. Przyczyniła się do tego nowatorsko rozumiana edukacja matematyczna, także w zakresie kształtowania wiedzy i umiejętności geometrycznych dzieci.

2 Komisja Edukacji Narodowej i dzieło G. Piramowicza

Po kasacie zakonu Jezuitów w Polsce w 1773 r. powołano Komisję Edukacji Narodowej, pierwsze ministerstwo oświaty w Europie.[2] Z inspiracji tego nurtu naprawy państwa ukazała się rozprawa Grzegorza Piramowicza[3] (1735–1801) dotycząca powinności nauczycieli i edukacji dzieci. Oto strona tytułowa dzieła G. Piramowicza z 1787 r. wydanego w Warszawie.[4]

POWINNOSCI
NAUCZYCIELA
MIANOWICIE ZAS w SZKOŁACH
PARAFIALNYCH
I SPOSOBY ICH DOPEŁNIENIA.

Dzieło użyteczne Pasterzom, Panom i ich Namieśnikom o dobro Ludu troskliwym, Rodzicom i wszystkim Edukacyą bawiącym się.

W WARSZAWIE
w Drukarni Nadworney J. K. Mci i P. Kom. E. Naro: Roku 1787.

W artykule [Domoradzki 2015] omówione zostały sugestie Piramowicza w zakresie nauczania arytmetyki. Teraz przedstawimy to, co dotyczy do początków geometrii. Dodać tu trzeba, że w okresie pisania *Powinności nauczyciela* … oczekiwano od szkoły przygotowania dzieci do radzenia sobie – możliwie dobrze, jak na tamte czasy – w sytuacjach życiowych. Dlatego w rozdziale IV *O rozmierzaniu i budowaniu wiejskim uwagi ogólne* autor skupił się na pomiarze gruntów oraz rozsądnym i dobrym gospodarowaniu. Nauczyciel ma zapoznać

[2] Zob. interesujący w kontekście nauczania matematyki rozdział *Matematyka w okresie reform KEN* w monografii: Więsław W., *Matematyka polska epoki Oświecenia*, Fraszka Edukacyjna, Warszawa, 2007.
[3] G. Piramowicz należał do zakonu jezuitów, pedagog, w latach 1770–1773 wykładał filozofię w kolegium jezuickim we Lwowie. Działał aktywnie w Komisji Edukacji Narodowej, był sekretarzem, powołanego przez KEN Towarzystwa dla Ksiąg Elementarnych.
[4] Strona tytułowa pochodzi z wersji wydanej przez WSiP, Warszawa, 1988, wstęp i opracowanie T. Mizia.

uczniów z przyrządami mierniczymi, ma razem z nimi mierzyć place, łąki, inne grunty. Po zajęciach terenowych dzieci mają rysować figury geometryczne – pod okiem nauczyciela – jako wprowadzenie do kształtowania umiejętności praktycznych. Warto podkreślić, że Piramowicz zaleca, aby takie ćwiczenia były dla dzieci zabawą.

2 Koncepcja A. Jeskego w zakresie kształcenia geometrycznego

Koncepcję Piramowicza kontynuuje wiek później A. Jeske (1836–1875).[5] We *Wstępie* do *Pedagogiki* (1875)[6] twierdzi, że metody nauczania – także te stosowane w edukacji matematycznej – mogą być … *środkami, przysposabiającemi do nauki i pracy pożytecznéj.* Odwołuje się do zaleceń księdza Piramowicza: *abyśmy mieli zawsze przed oczyma jako cel jedyny pożyteczność w życiu i społeczeństwie ludzkiém.*

Cel wykształcenia elementarnego wyłożył w słowach: *Nauka elementarna ma kształcić i sposobić na religijno-moralnych ludzi i użytecznych obywateli dla kraju i społeczeństwa swego. Każdy, komu bliski jest świat dziecka* – zauważa Jeske – ***powinien zauważyć, że dziecko ma skłonność do czynności, przeważa u niego chęć zajmowania się światem najbliższym, branie z niego wyobrażeń, a także chęć przekształcania wszystkiego***[7] (podkreślanie autorów). W części metodycznej tego dzieła Jeske zaproponował koncepcję uczenia dzieci rysunków,[8] pomocnych w kształceniu geometrycznym dzieci. Jeske przedkłada rysunki planimetryczne przed perspektywiczne. Jego koncepcja rysunku geometrycznego obejmuje 4 następujące stopnie wtajemniczenia:

Stopień I. *– Okazanie i pojęcie linii. Rozmaite rodzaje linii: miara czyli podziałka linijna – mierzenie, dzielenie i rysowanie linii prostych, bądź w naturalnéj, bądź powiększonej, bądź pomniejszonéj -- wszystko z wolnéj ręki, za pomocą lineału; – poczém idą zastosowania i przykłady z życia codziennego.*

Stopień II. *– Okazanie i pojęcie* ***kątów***. *Rozmaite rodzaje kątów. – Rozmaite rodzaje kątów; kątomiar – porównywanie, dzielenie i rysowanie kątów.*

Stopień III. *– Okazanie i pojęcie* ***płaszczyzn***. *– Rozmaite rodzaje płaszczyzn; mierzenie, dzielenie i rysowanie płaszczyzn, jak w Stopniach poprzednich; – zastosowania i przykłady z życia codziennego.*

---

5 **Agust Jeske** (1836–1875) po studiach na Wydziale Historyczno-Filologicznym Uniwersytetu Berlińskiego w 1865 przyjechał do Warszawy i rozpoczął pracę literacko-pedagogiczną. W 1873 w wydawnictwie S. Arcta w Lublinie opublikowano rozprawę Augusta Jeskego *Systematyczny kurs nauk przeznaczony do pomocy w wychowaniu domowym dzieci od lat 3 do 15*; zawierał on m.in. *Arytmetykę cz. I*, *Arytmetykę cz. II*, *Pedagogikę.* August Jeske zmarł 27 października 1875 w Warszawie, ale jego prace były wznawiane przez wiele następnych lat.

6 Jeske A., *Pedagogika,obejmująca zasady i metody moralnego, fizycznego i naukowego wychowania dziatek*, Księgarnia Stanisława Arcta w Lublinie, Warszawa, 1875.

7 Tezę tę Jeske sformułował pół wieku wcześniej nim J. Piaget ogłosił światu swoją koncepcję operacyjnego rozumowania, w której istotne miejsce zajmuje charakterystyka dziecięcego rozumowania właśnie w zakresie wnioskowania o skutkach przekształceń, których dziecko doświadcza w działaniu (por. Piaget J., *Równoważenie struktur poznawczych.Centralny problem rozwoju*, PWN, Warszawa, 1981, na podstawie *L'équilibration des structures cognitives: problème central du développement*, Presses universitaires de France, 1975).

8 Trzeba tu wyjaśnić, że określenie „uczenie rysunku” w ujęciu Jeskego odbiega znacznie od tego, co pół wieku później wyłożył polski psycholog S. Szuman (zob. Szuman S., *Sztuka Dziecka. Psychologia twórczości rysunkowej*, WSiP, Warszawa, 1990, pierwsze wydanie tej książki ukazało się w roku 1927). S. Szuman traktuje rysunki dzieci, jako sposób wypowiadania się o świecie i swoich przemyśleniach. Natomiast Jeske kładzie nacisk na to, aby nauczyć dzieci przedstawiać obiekty w taki sposób, aby w rysunku ujmowały ich geometryczny sens (rysunek był środkiem porozumiewania się w zakresie idei geometrycznych). Chodziło o to, aby osoba oglądająca taki rysunek dokładnie odczytała to, co rysujący na nim przedstawia.

Stopień ***IV****. Okazanie i pojęcie* ***brył****. – Rozmaite rodzaje brył (sześcian, graniastosłup,* [pryzmat], *stożek, walec, kula), w porównaniu z nieforemnymi; miara brył – mierzenie, dzielenie i rysowanie brył; – zastosowania i przykłady z życia codziennego.*

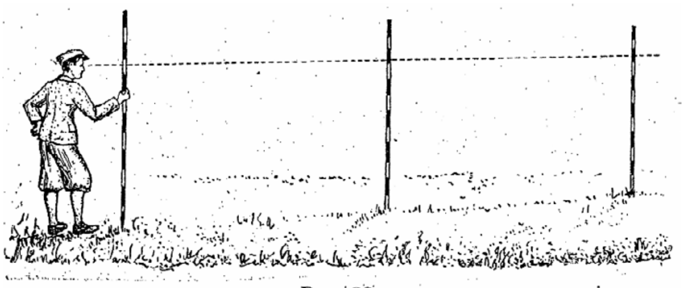
Wszystko to da się osiągnąć drogą prostą, p r a k t y c z n ą, sposobem ćwiczeń […]. *Tak też wreszcie i Komisya Edukacyjna kazała prowadzić te dwie nauki* (pomiary i rysunki geometryczne: wtrącenie autorów).

3 Koncepcja S. Banacha, W. Sierpińskiego, W. Stożka

Kształceniem geometrycznym nieco starszych uczniów[9] zajmowali się też wielcy matematycy okresu międzywojennego w Polsce: profesorowie Uniwersytetu Jana Kazimierza we Lwowie i Uniwersytetu Warszawskiego. S. Banach (1892–1945) i W. Sierpiński (1882–1969), profesor Politechniki Lwowskiej W. Stożek (1883–1941). Wychodzili z założenia, że nauczanie geometrii ma być silnie związane z praktycznymi doświadczeniami uczniów. Oto przykład charakteryzujący lansowany przez nich sposób nauczania geometrii.

Pomiar długości[10] (własności prostej zaprezentowane praktycznie, jednocześnie pozwalające na precyzyjne rozumienie tego pojęcia).

„Punkty w terenie zaznaczamy palikami (kołkami), u dołu ostro zaciosanymi, u góry równo ściętymi. Jeżeli mamy w terenie dwa punkty *A* i *B* to możemy przy pomocy tyczek wyznaczyć (wytyczyć inne punkty, leżące na prostej *AB*. W tym celu wbijamy w *A* i *B* pionowo dwie tyczki. Następnie staramy się nowa tyczkę wbić (pionowo) w takim punkcie, aby celując wzdłuż dwóch tyczek nie było widać trzeciej. Nowa tyczka wyznacza wtedy punkt C, położony na prostej *AB*". Autorzy zalecają, aby paliki połączyć napiętym sznurem.[11]



Rys. 26.

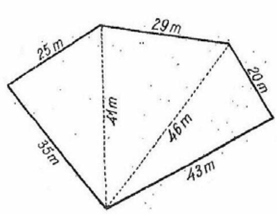
Oto inne przykłady kształcenia wiadomości i umiejętności geometrycznych zalecane przez S. Banacha, W. Sierpińskiego i W. Stożka. Na sposób sporządzania przez uczniów planów parceli, planów gruntowych. Autorzy nawiązują do egipskiego i babilońskiego rozumienia przydatności wiedzy i umiejętności geometrycznych.[12] Świadczą o tym następujące zalecenia dydaktyczne.

[9] Banach S., Sierpiński W., Stożek W., *Arytmetyka i geometrja dla VII klasy szkoły powszechnej*, Książnica – Atlas, Lwów – Warszawa, 1935.
[10] S. 138, op. cit.
[11] Kopie rysunków i treści zadań pochodzą z omawianej książki, która jest własnością jednego z współautorów.
[12] Dodać tu trzeba, że Egipcjanie wiedzieli jak obliczać powierzchnie, kąty między prostymi, objętości, wszystko to dla potrzeb pomiarów gruntów po wylewach Nilu. Ich świadomość była skierowana jednak na przydatność wiedzy i umiejętności geometryczne, a nie na tworzenie geometrii rozumianej jako systemu naukowego. Więcej informacji podaje Heller M., *Bóg i geometria. Gdy przestrzeń była Bogiem*, Copernicus Center Press, Kraków, 2015, rozdział 2.

Plan parceli[13]

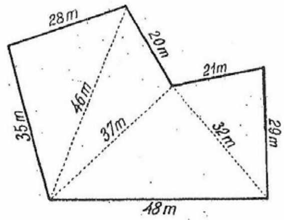
S. Banach, W. Sierpiński i W. Stożek wyjaśniają, jak kształtować umiejętność konstruowania planu sytuacyjnego dla parceli prostokątnej i budynku o podstawie prostokąta, z wykorzystaniem naturalnej sposobności do kształtowania pojęcia skali, równoległości odcinków, wyznaczania pola prostokąta.

W kształtowaniu umiejętności narysowania planu parceli wielokątnej zalecają: a) zaczynamy od szkicu, b) następnie dzielimy taki wielokąt na trójkąty, c) boki tych trójkątów mierzymy w terenie, d) wyniki pomiarów zapisujemy, d) plan parceli otrzymujemy w pewnej skali, c) rysując w tej skali plany trójkątów w ułożeniu takim jak na wstępnym szkicu. Konkretyzacją są załączone rysunki.



1 : 1500

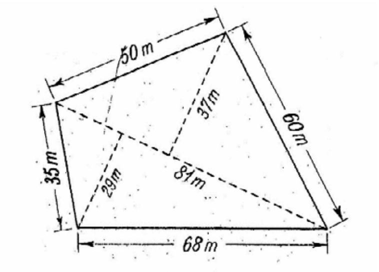
Rys. 28 *a*.



1 : 1500

Rys. 28 *b*.

Ważnym dla nauczania geometrii jest zmierzenie tych odcinków, dzięki którym możemy obliczyć pole parceli (zobacz rysunek poniżej).



Rys. 29.

Autorzy proponują uczniom także rozwiązanie następującej serii zadań:

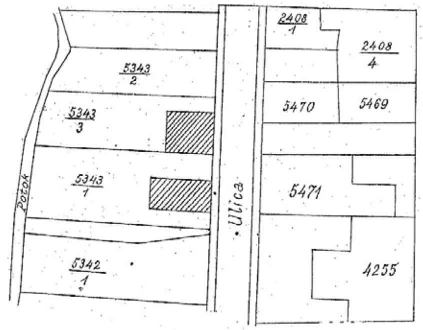
1. **Zmierz:** *a)* **długość i szerokość budynku szkolnego!** *b)* **długość boków parceli np. ogrodu szkolnego!**
2. **Obierz w terenie dwa punkty dość odległe, wytycz prostą, łączącą te punkty, a następnie zmierz ich odległość! Powtórz to zadanie kilka razy!**
3. **Wbij 3 paliki tak, żeby utworzyły trójkąt i zrób plan tego trójkąta w dowolnie obranej skali!**
4. **Wbij 4 paliki tak, żeby utworzyły czworokąt, sporządź plan, a następnie mierząc na planie potrzebne wielkości, oblicz pole czworokąta!**
5. **Narysuj plan podwórza szkolnego!**

---

[13] S. 139 i dalsze, op. cit.

Plany gruntowe[14]

Planem gruntowym nazywamy plan gruntów, który jest wykonany w skali 1:1440 lub 1:2880 (warto sprawdzić czy dzisiaj skala planów gruntowych się nie zmieniła).



1 : 1440 Rys. 31.

Parcela na planie gruntowym mają numery 4255, 5469, itd. Jeśli parcelę dzielimy na części, to stosujemy oznaczenia typu: $\frac{5341}{1}, \frac{5341}{2}, \frac{5341}{3}$.

Na podstawie tych informacji autorzy zalecają rozwiązywanie następujących zadań:

1. Na planie gruntowym rys. 31 zmierz *a)* szerokość ulicy, *b)* szerokość potoku i podaj rzeczywistą szerokość!
2. Na planie gruntowym rys. 31 podaj: *a)* długość boków parceli nr. $\frac{5343}{1}$, *b)* wymiary podstawy budynku, znajdującego się na tej parceli, a następnie podaj rzeczywiste długości!
3. Na planie gruntowym rys. 32 zmierz szerokość drogi w kilku miejscach i podaj rzeczywiste szerokości w tych miejscach!
4. Na planie gruntowym rys. 32 podaj: *a)* długości boków parceli nr. 2932, *b)* wymiary budynku, znajdującego się na tej parceli, a następnie podaj rzeczywiste długości!
5. Przerysuj parcelę, której plan jest podany na rys. 32, nr. 2840 w skali 1 : 1440!
6. Przerysuj parcelę, której plan jest podany na rys. 31 nr. 4255 w skali 1 : 2880!
7. Przerysuj plan parceli nr. $\frac{2408}{1}$ na rys. 31, a następnie mierząc potrzebne wielkości, oblicz pole parceli!
8. Przerysuj plan parceli nr. $\frac{2854}{2}$ na rys. 32, a następnie mierząc potrzebne wielkości, podaj pole parceli!

Autorzy tych propozycji dydaktycznych są zdania, że po praktycznych doświadczeniach uczniom nie powinno sprawiać większych trudności rozwiązywanie przedstawionych zadań i łatwiej nawiązać dyskusję. Zwracają też uwagę na to, że zadania dotyczące narysowania parceli w innej skali nie należą do najłatwiejszych.

Dalsze propozycje dydaktyczne S. Banacha, W. Sierpińskiego i W. Stożka dotyczą narysowania planu gospodarstwa wiejskiego, domu piętrowego, wielorodzinnego. W takiej dzia-

[14] S. 142 i dalsze, op. cit.

łalności mogą skutecznie łączyć geometrię i arytmetykę. Takie doświadczenia pogłębiają zalecane zadania na oszacowania kubatury domu, tym samym jego wyceny.[15]

Plan sytuacyjny[16]

1. Przerysuj plan parceli!
2. Zmierz długość i szerokość planu parceli, oblicz stąd rzeczywistą długość i szerokość parceli, a następnie jej pole! Oblicz też pole sadu i ogrodu warzywnego!
3. Podaj na parceli położenie *a)* chaty, *b)* stajni, *c)* stodoły (to znaczy, podaj długości takich odcinków, które określają położenie budynku na parceli)!

Banach, Sierpiński i Stożek: Arytmetyka i geometrja dla VII powsz. 10

Trzeba podkreślić, że zalecany przez Banacha, Sierpińskiego i Stożka sposób kształtowania wiadomości i umiejętności pozwala uczniom przełamać strach przed matematyką i ukazać jej nieodzowność w życiu, tym samym wzmocnić ich motywację do przedmiotu nauczania. Nacisk na kształcenie wiadomości i umiejętności geometrycznych sprzyja zaangażowaniu się ucznia w działalność matematyczną.

Podobne założenia przyjęła L. Jeleńska[17] (działająca w tym samym czasie) w edukacji matematycznej małych uczniów. Twierdzi, że … *głównym celem nauczania arytmetyki z geometrią w szkole podstawowej jest doprowadzenie dziecka do zdobycia wprawy w wykonywaniu działań arytmetycznych i obliczeń geometrycznych oraz umiejętności ich stosowania do zagadnień życia praktycznego* (s. 7).[18]

Odnośnie geometrii Jeleńska stwierdziła, że żaden przedmiot szkolny nie przechodził tak radykalnych zmian, zarówno metodycznych i programowych, jak geometria szkolna. Niejednokrotnie nauczanie geometrii zdaniem nauczycieli i władz oświatowych była dla dziecka czymś obcym (wiedzą książkową). Stopniowo zakres kształtowanych pojęć i umiejętności, usunięto ją nawet z klas młodszych jako osobny przedmiot nauczania. Dla podkreślenia wagi tych stwierdzeń Jeleńska cytuje Mary Boole:[19] *Europa zatraciła instynkt geometryczny i nawyk do geometrycznej obserwacji*[20].

Dodać tu warto, że troska o naprawę przebiegu edukacji matematycznej nie dotyczyła tylko edukacji dzieci polskich. W końcu pierwszego dziesięciolecia wieku XX zrealizowany

---

[15] Zauważmy, że już od XVI w. w Polsce spotykamy się z koncepcją praktycznego przekazywania geometrii, w 1566 r. ukazała się pierwsza w języku polskim książka – podręcznik geometrii praktycznej *Geometrya to iest Miernicka Náuká* … Jej autorem był Stanisław Grzepski (1534–1570), poświecił on książkę nie tyle samej geometrii co jej praktycznym zastosowaniom. Wcześniej w 1542 r. zainteresowania matematyczne klasyczną geometrią, również nowoczesną trygonometrią doprowadziły M. Kopernika (1473–1543) do wydania naukowego traktatu *De lateribus et angulis triangulorum* (1542, staraniem Joachima Retyka), który rok później znalazł się w pierwszej księdze słynnego *De revolutionibus* (1543).

[16] S. 144 i dalsze, Banach, op. cit.

[17] L. Jeleńska (1885–1861). W 1915 na Uniwersytecie we Fryburgu uzyskała stopień doktora na podstawie pracy *La construction du systèmes philosophique d'après saint Thomas d'Aquin*. W okresie międzywojennym pracowała w Państwowym Seminarium Nauczycielskim Żeńskim im. E. Orzeszkowej w Grodnie, gdzie wykładała metodykę nauczania początkowego i propedeutykę filozofii.

[18] Jeleńska L., Rusiecki A., *Metodyka arytmetyki i geometrii w pierwszych latach nauczania*, pierwsze wydanie, Księgarnia św. Wojciecha, 1939 (204 s.), powojenne wydania mają mniej stron, nie ma też informacji o wydaniu, nakładzie i pierwowzorze przedwojennym. Cytat z wydania powojennego tej książki.

[19] Mary Everest Boole (1832–1916).

[20] Boole M., *Przygotowanie dziecka do wiedzy ścisłej*, w tłumaczeniu Maria Sadzewiczowej, nakładem Gebethnera i Wolffa – G. Gebethner i Spółka, Warszawa, 1932.

został w Paryżu eksperyment dydaktyczny autorstwa Marii Skłodowskiej-Curie, który się zrodził z jej krytycznego spojrzenia na francuską szkołę i wszechobecnie panujący w niej werbalizm. Założyła tzw. „Spółdzielnię", której zadaniem było nauczenie dzieci swoich i przyjaciół w wieku od lat 6 do 10, nie poprzez pracę z podręcznikiem lecz przez kontakt z przyrodą, eksperymentami, żywym językiem, obcowanie ze sztuką[21].

Wróćmy do koncepcji nauczania geometrii w ujęciu L. Jeleńskiej. Kształtowanie pojęć i umiejętności geometrycznych dostosowuje do możliwości poznawczych młodszych dzieci szkolnych. Stara się skonkretyzować geometryczne pojęcia tak, aby były bliższe dziecku. Odwołuje się też do pomocy dydaktycznych wykorzystywanych w placówkach edukacyjnych Montesorii[22] i zaleca: orientację w przestrzeni, ćwiczenia gimnastyczne, gry i zabawy (dojście do celu, w trakcie zabawy nauczyciel używa również pojęć geometrycznych), wykorzystywanie bajek (np. dziecko rysuje drogę bajkowego bohatera od punktu do punktu), stopniowe przygotowywanie dzieci do poznania mapy.

Trafną ilustracją idei matematycznego kształcenia dzieci L. Jeleńskiej są jej rozważania dotyczące potrzeby definicji w edukacji dzieci.[23]

> Czy potrzebne są *definicje*? Definicja podana w podręczniku ma być ułatwieniem dla dziecka w sformułowaniu jego własnych myśli; dlatego jest dobrze, że ją przeczyta i stwierdzi, że właśnie tak samo jest, jak książka podaje, ale nie trzeba żądać wyuczania pamięciowego definicji. Definicja jest przede wszystkim trudnością językową dla dziecka, jej zwięzłość nie leży w charakterze mowy dziecięcej; dlatego pozwólmy dzieciom opowiadać, co wiedzą o figurach, bo forma opowiadania jest im najbliższa. Jeśli położymy zbyteczny nacisk na przyswojenie pamięciowe definicji podręcznikowej, to przerzucimy zagadnienie myślowe na platformę pamięci. Definicje są wynikiem poszukiwań, trudu myślowego, hipotez, sprawdzań, są więc wyjaśnieniem własnej czynności. Są na końcu, a nie na początku pracy. O tym należy zawsze pamiętać i nigdy z dziećmi od nich nie rozpoczynać.

Dzięki tak nowatorskiemu[24] traktowaniu edukacji matematycznej koncepcja L. Jeleńskiej przetrwała drugą wojnę światową. Potem, niestety, tylko na kilka lat wyznaczyła sposób przygotowania przyszłych nauczycieli w pracy w klasach początkowych. Zawirowania organizacyjne systemu oświaty w Polsce sprawiły, że idee edukacyjne w obszarze geometrycznego kształcenia Jeleńskiej zostały zapomniane.

Należy koniecznie wspomnieć mało znane powojenne badania i prace dotyczące poznania geometrycznego Danuty Gierulanki[25] (1909–1995). W 1958 r. wydała *O przyswajaniu sobie*

---

[21] Zob. *Lekcje Marii Skłodowskiej-Curie. Notatki Isabelle Chavannes z 1907 r.*, WSiP, Warszawa, 2004.

[22] Maria Montessori (1870–1952) – włoska lekarka, stworzyła system wychowania i nauczania dzieci metodą, w której istotny jest swobodny rozwój psychoruchowy dzieci. Do prawidłowości tego rozwoju dostosowany ma być proces wychowania i kształcenia dzieci przedszkolnych. Według koncepcji edukacyjnej Montessori (w nowym odczytaniu) realizowana jest edukacja przedszkola w wielu przedszkolach na świecie i w Polsce.

[23] S. 81, Jeleńska L., op. cit., książka pochodzi ze zbiorów współautora.

[24] Dodać tu trzeba, że kilka lat później w stylu podobnego dostosowania procesu matematycznego kształcenia wypowiedział się Abeli H. w: *Dydaktyka psychologiczna. Zastosowanie psychologii Piageta do dydaktyki*, PWN, Warszawa, 1959, drugie wydanie 1982. Z *oryginału Didactique psychologique. Application á la didactique de la psychologie de Jean Piaget,* by Delachaux et Niestié S.A., Neuchâtel, 1951.

[25] Ur. 30 czerwca 1909 r. w Krakowie, w latach 1927–1932 studiowała matematykę na UJ. Po ukończeniu studiów matematycznych ponownie zapisała się na UJ do Studium Pedagogicznego, po to by właściwie przygotować się do

pojęć geometrycznych, w której zauważyła, że: *stwierdzenie paradoksalnego, ale niezaprzeczalnego faktu, że matematyka – nauka o najprostszej, najbardziej przejrzystej i harmonijnej budowie – jest dla ogromnej większości uczniów szczególnie trudnym i znienawidzonym przedmiotem*. Zauważmy, że chociaż w latach 50. i 60. XX w. eksponowana była New Math. (dotyczy to także geometrii), to Gierulanka wyraźnie przestrzegała przed tą fascynacją, dysponowała bowiem głęboką wiedzą psychologiczną o naturze kształtowania się pojęć matematycznych w umysłach dzieci[26]. W Czasopiśmie dla nauczycieli *Matematyka* (1959) zauważyła: *Myśl, by sprowadzić ogół teorii matematycznych do teorii mnogości … nie wydaje mi się istotnym rozwiązaniem sprawy unifikacji matematyki – jedynymi podstawowymi pojęciami teorii matematycznych miałyby się stawać pojęcia element, zbiór, należenie do zbioru.* W książce *Zagadnienie swoistości poznania matematycznego*[27] zarzuciła matematyce bourbakistów *przypadkowość* w dysocjacji znanych już aksjomatyk teorii, nienaturalność uogólnień, postępowania *na ślepo* bez rozsądnej zasady doboru przy tworzeniu nowych aksjomatyk.

W roku 1959 Józef Hawlicki[28] r. opublikował podręcznik dla nauczycieli *Nauczanie geometrii w klasach I – V szkoły podstawowej.*[29] Nauczanie geometrii rozpatruje głównie z punktu widzenia nauczyciela, który ma skutecznie nauczyć pewnych pojęć i umiejętności. Zadaniem ucznia jest się temu podporządkować. Uważał też, że kształtowanie pojęć i umiejętności geometrycznych ma być podporządkowane treściom kształcenia w obrębie arytmetyki.

Ilustracją takiej koncepcji edukacyjnej jest zalecany przez J. Hawlickiego sposób kreślenia prostokąta i kwadratu za pomocą linijki i ekierki na papierze bez linii.[30]

Nauczyciel przypina na tablicy wycięty z papieru prostokąt i stawia następujące zadanie: Chcemy nakreślić na tablicy drugi prostokąt o takich samych bokach.

Uczniowie mierzą dwa sąsiednie boki prostokąta (8 dcm, 7 dcm), następnie zastanawiają się wspólnie z nauczycielem, jak wykonać to zadanie. Ustalają, że trzeba:

1. Zmierzyć długość sąsiednich boków prostokąta (8 dcm, 7 dcm).
2. Nakreślić w poziomym położeniu odcinek $AB = 8$ dcm.
3. Przyłożyć kąt prosty kolejno do obu końców odcinka AB i nakreślić dwa prostopadłe do niego odcinki w punktach A i B, idące do góry.
4. Odmierzyć na nich odcinki $AD = 7$ dcm i $BC = 7$ dcm.
5. Połączyć odcinkiem punkty D i C.

---

egzaminu nauczycielskiego, który zdała w 1933 r. Uczyła matematyki, fizyki, chemii i propedeutyki filozofii. w gimnazjach: Ziemiańskim P.P. Benedyktynek w Staniątkach k. Krakowa, Humanistycznym Instytutu Marii w Krakowie. Od 1938 r. zaczęła samodzielną pracę naukową z zakresu psychologii nad zagadnieniem psychologii myślenia, ściślej z zakresu kształtowania pojęć geometrycznych pod kierunkiem W. Heinricha. Jej dalsza kariera związana z UJ. Więcej w: Domoradzki S., Stawiska M., *Distinguished graduates in mathematics of Jagiellonian University in the interwar period. Part II: 1926–1939*, Technical Transactions, Fundamental Sciences, Issue NP 2(2015), ss. 117–141. U Gierulanki można dostrzec idee zastosowania geometrii wg. Euklidesa w edukacji geometrycznej dzieci.

[26] Dostrzegł to Stefan Szuman wybitny polski psycholog recenzując jej pracę doktorską stwierdził: *Zbadała psychologiczny proces powstawania w wychowankach szkoły jasnych i ścisłych pojęć z zakresu geometrii.*

[27] PWN, Warszawa, 1962.

[28] Józef Hawlicki (1906–1999) był nauczycielem szkół podstawowych i średnich oraz placówek kształcenia nauczycieli.

[29] Hawlicki J., *Nauczanie geometrii w klasach I–V szkoły podstawowej*, Nasza Księgarnia, Warszawa, 1959. Przy uważnej lekturze jego książki dostrzegamy idee zastosowania geometrii wg. Euklidesa w edukacji geometrycznej dzieci.

[30] Fragment strony 126 z cytowanej książki J. Hawlickiego (ze zbiorów współautora).

Z tego fragmentu opisu sposobu prowadzenia zajęć szkolnych wynika też to, że J. Hawlicki przypisuje nauczaniu geometrii rolę pomocniczą w stosunku do arytmetyki.[31] A gromadzone przez lata doświadczenia w pracy nauczycielskiej sprawiły też, że Hawlicki ceni ułatwienia metodyczne. Umiejętnie i ciekawie proponuje wykorzystywanie prostych pomocy dydaktycznych w edukacji dzieci.

Dodać tu też trzeba, że Hawlicki w cytowanym podręczniku opisuje pełny kurs kształcenia geometrycznego od klasy I do V szkoły podstawowej. Mimo to jego koncepcja edukacyjna została zapomniana tak, jak wcześniej przedstawione koncepcje A. Jeskego, L. Jeleńskiej oraz S. Banacha, W. Sierpińskiego, W. Stożka i D. Gierulanki.

Przyczyniły się do tego takie czynniki, jak zmiana ustroju szkolnego[32] oraz oddalanie się od dorobku polskich pedagogów: najpierw w stronę rosyjskich koncepcji pedagogicznych, a potem zauroczenie się koncepcjami pedagogicznymi świata zachodniego.

Kolejnym wydarzeniem na miarę kamienia milowego w kształceniu geometrii była koncepcja Zofii Krygowskiej (1904–1988).

4 Z konieczności krótko o roli Z. Krygowskiej w dydaktyce matematyki, ze szczególnym uwzględnieniem matematycznego kształcenia dzieci

Zacząć trzeba od tego, że Zofia Krygowska[33] – znakomity dydaktyk matematyki[34] – doskonale orientowała się historii matematyki i w osiągnięciach współczesnej psychologii, zwłaszcza w teorii operacyjnego rozumowania J. Piageta. Była entuzjastką nowoczesnych koncepcji edukacyjnych i zainicjowała modernizację edukacji nauczania matematyki w latach 70. XX w., stworzyła koncepcję czynnościowego matematyki.

Opracowała też podręczniki z geometrii dla licealistów,[35] które wyznaczały zakres i przebieg edukacji na dwa dziesięciolecia. Kierując się ustaleniami w modelu rozwoju operacyjnego J. Piageta przyjęła, że uczniowie klas starszych szkoły podstawowej rozumują już na poziomie operacji formalnych. Dlatego uznała, że można i trzeba organizować ich

[31] Takie przesunięcie jest obecnie trudne do zaakceptowana, jeżeli weźmie się pod uwagę prawidłowości rozwoju umysłowego dzieci oraz wiedzę o kształtowaniu się intuicji geometrycznych w umysłach dzieci. Dodać tu trzeba, że w czasach, gdy Hawlicki opisywał swoją koncepcję edukacyjną – wiedzy tej jeszcze nie było.

[32] Przyjęcie na długie lata systemu edukacyjnego wyznaczonego przez: a) 3 lata wychowania przedszkolnego, b) szkołę podstawową z silnym zaznaczeniem etapów edukacyjnych klasy I–III, klasy IV–VIII, c) szkolnictwo średnie: szkoły zawodowe, licea ogólnokształcące (z maturą) i technika (z maturą), d) szkolnictwo wyższe.

[33] Po studiach matematycznych i doktoracie na UJ pracowała w Wyższej Szkole Pedagogicznej w Krakowie, gdzie była m.in. kierownikiem Katedry Geometrii, Katedry Metodyki Nauczania Matematyki (od 1961 Dydaktyki Matematyki) Wokół jej osoby skupiło się prężne środowisko krakowskich dydaktyków matematyki. Była współtwórcą i redaktorem (1982) *Dydaktyki Matematyki* (Roczniki PTM, V seria) i członkiem komitetów redakcyjnych innych czasopism poświęconych dydaktyce matematyki, wśród nich i *Educational Studies in Mathematics* (1968–1978). Więcej w: Domoradzki S., Stawiska M., *Distinguished graduates in mathematics of Jagiellonian University in the interwar period. Part II: 1926–1939*, Technical Transactions, Fundamental Sciences, Issue NP 2(2015), ss. 117–141.

[34] Do dziś cenione jest 3 tomowe dzieło Z. Krygowskiej *Zarys dydaktyki matematyki*, cześć I, część II, część III, WSiP, Warszawa, 1977. Dodać tu trzeba, że ta trzytomowa publikacja została napisana – podkreśla to Z. Krygowska we Wstępie do I części – dużo wcześniej, a pierwsza część *Zarysu dydaktyki matematyki* ukazała się w roku 1969.

[35] *Geometria* – podręczniki do Liceum Ogólnokształcącego (wraz J. Maroszkową, G. Trelińskim), WSiP, Warszawa, 1968, i później.

edukację w konwencji, którą nazwano *lokalną dedukcją*. To zaś umożliwiło jej skierowanie matematycznego kształcenia w kierunku *greckiej geometrii*,[36] z wdrażaniem nauczycieli i uczniów do respektowania czystych i eleganckich procedur logicznych.

Problem w tym, że założenie o możliwościach intelektualnych starszych uczniów – rozumują na poziomie operacyjnym, formalnym – okazało się tylko częściowo prawdziwe. Z badań[37] przeprowadzonych w Wielkiej Brytanii (którymi objęto 11000 uczniów) wynika, że w wieku 14 lat tylko 20% z nich potrafi rozumować formalnie. Pozostali uczniowie rozumują na zaawansowanym poziomie operacji konkretnych[38].

Wyniki tych badań tłumaczą nadmierne trudności w kształceniu geometrycznym realizowanym według koncepcji Z. Krygowskiej. Dodać tu trzeba, że Z. Krygowska[39] nie mogła znać wyników tych badań w czasach, gdy konstruowała swoje podręczniki do nauczania geometrii. Tworząc je zawierzyła ustaleniom wielkiego J. Piageta i B. Inhelder,[40] stąd nastąpiło rozminięcie ambitnej i wartościowej merytorycznie koncepcji nauczania geometrii z realiami edukacji szkolnej na płaszczyźnie możliwości umysłowych uczniów.

5 O wprowadzaniu dzieci w świat geometrii. Czyli o wspomaganiu edukacyjnym dzieci w przechodzeniu od intuicji do zarysu pojęć geometrycznych

Zmiany społeczno-polityczne i zawirowania w organizacji oświaty w Polsce[41] sprawiły że od ostatniej dekady XX wieku w edukacji wczesnoszkolnej obecne są zaledwie ślady geometrycznego kształcenia dzieci. W ostatnich latach zmienia się to na lepsze pod wpływem badań nad kształtowaniem się intuicji geometrycznych w umysłach dzieci. Zapoczątkował je i prowadzi nadal M. Hejný[42] – wybitny czeski dydaktyk matematyki. W Polsce propaguje

[36] Interesującą charakterystykę greckiej geometrii podaje cytowany wcześniej M. Heller *Bóg i geometria. Gdy przestrzeń była Bogiem*, Wydawca Copernicus Center Press, Kraków, 2015, rozdziały 2, 3, 4.

[37] Shayer M., Küchemann D. E., Wylman H., *Distribution of Piagetian Stages of Thinking in British Middle end Secondary School Children*, British Journal of Education Psychology 46/1976.

[38] Wyniki tych badań tłumaczą, dlaczego uczniowie klas starszych są spychani na ścieżkę niepowodzeń w nauce matematyki. Więcej informacji o przyczynach niepowodzeń w nauce matematyki i mechanizmach ich narastania podaje E. Gruszczyk-Kolczyńska w: *Dzieci ze specyficznymi trudnościami w uczeniu się matematyki. Przyczyny, diagnoza, zajęcia korekcyjno-wyrównawcze*, WSiP, Warszawa, 1992 – pierwsze wydanie, ostatnie – 2013.

[39] Dodać tu trzeba, że Z. Krygowska była świadoma barier intelektualnych występujących w trakcie nauczania geometrii według jej koncepcji. W komentarzach dydaktycznych posługiwała się bowiem określeniem *zdegenerowany formalizm*.

[40] Przedstawione w rozprawach J. Piageta, *Studia z psychologii dziecka* (PWN, Warszawa, 1966), *Dokąd zmierza edukacja* (PWN, Warszawa, 1977), *Równoważenie struktur poznawczych centralny problem rozwoju* (PWN, Warszawa, 1981), *Psychologia i epistemologia* (PWN, Warszawa, 1997) oraz Piaget J. i Inhelder B., *Operacje umysłowe i ich rozwój* (w: Oléron P., Piaget J., Inhelder B., Gréco P., *Inteligencja*, PWN, Warszawa, 1967), *Od logiki dziecka do logiki młodzieży. Rozprawa o kształtowaniu się formalnych struktur operacyjnych* (PWN, Warszawa, 1970).

[41] Odstąpiono między innymi od jednego programu edukacyjnego dla każdego etapu edukacyjnego na rzecz udostępniania nauczycielom wielu autorskich programów edukacyjnych akceptowanych przez Ministerstwo Edukacji Narodowej. Następnie opracowano i wprowadzono Podstawy programowe, dokument regulujący działalność pedagogiczną we wszystkich placówkach oświatowych, a więc odpowiednio na poziomie wychowania przedszkolnego, szkoły podstawowej, gimnazjum i liceum. Do tego dokumentu opracowywane są autorskie programy edukacyjne, z zastrzeżeniem że muszą one zawierać rozszerzenie treści kształcenia zawartych w Podstawach. Ustalono też reguły obowiązujące autorów programów autorskich i reguły zatwierdzania ich przez rady pedagogiczne placówek edukacyjnych.

[42] Badania te oraz ich pedagogiczne interpretacje zawarte są w publikacjach M. Hejný'ego, *The understanding of geometrical concepts* (w: Proceedings of 3-rd Bratislava International Symposium on Mathematical Education BISME – 3, Univerzita J. A. Komenského, Bratislava, 1993), *Development of geometrical concepts* (w: *Inter-*

i kontynuuje je Ewa Swoboda[43] oraz E. Gruszczyk-Kolczyńska i E. Zielińska.[44] Badania te stały się podstawą opracowania autorskich koncepcji edukacyjnych, których wspólną ideą jest stwarzanie dzieciom warunków do tworzenia i rozwijania intuicji geometrycznych. Następnie wspomaganie ich w przechodzeniu do zarysów pojęć geometrycznych. Treści i stosowane metody kształcenia w tych koncepcjach są zgodne z prawidłowościami rozwoju umysłowego i preferowanym przez dzieci sposobem uczenia się.

Koncepcje[45] te są już z powodzeniem wdrażane w polskiej edukacji przedszkolnej[46] i edukacji wczesnoszkolnej.[47] Dlatego można mieć nadzieję, że zmieni to na lepsze zakres i sposób kształcenia geometrycznego najpierw dzieci, a potem młodszych i starszych uczniów.

Adresa

Prof. dr hab. Edyta Gruszczyk-Kolczyńska
Akademia Pedagogiki Specjalnej im. Marii Grzerorzewskiej
ul. Szczęśliwicka 40
02-353 Warszawa
e-mail: *edyta.g.k@gmail.com*

Dr hab., prof. UR Stanisław Domoradzki
Uniwersytet Rzeszowski
Wydział Matematyczno-Przyrodniczy
ul. prof. S. Pigonia 1
35-959 Rzeszów
e-mail: *domoradz@ur.edu.pl*

---

national Symposium on Elementary Math Teaching SEMPT'95, Charles University, Faculty of Education, Prague, 1995), *Rozwój wiedzy matematycznej* (Roczniki Polskiego Towarzystwa Matematycznego, seria 5, Dydaktyka matematyki, nr 19/1997), *Vyučování matematice orientované na budování schémat: aritmetika 1. stupně* (Univerzita Karlova v Praze, Pedagogická fakulta, Praha, 2014).

[43] Swoboda E., *Przestrzeń, regularności geometryczne i kształty*, Wydawnictwo Uniwersytetu Rzeszowskiego, Rzeszów, 2006.

[44] Gruszczyk-Kolczyńska E., Zielińska E., *Dziecięca matematyka. Dwadzieścia lat później*, Wydawnictwo CEBP, Kraków, 2015.

[45] Koncepcje te obejmują programy edukacyjne, podręczniki dla nauczycieli i rodziców. Organizuje się też kształcenie nauczycieli w formie studiów podyplomowych, aby skorygować ich wiedzę i umiejętności geometryczne oraz nauczyć ich kierować edukacją potrafili skutecznie prowadzić dzieci od intuicji do zarysu pojęć geometrycznych.

[46] Zasygnalizowana tu koncepcja kształcenia dzieci przedszkolnych przedstawiona jest w publikacjach *Wspomaganie rozwoju umysłowego oraz edukacja matematyczna dzieci w ostatnim roku wychowania przedszkolnego i w pierwszym roku szkolnej edukacji. Cele i treści kształcenia, podstawy psychologiczne i pedagogiczne oraz wskazówki do prowadzenia zajęć z dziećmi w domu, w przedszkolu i w szkole* (Gruszczyk-Kolczyńska E. (red.), Wydawnictwo Edukacja Polska, Warszawa, 2009), *Starsze przedszkolaki. Jak skutecznie je wychowywać i kształcić w przedszkolu i w domu* (E. Gruszczyk-Kolczyńska (red.), Wydawnictwo CEBP, Kraków, 2014).

[47] Oto publikacje, w których zawarta jest koncepcja opisanego sposobu prowadzenia geometrycznego kształcenia w pierwszym roku szkolnej edukacji *Edukacja matematyczna w klasie I. Książka dla nauczycieli i rodziców. Cele i treści kształcenia, podstawy psychologiczne i pedagogiczne oraz opisy zajęć z dziećmi* (Gruszczyk-Kolczyńska E. (red.), Wydawnictwo Centrum Edukacyjne Bliżej Przedszkola, Kraków, 2014), *O dzieciach matematycznie uzdolnionych, książka dla rodziców i nauczycieli* (Gruszczyk-Kolczyńska E. (red.), Wydawnictwo Nowa Era, Warszawa, 2012).

MATEMATIKA A NÁRODNÍ CHARAKTER: POHLED Z ČÍNY

JIŘÍ HUDEČEK

Abstract: Japanese mathematician Kinnosuke Ogura, influenced by Marxism, criticized in 1935 Ludwig Bieberbach's racist typology of mathematical styles as ahistoric. Ogura was frequently translated into Chinese, his criticism of Bieberbach even twice, once by a Communist-leaning intellectual, once by the future head of the Kuomintang Secret Service. As the topic of national character of science was discussed in China, the German example served as a warning against excesses of nationalism.

1 Úvod

1.1 Národní charakter matematiky v Německu a Východní Asii

Dějiny matematiky jednotlivých zemí a kultur před 2. světovou válkou často operovaly s představou kulturní nebo národní esence, která se do matematiky měla promítat. Nechvalně známým vrcholem této tendence byly rasové teorie Ludwiga Bieberbacha (1886–1982), který ve 30. letech postuloval existenci dvou stylů matematiky, konkrétního árijského a abstraktního románsko-židovského. Bieberbach pro svou vizi árijské matematiky v německé matematické komunitě ani mezi německými historiky matematiky nenašel významnější příznivce [1], ale jeho pokus přesto vzbudil značnou pozornost daleko za hranicemi Německa.

O Bieberbachovi v roce 1935 psal japonský, k historickému materialismu tíhnoucí historik Kinnosuke Ogura (1885–1962), jehož články byly téhož roku přeloženy do čínštiny. Ogura Bieberbacha představil jako varovný příklad zdůrazňování národní esence a kritizoval japonské kolegy za podobné tendence. Toto téma rezonovalo i v Číně, která z japonské historiografie často čerpala. Ogurovu článku se tak dočkalo větší pozornosti než jeho jiným dílům, které zaujaly především historiky jako příklad aplikace historicko-materialistické metody na vývoj čínské, japonské i světové matematiky.

1.2 Ludwig Bieberbach a hnutí za německou matematiku

Ludwig Bieberbach se mezi lety 1910 a 1920 vyznamenal na poli komplexní analýzy a v roce 1921 se stal řádným profesorem na Berlínské univerzitě. Spolu s L. E. J. Brouwerem prosazoval intuicionismus proti formalismu a projevoval se jako vyhraněný nacionalista. V letech 1933–1934 propojil svoji filozofii matematiky s psychologickou typologií Ericha Jaensche a rasovými teoriemi Hanse Günthera. Jeho přednáška „Struktura osobnosti a matematická tvorba“ rozdělila matematiky do dvou základních typů, S (Strahl, paprsek) a I (Integration), podle toho, zda jejich tvorba byla či nebyla odtržená od reality a zaměřená do oblasti čistých idejí. Typ S označil za škodlivý skutečné vědě a ve svém důsledku nehumánní. Jeho sílící zastoupení v moderní matematice pak přisoudil románským (francouzským) a židovským vlivům, protože tyto rasy a kultury měly mít k tomuto stylu největší sklony. Zároveň vyzval ke kultivaci čistě německé matematiky, která svému národu nejlépe poslouží tvorbou ve stylu I spojeném s praxí a odpovídajícím národní povaze. Poté, co selhal jeho pokus stát se vůdcem Jednoty německých matematiků, založil s kolegy podobných názorů časopis Německá matematika, ve kterém propagovali nacistickou ideologii [2].

2 Kritika Bieberbacha a její ohlasy v Číně

2.1 Kinnosuke Ogura a jeho kritika L. Bieberbacha

Kinnosuke Ogura byl japonský matematik, historik a didaktik matematiky. Vystudoval Tokijskou císařskou univerzitu a později působil na Severovýchodní (Tóhoku) císařské univerzitě v Sendai, na Ósacké lékařské univerzitě a nakonec (od roku 1940) na Tokijské univerzitě přírodních věd. V letech 1919–1922 studoval ve Francii mj. u Jacquesa Hadamarda. Historií matematiky se začal zabývat na konci 20. let, pod vlivem Georgije Plechanova zkoumal zejména společenskou roli a třídní souvislosti matematiky. Prosazoval také reformy výuky matematiky, které by ji učinily přístupnou pro co nejširší vrstvy lidí. Navzdory svému zájmu o historický materialismus (spoluzakládal v roce 1932 Společnost pro studium materialismu [3]) nebyl politicky vyhraněný a během 2. sv. války se angažoval v Asociaci pro podporu trůnu (Taisei jokusankai). V roce 1946 byl naopak zvolen prezidentem levicové Asociace demokratických vědeckých pracovníků [4].

Ogurův zájem o výuku matematiky, francouzská zkušenost a inklinace k historickému materialismu ho vedly k velmi ostrému odsudku Bieberbachovy typologie a jejího politického zneužívání. V listopadu 1935 vydal v liberálním časopise *Čójó kóron* podrobný rozbor Bieberbachových tezí pod názvem „Matematika a národní charakter“ (Súgaku to minzokusei) [5]. Uznal, že matematika má „jako každá součást kultury“ svůj národní charakter, ale chtěl vystoupit proti Bieberbachovým konkrétním tezím a argumentům, mj. protože i v Japonsku se objevily úvahy o japonském národním charakteru v matematice.

Ogura zrekapituloval starší typologie matematických stylů Henriho Poincarého a Felixe Kleina. Ačkoliv i tyto typologie v zásadě odmítl jako „mechanické“ a „nepodložené“, posloužily mu jako důkaz, že Bieberbachovo zařazení konkrétních matematiků do stylů S a I (v jeho notaci J) je umělé a v rozporu s hodnocením samotného Kleina, ke kterému se Bieberbach hlásil jako k velkému učiteli. Bieberbachova paušální identifikace francouzské matematiky s abstraktním, světu a aplikaci vzdáleným stylem S byla podle Ogury založena jen na jedné pasáži, kde si Poincaré stěžoval na styl prací Clarka Maxwella, psaných z empirických pozorování a nikoli prvních principů; ignorovala přitom typicky francouzské propojení matematiky a aplikací od Desarguesa přes Monge a Ponceleta až po samotného Poincarého, který se zabýval také astronomií a fyzikou. Pro Bieberbacha archetypální židovský matematik Carl Jacobi, píšící údajně v kontrastu s C. F. Gaussem ve stylu S, byl podle Ogury typický syntetik, což dokazoval i jeho pokorný obdiv ke Gaussově „nepřekonatelnému rigoróznímu stylu“. Naopak nejskvělejší němečtí matematici 19. a 20. století Weierstrass a Hilbert zjevně tvořili „logickým“ nebo „analytickým“ stylem. Bieberbach je pro německou národní matematiku zachránil jen za cenu „značných sofistických cvičení“. Ogura také poznamenal, že to byli právě němečtí matematici, kdo stvořili moderní abstraktní algebru, a britský spíše induktivní a empirický přístup k matematice kritizoval nejen Henri Poincaré, ale i Felix Klein.

Ogura si byl plně vědom účelovosti Bieberbachových tezí. Svou analýzu uzavřel řečnickou otázkou: „Profesore Bieberbachu […], když říkáte, že Hilbert je typu I a Poincaré typu S, říkáte to ve jménu ‚pravdy‘, nebo ve jménu ‚politické diktatury‘?“ Přesto se k jeho tezím vyjádřil i meritorně. Konstantní esenciální typologii národních matematických stylů odmítl jako ahistorickou; matematika typu I podle něj byla reakcí na potřeby raného novověku, zatímco vyzrálá buržoazní společnost po Francouzské revoluci vedla k přesunu k „čisté matematice“, nejprve právě v Německu a teprve později ve Francii. Marxistické analýze podrobil i samotné hnutí za německou matematiku: vyjadřovalo zájmy německé buržoazie – orientaci matematiky na praktické úkoly, aby se vyřešila hospodářská krize. K omezení akademické svobody se hodilo poukázat na rasovou kartu, přestože pro spojení čisté matematiky (typu S) s konkrétními národy a rasami nebyly skutečné důvody.

V závěru se Ogura vyjadřuje ke zkoumání národního charakteru japonské matematiky. Přiznává, že taková otázka může mít svůj smysl, ale s jistým pobavením si všímá protichůdných odpovědí na ni od dvou japonských autorit. Dairoku Kikuči (1855–1917), první japonský matematik s doktorátem z Cambridge, napsal, že japonští matematici se vždy zabývali nejvíce čísly, a přičetl to „rasovému založení“. Naopak významný historik čínské a japonské matematiky Jošio Mikami (1875–1950) tvrdil, že japonská matematika se vždy klonila ke geometrickému stylu proti algebraickému. Podle Ogury je hlavní ptát se na historický kontext a sociální poměry, v nichž matematika vznikala. Např. stylové rozdíly mezi čínskou matematikou a japonským wasanem vysvětloval tím, že wasanu se věnovali převážně samurajové jakožto zábavě, zatímco čínskou matematiku pěstovali spíše císařští úředníci, a proto měla užší vztah k veřejným stavbám, výběru daní apod. V moderní době Japonsko jako všechny kapitalistické země pěstuje matematiku, která je čím dál více abstraktního typu S. Historické vlivy kultury a národní povahy by neměly být aplikovány na dnešek, varoval Ogura v závěru, ve snaze „přivést k zamyšlení potenciální japonské Bieberbachy.“

2.2 Čínské ohlasy Ogurových prací

Marxistická historická metoda byla v Číně široce respektovaná i antikomunisty. Díky tomu si již na začátku 30. let všimli Kinnosuke Ogury, když byl v roce 1932 do čínštiny přeložen jeho článek “Společenská povaha aritmetiky: Sociálně-ekonomické poměry Anglie 16. století zachycené v aritmetických knihách”. Ještě větší ohlas měly jeho další články z roku 1934 „Internacionalizace dálněvýchodní matematiky a průmyslová revoluce“ a „Společenská povaha čínské matematiky“, které byly téhož roku přeloženy do čínštiny a vyšly ve významných čínských periodikách. Ogura si také začal dopisovat s nejvýznamnějším čínským historikem matematiky 20. století Li Jenem (1892–1963) [6]. V roce 1936 vyšly překlady dalších článků o výuce matematiky a o teorii „hydraulické společnosti” v tradiční Číně německého marxistického sociologa Karla Wittfogela.

Většinu těchto překladů vytvořil Wu Cao-si (1904–1979), radikální aktivista a novinář, který studoval na začátku 30. let v Japonsku a byl v roce 1933 vyhoštěn za účast na protimilitaristických demonstracích. Později organizoval „jednotnou frontu” a šířil vliv Komunistické strany Číny mezi intelektuály [7]. Ogurův vliv však nebyl omezen jen na okruh marxistů; konkrétně článek „Matematika a národní charakter“ vyšel nejen ve Wu Cao-sim vedeném levicovém měsíčníku „Vědecké noviny“ (*Kche-süe Š‘-pao*), ale i v důležitém časopise vládnoucího Kuomintangu „Tříděné aktuality“ (*Š‘-š‘ lej-pien*), pro nějž ho nezávisle přeložil Je Siang-č‘ (1912–2001), pozdější hlava Čankajškovy vojenské rozvědky [8]. V Číně právě v této době zaznívaly výzvy k „Budování čínské kultury na domácích základech“, povědečtění čínské tradice apod. Po Li Jenovi nejvýznamnější historik čínské matematiky, Čchien Pao-cung, se v polovině 30. let také intenzivněji zabýval charakterem čínské matematiky a tím, jak si jej po staletí udržela. Mimořádný zájem o téma národního charakteru vědy lze tak vysvětlit nejen bojem marxistů proti fašismu a idealistické historiografii vědy, ale také obecnější snahou uvědomit si úskalí přehnaného nacionalismu, zejména v jeho dopadu na rozvoj vědy.

3 Závěr

Ogura při své kritice L. Bieberbacha zjevně neznal jeho komplikované vztahy s ostatními německými matematiky, které ovlivnily strukturu jeho typologie. O to efektivnější však jeho kritika byla v japonském i čínském prostředí. Zájem o ni zřejmě souvisí – zejména v Číně – s všeobecným odhodláním učit se nejlepší soudobé poznatky bez ohledu na jejich původ. Číňané odmítali zveličování a zobecňování kulturních rozdílů a rozbíjení mezinárodní matematické komunity.

Literatura

[1] Folkerts M., Scriba C. J., Wussing H.: *Germany*, in Dauben J. W., Scriba C. J.: *Writing the History of Mathematics: Its Historical Development*, Bikrhäuser, Basel, 2002, str. 109–150.

[2] Segal S.: *Mathematicians under the Nazis*, Princeton University Press, Princeton, 2014, str. 336–418.

[3] Uikipedeija (Furí hjakka džiten): *Ogura Kinnosuke* [online]. Poslední revize 4. října 2015 [cit. 1. 5. 2016].

https://ja.wikipedia.org/wiki/小倉金之助

[4] Tetu M.: *The Mathematician K. Ogura and the „Greater East Asian War“*, in Booß-Bavnbek B., Høyrup J.: *Mathematics and War*, Birkhäuser, Basel, 2003, str. 326–35.

[5] Ogura K.: *Súgaku to minzokusei*, Čójó kóron 11[1935], nestr. Čínské překlady: *Šu-süe jü min-cu-sing*, překl. Je Siang-č‘, Š‘-š‘ lej-pien 22(1935), str. 45–55; *Šu-süe jü min-cu-sing*, překl. Wu Cao-si, Kche-süe š‘-pao 11(1935), str. 1–11.

[6] Li J.: *C‘-sü*, in Li J.: *Čung-kuo suan-süe š‘*, Šang-wu jin-šu-kuan, Šanghaj, 1937, str. 1.

[7] Kuo S.: *Wu Cao-si čuan* [online]. Aktualizace 18. května 2015 [cit. 1. 5. 2016].

http://www.cq93.gov.cn/html/xwpd/History/ssyj/3565.html

[8] Čching-nien ž‘-pao: *Ta-lüe siung-cchaj Je Siang-č‘ ťien-lü san ta te* [online]. Poslední revize 13. března 2015 [cit. 1. 5. 2016].

http://tinyurl.com/jmx4tjx.

Adresa

Mgr. Ing. Jiří Hudeček, Ph.D.
Ústav Dálného východu
Fakulta filozofická
Univerzita Karlova v Praze
Nám. Jana Palacha 2
116 38 Praha 1
e-mail: *jiri.hudecek@ff.cuni.cz*

KDO BYL ABRAHAM?

ZDENĚK KOSINA

Abstract: Everyone trying to study the life of biblical Abraham is likely to encounter grave time contradictions, which put historical authenticity of this first and the most important patriarch in doubt. The article presents a rather daring hypothesis suggesting that the existence of Abraham might be vindicated as long as we admit that he was born not in Chaldean Ur, but in a much older and far more eastward location in Indian Punjab. Surprisingly, this hypothesis is corroborated by a number of facts traceable in the Bible, as well as in the works of early Christian theologists, influenced by Pythagorean, Platonic and Neoplatonic thoughts.

Kdo byl praotec Abraham a odkud pocházel

Osoba patriarchy a prvního proroka Abrahama tvoří spojnici tří velkých světových monoteistických náboženství: židovství, křesťanství a islámu. Tato náboženství odedávna soupeřila o to, kterému z nich Abraham patří. Teprve v poslední době nacházíme pokusy hledat i to, co ona náboženství spojuje. Hovoří se o „abrahámovských mostech“, případně o „abrahámovské ekumeně“.

Jednou z nejcitlivějších otázek, které jsou už dlouho předmětem mnoha úvah i vědeckých prací, je problém, zda byl Abraham historickou postavou nebo zda se jedná jen o teologický konstrukt. Bible hovoří o Abramovi (jemuž dal Bůh později jméno *Abraham*) v knize Genesis (Gn 11, 31) takto:

I vzal Terach svého syna Abrama a vnuka Lota, syna Háranova, a snachu Sarai, manželku svého syna Abrama, a vyšli spolu z Khaldejského Uru. Cestou do země Kananské přišli do Cháranu a bydleli tam. [1]

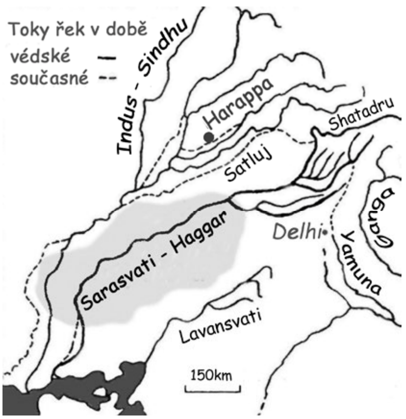
Je nesnadné určit, ve kterém roce se tak stalo, neboť biblických chronologií existuje celá řada. Jednou z těch nejčastěji užívaných je dílo biskupa Usshera z Armaghu (1581–1656) *Annalium pars posterior* publikované poprvé roku 1654. Podle něj byl Adam stvořen v roce 4004 př. n. l. a Abraham byl vyzván Bohem k odchodu z Khaldejského Uru roku 1921 př. n. l. Khaldea byl název jižní části Babylónie – dnešního jihovýchodního Turecka, kde se jméno *Khale* dosud připomíná v řadě lokalit, např. ve známých termálních lázních *Pamuk-khale*.

Uvedení zmíněné doby odchodu Abrahama do reálných historických souvislostí je značně problematické. Khaldejské kmeny spolu se Skýty a Médy v roce 612 př. n. l. dobyly Ninive, hlavní město Novoasyrské říše, a na jejích základech vybudovaly Novobabylónskou říši s hlavním městem Babylónem. V něm vládla dynastie Khaldejců od roku 625 př. n. l. do rozpadu říše v roce 539 př. n. l.

Problematická je také lokalizace místa Abrahamova původu. Slovo *Ur* neznamenalo totiž původně nic jiného než „město“ (odtud latinsky *Urbs*). Takto označených starověkých míst našli archeologové několik. Za biblický *Ur* je tradičně pokládáno město, které leží na jihovýchodě dnešního Iráku – jedno z nejvýznamnějších center sumerské říše. Toto město lze však nazývat Urem Khaldejským teprve poté, kdy se vlády v Babylónii chopila dynastie Khaldejců, tedy v relativně krátkém období 86 let po roce 625 př. n. l.

Vyprávění o cestě Abrahama a jeho příbuzných z Uru Khaldejců do Cháranu je tedy třeba datovat nejspíše do období vlády posledního novobabylónského krále khaldejské dynastie Nabonida. Ten za své vlády mezi lety 556 až 539 př. n. l. upozadil kult národního boha Marduka a pod vlivem své dominantní matky se přiklonil k měsíčnímu bohu Sínovi, jehož hlavní chrámy byly právě v Uru a v městě Cháranu, kde se Abraham podle Bible přechodně usadil. Vláda krále Nabonida byla ukončena, když Novobabylónskou říši, oslabenou vnitřními rozpory, dobyli Peršané pod vedením krále Kýra II. v roce 539 př. n. l. Jak je známo, byl to právě Kýros, kdo propustil z padesátiletého babylónského zajetí Židy. Ti byli odvlečeni z Judeje do Babylónie jako váleční zajatci roku 587 př. n. l., když chaldejský král Nabukadnesar II. vyplenil Judsko a v Jeruzalémě rozbořil mimo jiné i první židovský (Šalamounův) chrám.

Pokud bychom přijali za platné tvrzení, že Abraham vyšel z Uru (ovládaného Khaldejci teprve od 7. století př. n. l.), dospěli bychom k nevysvětlitelnému paradoxu: Přestože o starozákonním příběhu Mojžíšova vyvedení Izraelitů z Egypta egyptské prameny mlčí, shodují se historikové na tom, že pokud k tomuto exodu došlo, bylo to za nejspíše za vlády faraóna Merneptaha či Ramese II., tedy v letech 1290–1214 př. n. l. Z toho by však plynul absurdní závěr, totiž že praotec Abraham se nenarodil sedm století před Mojžíšem, ale naopak až šest století po něm (!). Jestliže tedy akceptujeme konvenční ussherovskou starozákonní chronologii, pak na základě rozporů datování biblických a historických událostí nezbývá, než Abrahamovu autentičnost zpochybnit. A přesně to činí někteří religionisté, kteří v jeho osobě spatřují pouze postavu mytologickou.



Možností, jak existenci Abrahama obhájit, je připustit, že nepocházel v Khaldejského Uru, ale z nějaké lokality o cca 1300 let starší. Z několika existujících hypotéz zvolme tu nejzajímavější. Podle ní biblický otec Abraham mohl být jedním z mnoha obyvatel indického Paňdžábu, kteří odtud odešli na západ právě na zmíněném počátku druhého tisíciletí př. n. l. Důvodem tohoto dávného „stěhování národů“ byl zánik vysoce vyspělé harappské civilizace nazvané podle města Harappa, které leželo na severním pomezí dnešní Indie a Pákistánu. Součástí této civilizace bylo i proslulé město Mohenžodaro pocházející z 3. tisíciletí př. n. l.

K masovému exodu obyvatelstva z této oblasti došlo v důsledku drastické proměny klimatických podmínek, které vyvolaly změny původních toků životodárných řek Sindhu (dnešní Indus) a Sarasvatí. Příčinou toho byly mohutné tektonické otřesy, které ve 20. století př. n. l. území Paňdžábu zasáhly. Výsledné sucho, neúroda a hlad pak vyháněly lidi z jejich domovů.

Hypotézu, že část prchajícího lidu putovala odtud až na území dnešního Izraele, podporuje několik dochovaných písemných památek v sanskrtu i v řečtině. Podle židovského historika a teologa Josepha Flavia (37–100) zastával již slavný řecký filosof Aristoteles názor, že Židé jsou totožní s indickými Kalanity. Aristotelův žák – filosof Clerchus ze Soli, žijící ve 3. – 4. století př. n. l., který při svých dalekých cestách až do východní Baktrie studoval perskou a indickou filosofii, potvrdil, že tento lid pochází z náboženské sekty, která je v Indii nazývána Kalanité a v Syrii Judeici.

Za město Cháran, kde se Abraham dle Bible cestou do Kananu přechodně usídlil, je tradičně pokládán dnešní Hárran v jihovýchodním Turecku, nedaleko Syrských hranic. Mohlo jím však být i některé z jiných měst téhož jména, kterým se dodnes nazývají nejméně tři lokality na severu Persie. Bez ohledu na objektivně už asi nezjistitelnou geografickou lokalizaci biblického Cháranu se v knize Genesis dočteme, že ve svých 75 letech Abraham zde byl vyzván, aby opustil svého otce Teracha a odešel odtud do země Kanan, kterou se Bůh rozhodl dát jeho potomkům.

Jak je psáno v knize Genesis (Gn 15, 18), Bůh k němu hovoří takto: *Tuto zem dávám tvému semeni; od Egyptské řeky až po tu velikou řeku, řeku Eufrat: Kenijce, Kenizejce a Kadmonce, Chetejce, Perizejce, Refajce, Emorejce, Kananejce, Girgašejce a Jebusejce.*[1]

Abraham uposlechl a společně se svým synovcem Lotem vstoupil do země, kterou již tehdy obýval zmíněný početný lid, jehož společným prapředkem byl údajně *Kanan* – dle Starého zákona syn Chama a vnuk praotce Noema.

Za povšimnutí stojí, že *Kanan* je v klasické indické tamilštině jedním ze dvou jmen boha Krišny. Na obrazech i plastikách je Krišna/Kanan často doprovázen božstvem Šri Sudaršana Čakra, jehož zobrazovaným atributem je šesticípá hvězda připomínající hvězdu Davidovou. I tento fakt podporuje „naši smělou“ hypotézu o indickém původu obyvatel oblasti Kananu.

Podle Bible se v zemi Kananské Abraham usídlil v Hebronu, kde *Bůh byl po celou dobu s ním*, a učinil ho bohatou a významnou osobností. V Hebronu žil tento patriarcha až do své smrti – zemřel ve věku 175 let. Zde ho pak jeho synové Izmael a Izák společně pochovali v jeskyni Machpelach vedle jeho 127-leté první ženy Sary (Gn 25, 9).[1]

Ve všech až dosud učiněných popisech událostí jsme vycházeli jednak z archeologických nálezů, ale hlavně ze židovských náboženských tradic. Z několika zachovaných nápisů lze sice usuzovat, že na území Kananu se již mezi 10. a 6. století používalo tzv. paleohebrejské písmo založené na písmu fénickém, žádné ucelené texty však v něm nevznikly. Až do 6. století př. n. l. se náboženské tradice předávaly patrně jen ústně. Tyto tradice tvoří obsahový základ pěti knih, řecky nazývaných *Pentateuch*, hebrejsky *Chamiša chumšej Tora* („Pět pětin Tóry“). Jejich překlad z řečtiny do latiny se pak stal pro křesťany základem *Pěti knih Mojžíšových Starého zákona*. Moderní badatelé (M. Rose, J. van Seters, N. Whybray) dospěli k závěru, že základem Tóry je tzv. „Deuteronomické dějepisné dílo“ vzniklé kolem roku 560 př. n. l., tedy až během pobytu Židů v babylónském zajetí.[2, 3]

Některé pozoruhodné podobnosti událostí, které jsou popsány v Tóře, s babylónskými mýty vedou k úvaze, že text Tóry byl velmi pravděpodobně těmito mýty do značné míry ovlivněn. Na podporu tohoto tvrzení bývají nejčastěji uváděny nápadné podobnosti příběhů postav *Noe – Utnapištim*, *Mojžíš – Sargon Akkadský* aj. Zdá se však, že Tóra byla inspirována i legendami ze vzdálenější Indie.[4, 9]

Základem filosoficko-náboženských představ, na nichž spočívají staroindické mýty, jsou spisy zvané *Védy*. Samotné slovo *véda* je odvozeno ze sanskrtského kořenu *vid* a znamená vědění, poznání pravdy. V těchto prastarých filosoficko-náboženských textech, sepsaných již před rokem 1500 př. n. l., hraje hlavní roli bůh *Bráhma*, kterému v konceptu *Trimúrti* (ústřední hinduistické božské trojice *Bráhma, Višnu a Šiva*) náleží úloha stvořitele vesmíru. Pozoruhodné souznění jmen *Bráhma – Abrahám* a jména Bráhmovy božské manželky *Sara-svátí* se jménem Abrahamovy ženy zvané *Sara* naznačuje, že nejde jen o náhodnou shodu. Jména *Bráhma* i *Abraham* jsou v psané formě, která obsahuje jen souhlásky, shodná: *BRHM*.

Ve svém dvousvazkovém díle *Anacalypsis* uvádí britský religionista a historik Godfrey Higgins (1772–1833), že na tyto zarážející podobnosti uvedených jmen upozornili poprvé jezuitští misionáři, kteří v Indii působili.[5]

Analogie pokračuje tím, že jak *Sara-svátí*, tak i *Sara* byly nejen ženami, ale současně i pokrevními příbuznými svých manželů. Abraham, který podle Bible nejprve ze strachu o vlastní život prohlašuje Saru za svou sestru, a umožňuje tak gerarskému králi Ambimelekovi úmysl vzít si ji za konkubínu (Gn 20, 2); později však připouští, že Sara je jak jeho sestrou, tak i manželkou (Gn 20, 12).[1]

Ani zde však pozoruhodné podobnosti nekončí. V indické mytologii je Bráhmova žena Sara-svátí pokládána (mimo jiné) i za správkyni nebeských vod. Hovoří se o mohutné řece, která byla podle ní kdysi pojmenována (viz mapka uvedená výše). Podle názoru historiků, např. indického prof. A. V. Sankarana (1925–2001), kteří se opírají mj. i o satelitní snímky území Paňdžábu, je řeka *Sarasvatí* identická s dosud existující, byť nyní periodicky vysychající řekou *Haggar,* která protéká pouští Thar. Zde se nabízí shoda názvu této řeky se jménem *Hagar*, služebné Abrahamovy první ženy Sary a matky jeho prvorozeného syna Izmaela. Pozornost lingvistů budí i jména obou Abrahamových synů Izáka a Izmaela, hebrejsky *Ishaak* a *Ishmael.* Ta jsou sanskrtu blízká jménům *Ish-akhu* = „přítel Šivy“ a *Ish-mahal* = „Velký (je) Šiva“. Jak bylo řečeno, bůh Šiva je jedním z uvedené hinduistické božské trojice. Byl však uctíván v oblasti harappské kultury již v předhinduistickém období.

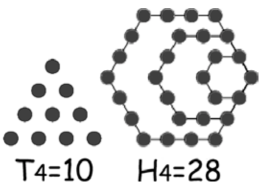
Názory na to, zda a nakolik bylo původní ústní znění Tóry i její písemné zpracování ovlivněno indickými Védami, se mezi historiky i religionisty velice liší. Je však jisté, že judaismus se ubíral vlastními duchovními cestami, neboť se v něm neuplatnila doktrína převtělování – tzv. *samsára* věčné duše, zvané *atmá*. Tento koncept je přitom vlastní všem hinduistickým náboženstvím, která jsou založena na *Védách* a ideově vycházejí ze staroindických nábožensko-filosofických spisů zvaných *Upanišády*.

Ti, kdo se v době vzniku Tóry k myšlence reinkarnace v 6. století př. n. l. naopak silně přikláněli, byli starořečtí filosofové. Nejznámějším stoupencem konceptu převtělování byl Pythagoras ze Samu (cca 570–505 př. n. l.). Ten je díky své větě o pravoúhlém trojúhelníku znám dnes hlavně jako matematik a fyzik, ve své době byl však především jedním z nejvýznamnějších řeckých filosofů. Ve svých mladších letech cestoval po celém Řecku, Egyptě, perské Baktrii a pravděpodobně i po západní Indii, kde se mohl seznámit s bráhmanskou filosofií. V 40 letech se usadil v kalabrijském Crotonu, kde založil svoji školu.

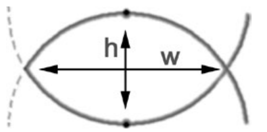
Jeho následovníci „Pythagorejci“ měli velký vliv na utváření dalšího, ještě známějšího filosofického směru, jemuž dal jméno Pythagorem ovlivněný Sokratův žák Aristoklés, zvaný Platón (*Široký*) (427–347 př. n. l.), který je mnohými pokládán za největšího filosofa vůbec. Platonismus hrál významnou roli v utváření původních teologických základů křesťanství, do něhož patrně vnesl i koncept reinkarnace (transmigrace duše), který nalezl v prvotním křesťanství svou relativně širokou a dlouhotrvající odezvu. Jedním z jeho významných zastánců byl počátkem 3. století proslulý alexandrijský lingvista a teolog, neoplatonista Órigenes (185–253). Podle něj je každá duše věčná a může žít v různých, po sobě jdoucích existencích. Duším se v nich naskýtá svobodná možnost Boha přijmout či odmítnout, a padnout tím z platónského světa idejí do světa hmotného. V některých pracech (např. *Perí Archón*) Órigenes akceptuje i védské principy karmy a dharmy, tedy že za špatné skutky budeme potrestáni špatnými podmínkami v příštím životě, a naopak.

Konec šíření Órigenových myšlenek učinil až tři století po jeho smrti koncil svolaný císařem Justiniánem (482–565) do Konstantinopole v roce 553. Na tomto koncilu bylo učení o preexistenci duší a o jejich reinkarnaci označeno za blud a jeho šíření bylo zakázáno pod trestem smrti. Stalo se tak i přesto, že sám tehdejší papež Vigilius (537–555) označení Órigena za kacíře na základě císařova ediktu z roku 543 odmítl podepsat. Papež byl císařem uvržen do vězení a koncil vydal svá usnesení bez něho. Órigenovy řecky psané práce zmiňující reinkarnaci byly nahrazeny latinskými překlady, které se od originálů značně lišily.

Vedle reinkarnace bylo tehdy z náboženských spisů cíleně vymýceno i vše ostatní, co do nich od Pythagorejců byť jen náznakem proniklo. Mezi vzácné výjimky patří příběh z Janova evangelia (Jan 21, 4–10)[1], který lze shrnout takto: Po celodenním neúspěšném rybolovu přišel mezi učedníky nepoznán sám vzkříšený Ježíš a řekl jim, aby vhodili síť do vody na opačné straně lodi než dosud. Poté, co to učinili, chytilo se do sítě množství velkých ryb, jichž učedník Petr napočítal přesně 153. Velmi podobný příběh se objevuje v Pythagorově životopisu, který sepsal neoplatonista Iamblichos z Chalkidy (245–325)[6]. Podle něho se v roce 530 př. n. l. Pythagoras cestou do Crotony setkal na kalábrijském pobřeží s rybáři, kteří právě vytahovali z moře síť s úlovkem. Věhlasný počtář se s nimi vsadil, že v síti napočítají určitý počet ryb, a tak se také stalo. Z kontextu vyplývá, že i zde se jednalo o 153 ryb.



Pro Pythagorejce, okouzlené číselnou mystikou, bylo číslo 153 posvátné, protože se v něm potkává několik vlastností. Je číslem „trojúhelníkovým“ $T_{17}=153$, a současně i číslem „šestiúhelníkovým“ $H_9=153$. Fascinovalo je pak i tím, že je součtem třetích mocnin číslic, jež ho tvoří, tedy že $153 = 1^3+5^3+3^3$. Mimo zmíněné vlastnosti je však na tomto čísle pozoruhodné také to, že je čitatelem zlomku, jenž velmi přesně aproximuje $1/\sqrt{3}$.[7] Je to zlomek 153/265, který řecký matematik Archimédes (287–212 př. n. l.) nazýval *Míra ryby*, neboť je poměrem *h/w* na obrázku „ryby“ (mystického symbolu zvaného *piscis*) vzniklém protnutím dvou stejných, o poloměr posunutých kružnic. Číslo 153 se pak nazývalo *číslem ryby* a vzhledem k homonymitě výrazů *číslo-počet* (viz např. angl. *number*) mohlo být ve zmíněných příbězích interpretováno i jako *počet ryb.*



Symbol ryby byl pro astrology v době, kterou nyní chápeme jako přelom letopočtu, velmi důležitý. Na své dlouhé, cca 26 000 leté pouti souhvězdími zvěrokruhu totiž tehdy vstupoval tzv. *Jarní bod,* ležící na průsečnici světového rovníku s rovinou zemské ekliptiky, do souhvězdí Ryb. Pro Zemi tím počínala *Éra* (či *Věk*) *Ryb* navazující na předchozí astrologickou *Éru Berana*. Koincidence astrologického přechodu Země do *Éry Ryb* s narozením Ježíše Krista je pro mnohé religionisty logickým vysvětlením, proč se ryba stala na dlouhou dobu původním symbolem křesťanství. Jelikož byla v prvních stoletích astrologie považována za pohanskou nauku, bylo v církvi postupně přijímáno alternativní vysvětlení symbolu ryby, a sice to, že jednotlivá písmena slova ΙΧΘΥΣ – ICHTHYS (*ryba*) se shodují s počátečními písmeny Kristova titulu *Iesous*

Christos Theou Yios Soter – Ježíš Kristus Boží Syn Spasitel. Hlavním křesťanským symbolem zůstala ryba až do 3. století. Až ve 4. až 6. století pak postupně začal rybu nahrazovat kříž. Ten však mnozí prvotní křesťané jako symbol svého náboženství odmítali, zejména proto, že kříž jako popravčí nástroj (podobně jako třeba šibenice) neodpovídal prezentaci Kristova evangelia jako „radostné zvěsti". Čtyřramenný kříž jim byl navíc znám jako starý pohanský symbol slunce, který podle nich nemohl Ježíšovu smrt symbolizovat ani proto, že Římané k popravám tehdy používali téměř výhradně tzv. *crux commissa*, který měl tvar písmene T.

Vraťme se na závěr k postavě starozákonního Abrahama. Třebaže Židé i muslimové pokládají Abrahama za svého společného praotce, jsou mezi podáními jeho osobnosti v židokřesťanské a v islámské tradici určité odlišnosti. V Koránu[8] je Abraham uváděn pod arabským jménem Ibrahim a Hagar zde není otrokyní jeho ženy Sary, ale jednou z jeho několika právoplatných manželek. Porodila mu prvorozeného syna Izmaela, který byl podle islámské víry tím, koho byl Ibrahim na Boží příkaz připraven obětovat na hoře Moria.

Za důkaz tohoto sporného tvrzení pokládají muslimové Boží pochvalu Ibrahima za to, že mu neodepřel obětovat svého – jak je doslovně psáno i ve starozákonní knize (Gn 22, 12)[1] *„jediného syna"*. Logicky vzato, pokud měl v té době Ibrahim pouze jediného syna, musel jím být prvorozený syn Izmael, jehož o 14 let mladší bratr Izák se patrně ještě ani nenarodil. Židé ani křesťané to nepopírají, argumentují však veršem (Gn 22, 2)[1], kde je sice rovněž psáno *Vezmi svého syna, svého jediného syna*, ale pak následuje vsuvka: *kterého miluješ – Izáka.* Z toho by ovšem plynul podivuhodný závěr, že jediným synem, kterého Abraham miloval, byl druhorozený Izák, zatímco prvorozeného syna Izmaela nemiloval (?).

Buď jak buď, tato událost je každoročně slavena při druhém největším islámském svátku Íd al adhá, *Svátku oběti.* Tento svátek se koná na paměť Izmaela, který je jak podle islámské, tak i židovské tradice pokládán za prapředka všech Arabů. V této souvislosti stojí závěrem za připomenutí, že místo této oběti – biblická hora Moria je identická s jeruzalémskou Chrámovou horou. A právě tato hora je symbolem jedné z překážek – ani ne tak náboženských, jako spíše politických – pro praktické naplnění abrahámovské ekumeny zmíněné v úvodu.

Literatura

[1] *Bible*, podle ekumenického vydání z roku 1985, Česká biblická společnost, Praha, 1991.
[2] Rendtorff R.: *Hebrejská bible a dějiny*, 3. vydání, Vyšehrad, Praha, 2003.
[3] Finkelstein I., Silberman N. A.: *Objevování Bible*, Vyšehrad, Praha, 2007.
[4] Pococke E.: *India in Greece-Truth in Mythology*, John J. Griffin, London, 1852.
[5] Higgins G.: *Anacalypsis*, Volume 1, 2, Longman, London, 1836.
[6] Iamblichus: *Life of Pythagoras* (transl. Taylor T.), J. M. Watkins, London, 1812.
[7] Halas Z. (ed.): *Archimédés, Několik pohledů do jeho života a díla*, edice Dějiny matematiky, sv. č. 54, Matfyzpress, Praha, 2012, str. 111–124.
[8] *Korán* (transl. Hrbek I.), Odeon, Praha, 1972.
[9] *Encyclopædia Britannica*, Ultimate DVD edition, 2015.

Adresa

Ing. Zdeněk Kosina, CSc.
Lékařská 306/1a
150 00 Praha 5 – Motol
e-mail: *kosina.zdenek@gmail.com*

HISTORIE DIGITÁLNÍHO UMĚNÍ: NÁHODA, POČÍTAČ A LINIE ZDEŇKA SÝKORY

JAROSLAV MAREK, MARIE NEDVĚDOVÁ

Abstract: Digital fine art can be purely computer generated, such as fractals, or various shapes can be created and drawn by using random generators or using certain drawing algorithms. The aim of the article is to present the history of using random events in art. A computer and algorithm can not work in isolation without a painter – throughout the whole art process. At the beginning of the work, here is an ideological concept, idea or principle of creation. The painter gets a tool for creating works of art only by connecting computers with an idea. Several pioneering digital paintings have been presented. Special outcome is given to the Czech painter Zdeněk Sýkora. In detail, the algorithm of construction of Sýkora's Lines is studied.

1 Historie využití počítače ve výtvarné tvorbě

1.1 Digitální umění

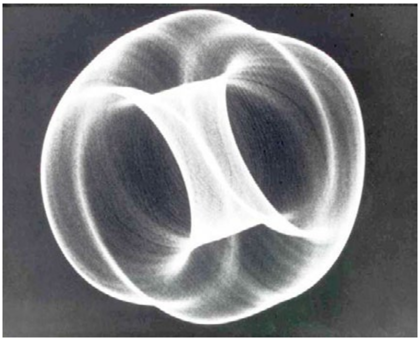
Digitálním uměním můžeme nazvat taková umělecká díla, která jsou vytvořena pomocí digitálních technologií. V poslední době se čím dál tím častěji můžeme setkat s pojmem „umění nových médií“. Digitální umění je samo o sobě velice obsáhlé téma, které může mít spoustu různých odvětví, z těch nejznámějších stojí za to uvést například výtvarné či hudební digitální umění. Digitální umění charakterizují výrazně procesuální a nestabilní díla, která jsou často závislá na interakci s divákem nebo která dokonce ani nejsou dílem člověka. Výtvarné digitální umění může být čistě počítačově generované jako například fraktály nebo vytváření a vykreslování různých obrazců pomocí náhodných generátorů či využitím určitých vykreslovacích algoritmů. Také se často setkáváme s uměleckou úpravou fotografií. Existují spousty rozličných programů na úpravu fotografií, v nichž se dá prostřednictvím různých nástrojů, filtrů a editorů produkovat takové obrazy, které nejsou dosažitelné skrze klasické fotografické přístroje (viz [10] a [15]).

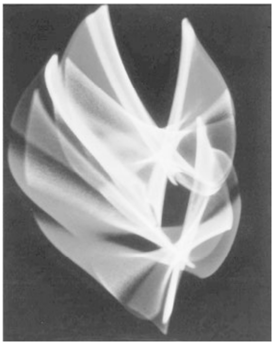
1.2 Předchůdci využití počítače

První počítačové grafiky vznikly už na počátku padesátých let dvacátého století. Byly vytvořeny prostřednictvím analogového počítače. Jako jeden z prvních umělců na světě včlenil počítačovou technologii do své práce matematik a výtvarník Benjamin Laposky. Obrazy tvořil kombinací základních vlnitých tvarů zobrazených na katodovém osciloskopu a fotografii (viz [7]). První práce nazval Elektronické kompozice. Své další práce nazýval *Oscillony* nebo *Elektronické abstrakce*. K tvorbě digitálních obrazů nepoužíval programování.

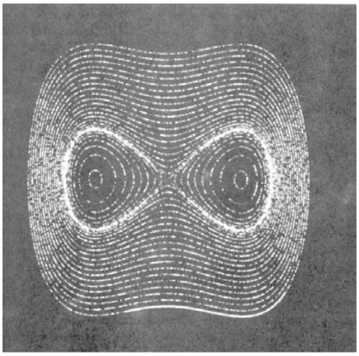
Dalšími průkopníky zavádění počítačů do umělecké tvorby jsou John Whitney, Herbert W. Franke. Whitney je považován za otce počítačové grafiky zejména díky jeho technické zručnosti a uměleckému cítění.

V roce 1959 byl v Lincolnově laboratoři v Massachusetts Institute of Technology vyvinut počítač *TX-2*. V roce 1963 byl pro tento počítač vytvořen Ivanem Sutherlandem program *Sketchpad*, který jako první využíval na počítači grafiku. Uživatel v programu dával počítači instrukce pomocí spínačů. Ten pak pomocí různých pohybů pera tvořil různé obrazce. Ve *Sketchpadu* již mohli umělci dávat příkazy přímo přes obrazovku, nikoli pomocí kódů. Program umožňoval s vytvořenými elementy manipulovat, posouvat je, zmenšovat či zvětšovat je, či s nimi rotovat. To dodávalo digitálnímu umění úplně jinou dimenzi (viz [7]). Program *Sketchpad* je předchůdcem známého systému *CAD*.

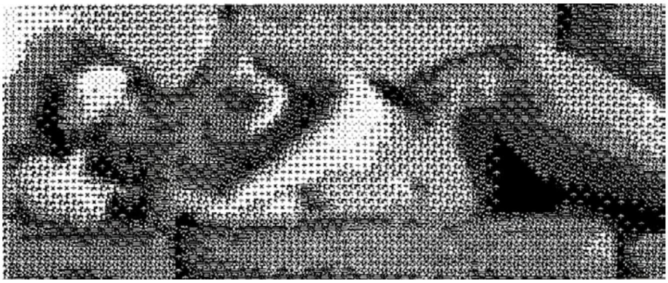




Obrázek 1.: Benjamin Laposky: *Oscillon 40*, *Oscillon 520*.
© Victoria and Albert Museum, London. http://collections.vam.ac.uk.



Obrázek 2.: Ivan Sutherland: *Obraz vytvořený programem Sketchpad na počítači TX2*.
© Attribution-ShareAlike 2.0 UK: England & Wales.
http://www.dspace.cam.ac.uk/handle/1810/243359.

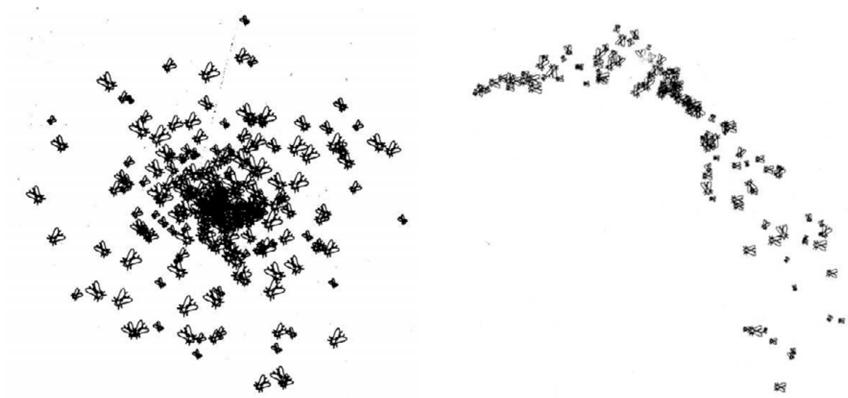


Obrázek 3.: Leon Harmor: *Dancer Deborah Hay*.
© Victoria and Albert Museum, London. http://collections.vam.ac.uk.

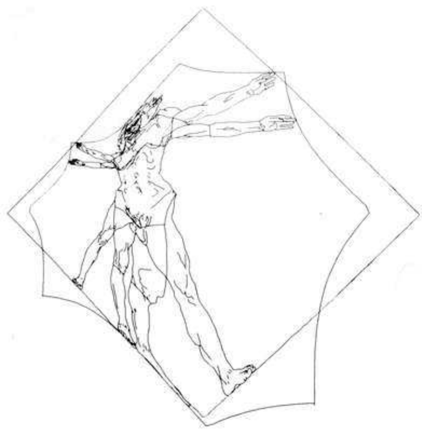
Rok 1963 byl přelomový také díky napsání nového programu *BELFIX*. Ten vytvářel animace pomocí bitmapy a byly díky němu vytvořeny první filmy. Od roku 1966 se začaly tvořit tzv. fotomozaiky. Ty představovaly velké obrazce tvořené pomocí množství malých elementů poskládaných podle určitého řádu. Příkladem takovéhoto díla bylo vyobrazení tanečnice Deborah Hay. Autory byli výzkumník Leon Harmon spolu s grafikem a umělcem Kennethem Knowltonem. Obraz byl vytvořen pomocí alfanumerických symbolů.

Mezi významná jména se řadí také Charles A. Csuri (nar. 1922), který spolupracoval s programátorem Jamesem Shafferem. Csuri experimentoval s obrazy významných umělců a tvořil jejich náčrtky. Jeho tvorba byla také od roku 1965 zaměřena na produkci animovaných filmů. Za jeho animované filmy *Kolibříci*, *Od chaosu k řádu*, byl vyznamenán v Bruselu cenou na Mezinárodním festivalu experimentálního filmu.

V díle *Flies* počítačový program generoval náhodná čísla, která určila rozdělení počtu much ve skupinách soustředných prstenců. Generátor náhodných čísel také rozhodoval o orientaci a velikosti každé mouchy. Rozdělení bylo založeno na kombinaci 16 náhodných čísel umístěných uvnitř nějaké oblasti, například trojúhelníku, která poté byla přetransformována do jiné oblasti, např. do poloviny kruhu.



Obrázek 4.: Charles Csuri, James Shaffer: *Flies*, *Flies Transformed* (viz [7]).

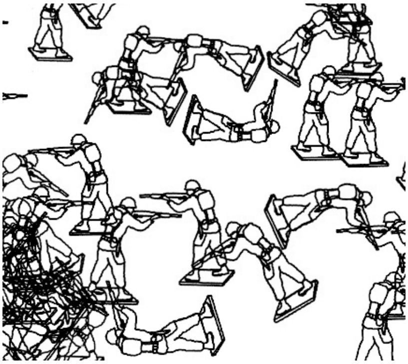


Obrázek 5.: Charles Csuri, James Shaffer: *From square to circle* (viz [7]).

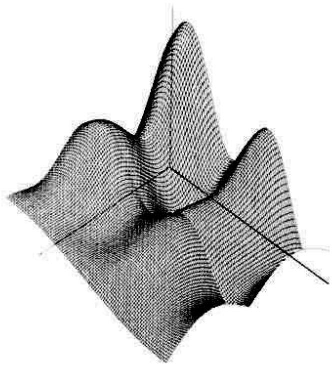
Významným dílem je také dílo *From square to circle (vitruvian)*, které zvítězilo v počítačové výtvarné soutěži Computer Art Contest v roce 1967. Na známý obraz Leonarda da Vinciho *Vitruvian* byla aplikována transformace ze čtverce na kruh (viz [7]).

U dalšího díla *Náhodná válka* program určoval pozici 400 vojáků na bojišti. Jedna strana byla nazývána *Červená* a druhá *Černá*. Další počítačový program přiřazoval náhodné vojenské hodnosti. Náhodný generátor určoval i následující stavy vojáků: mrtvý, zraněný, chybějící, přeživší, jeden hrdina pro každou stranu, medaile za odvahu, dobré chování, medaile za výkon. Následně byl celý obraz počítačem vykreslen (viz [7]).

Na dalším obrázku 7 je jedno z Csuriho znázornění grafu funkce sinus. Dnes bychom už graf funkce dvou proměnných za výtvarné dílo nepovažovali.



Obrázek 6.: Charles Csuri, James Shaffer: *Random War of soldiers* (detail).



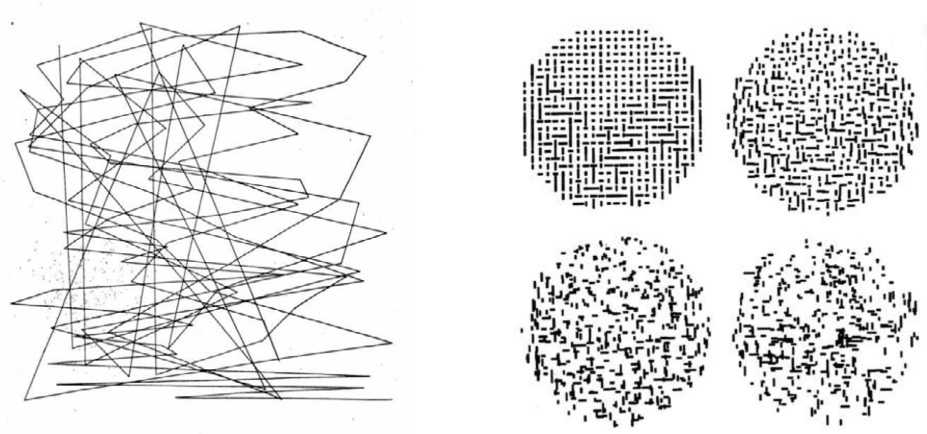
Obrázek 7.: Charles Csuri, James Shaffer: *Sinus*.

2 Uchopení náhody

2.1 Počátky

A. Michael Noll, nar. 1939, je emeritním profesorem na Univerzitě Jižní Kalifornie (University of Southern California). Jeho výzkum v Bellových laboratořích v Murray Hill, New Jersey, byl věnován takovým oblastem, jako jsou trojrozměrná počítačová grafika či estetika. Stal se průkopníkem v používání digitálních počítačů ve výtvarném umění a jeho digitální tvorba byla vystavována po celém světě.

Jeho rané digitální umění vzniklo v létě roku 1962, zdokumentoval je v Technickém Memorandu *Patterns by 7090* (28. srpna 1962). Tato díla byla naprogramována v jazyce *FORTRAN* s využitím digitálního počítače *IBM 7090* a vykreslena na *Stromberg-Carlson SC-4020 CRT* mikrofilmovém plotru.



Obrázek 8.: © *1965 A. Michael Noll: Pattern 1.*
© 1965 A. Michael Noll: *Computer Composition With Lines.*

Obrazce se skládaly z linií a teček (viz [8]). Například generování obrazce *vzor 1* v memorandu popisuje takto: *Rovné linie byly vytvořeny propojením řady bodů. Náhodně generovaná čísla (se směrodatnou odchylkou 1200) byla použita pro souřadnice osy x, zatímco souřadnice osy y byly vygenerovány pomocí kvadratické rovnice, kde proměnnými byla po sobě jdoucí celá čísla. Rozptýlené nezřetelné tečky v levé dolní části vzoru byly vytvořeny pomocí náhodně vygenerovaných souřadnic (se směrodatnou odchylkou 75 okolo bodu [200, 300]).*

K dalším pionýrům využití počítače ve výtvarné tvorbě patří maďarsko-americký neurolog a experimentální psycholog Béla Julesz (1928–2003), který se věnoval oblasti vizuálního a sluchového vnímání. Julesz vytvářel počítačově náhodně generované bodové stereogramy a studoval statistiky pro popis textilních látek. V roce 1960 pomocí počítačových technik ke generování náhodných vzorů experimentoval s texturou a také 3D vizuálním vnímáním (viz [5] a [7]).

2.2 Náhoda v díle Zdeňka Sýkory (3. 2. 1920 – 12. 11. 2011)

Český malíř Zdeněk Sýkora patří k prvním umělcům na světě, kteří zapojili na začátku 60. let 20. století do výtvarné tvorby počítač.

Výtvarné tvorbě se Sýkora začal věnovat v období po uzavření vysokých škol v roce 1939, když do té doby studoval v Příbrami Vysokou školu báňskou. Poté pracoval na dráze (výpravčí v Českém Brodě), fotografoval a experimentoval. Mezi roky 1945 a 1947 studoval výtvarnou výchovu, modelování a deskriptivní geometrii na Univerzitě Karlově, kde dále pracoval jako asistent. V roce 1952 měl Sýkora svou první samostatnou výstavu v Praze. V této době maloval zejména surrealistické či kubistické obrazy. Po návštěvě Ermitáže reagoval ve svém díle na práce Henry Matisse. Směřování jeho další tvorby značně ovlivnil významný český výtvarník, pedagog a fotograf Vladislav Mirvald, který mu často dělal společnost při malování okolí rodného města Louny. V Lounech Sýkora také vedl výtvarný kroužek. Od roku 1960 začal do abstraktních obrazů vkládat geometrické tvary. V roce 1961 začíná Sýkora malovat *Struktury* – obrazy tvořené tzv. elementy. Při hledání dalších nových způsobů malby byl ovlivněn výtvarnou skupinou *Křižovatka*, která vznikla v Praze v roce 1963. Ta sdružovala umělce jako Vladimíra Burdu, Bělu Kovářovou, Vladislava Mirvalda, Richarda Freumunda, Karla Malicha, Jiřího Padrtu, Jiřího Koláře a Pavlu Mautnerovou. Inspirující jsou pro něj také myšlenky Paula Klee. V roce 1964 vytváří Zdeněk Sýkora ve spolupráci s matematikem Jaroslavem Blažkem první programované struktury s využitím počítače, jejichž smyslem bylo kombinatorické vyčerpání všech možných vzájemných pozic daných elementů podle zvolených pravidel (viz [2]). Počítač urychlil přípravu obrazu, všechny parametry obrazu byly přesně definovány číselnými kódy. V roce 1966 byl jmenován docentem na Pedagogické fakultě Univerzity Karlovy, kde do roku 1980 vyučoval (viz [13]).

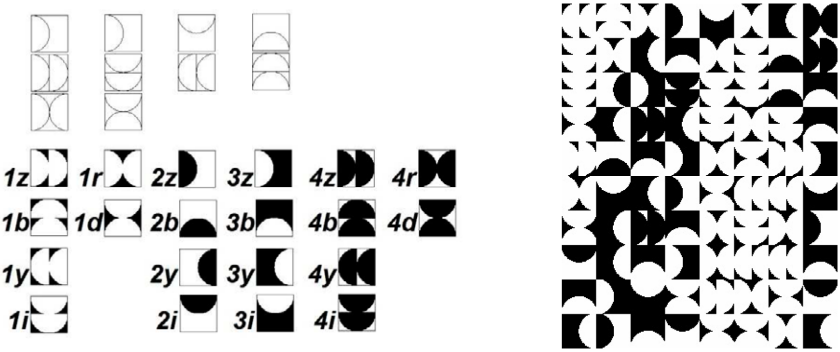
Od roku 1973 je základním elementem jeho obrazů linie. Každé linii byla přiřazena tzv. doba života, počáteční bod a směr tečny v počátečním bodě a směr tečny v koncovém bodě. Tentokrát se nejedná o přísný řád, jak tomu bylo u struktur – při tvorbě liniových obrazů využívá náhodnost. Jednotlivé parametry byly generovány nejprve házením kostkou a později generováním náhodných čísel na počítači. U některých obrazů mají všechny linie stejný počátek, u další skupiny obrazů má každá linie jiný počátek. Své úvahy o liniích sepsal Zdeněk Sýkora do textu s názvem *K mým liniovým programům* (německy psaný text *Zu meinen Linienprogrammen*, Kunstinformatie 22, Gorinchem 1979).

Svou tvorbu Sýkora popisoval takto: *Forma je mimo jiné produktem vlastního omezení, naplňování a překračování omezení je tvorba. Struktura musí být dělivá, když ji rozdělíte, tak v jakémkoliv detailu a střihu existuje. Smyslem bylo skutečně maximální vyčerpání kombinatorických možností, vzájemných a vlastních poloh základní řady elementů. Nejdůležitější vlastností mých struktur je, že pokračují na všechny strany, jsou jako výřez z nekonečna. Od původních krajin jsem šel cestou od náhody k něčemu, nad čím mám kontrolu, k výsledku, o kterém vím, proč k němu došlo. Vývoj vedl od náhodnosti k pochopení elementárního řádu. Dospěl jsem k názoru, že intuitivní rozhodování o obraze je zbytečné a že je lepší použít kombinatorický způsob, který umožní důsledný nález všech možných vztahů elementů struktury. Já beru počítač jako pomocný nástroj, který mi pomáhá urychlit realizaci mých představ, nefunguje na začátku nebo na konci procesu, ale uvnitř něj, je jeho součástí. Počítací stroj funguje v mé práci jako jakýkoliv jiný nástroj, ale má pochopitelně svoji vymezenou funkci. Když jsem rozhodl v práci výtvarníka použít číselné znaky a ty potom jako takové organizovat a vypočítávat a výsledek potom převádět na výtvarný řád, užití počítače bylo logickým důsledkem. Když první práce s počítačem ukazovaly, že důsledné dodržení stanoveného systému ruší řadu malířských konvencí kompozičních a jiných, které by například asi nedovolily opakovat tentýž prvek 10 krát po sobě. Počítač tedy může ovlivnit myšlení tím, že je čím logičtějším a přesnějším* (viz [16]).

Struktury jsou tvořeny čtvercovými elementy, viz první sloupec vlevo nahoře na obrázku 9, jejichž otáčením vzniklo celkem 10 elementů (viz [1], [2] a [6]). Vybarvením vzniklo 20 elementů, které podle tvaru a světlosti Sýkora označil čísly a písmeny: 1z, 1b, 1y, 1i, 1r, 1d – 2z, 2b, 2y, 2r – 3z, 3b, 3y, 3r – 4z, 4b, 4y, 4i, 4r, 4d.

Ve zdroji [16] byla idea tvorby *Struktur* popsána takto: *Zdeněk Sýkora začal v roce 1961 pracovat na abstraktních geometrických obrazech, jejichž kompozice byla výsledkem opakovaného použití jednoho nebo více základních elementů. Tyto elementy mají čtvercový nebo obdélníkový tvar a specifické vnitřní členění. Kombinatorický princip: kombinují se sousedství elementů podle zvoleného programu. Elementy tvoří logickou* *řadu, v níž každý má svůj negativ. Jsou seřazeny podle poměru bílá : černá a tak očíslovány 1, 2, 3, 4. Jejich polohy jsou označeny písmeny z, b, y, i* (viz [16]). *Elementy 1r, 1d, 4r, 4d jsou variací výchozích elementů 1 a 4 (*viz [2]).

Program se skládá ze zadání, tj. umístění výchozích elementů a znamének plus a mínus. Dále je třeba zvolit pravidlo, podle kterého budou vypočtené elementy zaujímat vzájemnou polohu. Pravidla jsou: v = 0 elementy navazují barvami, elementy navazují tvary, v = 1 elementy navazují barvami, elementy nenavazují tvary, v = 2 elementy nenavazují barvami, elementy navazují tvary, v = 3 elementy nenavazují barvami, elementy nenavazují tvary. Znaménka + nebo – určují místa, kde se buď přičítá, nebo odečítá koeficient k vypočtenému číslu elementu. Koeficient se volí např. 0,75 a má funkci urychlení nebo zpomalení přechodů od světlých elementů k tmavým nebo naopak. Vyšší koeficient znamená kontrastnější přechody, nižší povlovnější. Až potud vše určuje autor.



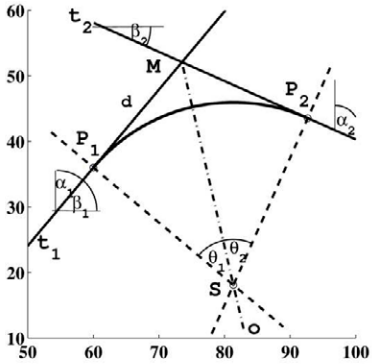
Obrázek 9.: Elementy pro *Černo-bílou strukturu*. Ukázka tvorby.
Zdroj: vlastní (vykresleno v programu *Metapost*).

Při tvorbě linií Zdeněk Sýkora používal tzv. partitury (skóre). K dispozici jsou v knize (viz [6]) partitury pro *Linie č. 145*, špatně čitelná partitura pro *Linie č. 158*, v knize (viz [12]) pak partitura pro *Linie č. 96* (serigrafie *7 linií pro Uměleckou besedu*) a část partitury pro *serigrafii 12 linií pro Heinze Teufla*.

Z partitury pro *Linie 158* a dostupných komentářů o tvorbě linií se podařilo sepsat algoritmus pro jejich konstrukci (viz [14]):

1. Nechť linie začíná v bodě $P_1 = [x_1, y_1]$. Viz obrázek 10.
2. Nakreslíme tečnu t_1 ve směru α_1; $P_1 \in t_1$.
$$t_1 = (\sin\alpha_1, \cos\alpha_1) = \left(\cos\left(\frac{\pi}{2} - \alpha_1\right), \sin\left(\frac{\pi}{2} - \alpha_1\right)\right) = (\cos\beta_1, \sin\beta_1),$$
kde β_1 je úhel daný rotací kladné osy *x* proti směru hodinových ručiček.
3. Určíme bod M, $M \in t_1, |MP_1| = d$ (vzdálenost d Sýkora nazývá délka tečny).
4. Nakreslíme tečnu t_2 v daném směru α_2; $M \in t_2$, tj.
$$t_2 = (\sin\alpha_2, \cos\alpha_2) = \left(\cos\left(\frac{\pi}{2} - \alpha_2\right), \sin\left(\frac{\pi}{2} - \alpha_2\right)\right) = (\cos\beta_2, \sin\beta_2),$$
kde β_2 je úhel daný rotací kladné osy *x* proti směru hodinových ručiček.
5. Určíme osu o přímek t_1 a t_2; o je daná směrem:
$$\varphi = \frac{\alpha_1 + \alpha_2}{2} + \frac{\pi}{2} = \pi - \frac{\beta_1 + \beta_2}{2}.$$
6. Zkonstruujeme kolmici n_1 k tečně t_1; pata této kolmice je bod P_1.
$$n_1 = (\cos\alpha_2, -\sin\alpha_2) = (\cos\beta_1, -\sin\beta_1).$$
7. Určíme střed kružnice S; $S \in t_1 \cap o$.

8. Zkonstruujeme kolmici n_2 k tečně t_2; $S \in t_2$,
$$n_2 = (\cos\alpha_2, -\sin\alpha_2) = (\cos\beta_2, -\sin\beta_2).$$
9. Určíme bod P_2, $P_2 \in n_2 \cap t_2$; $P_2 = M + dt_2$.
10. Nakreslíme oblouk P_1, P_2 se středem S a poloměrem $r = |SP_1| = |SP_2|$; oblouk je určený předchozími tečnami a body.



Obrázek 10.: Konstrukce oblouku. Zdroj: vlastní.

Linie byly vykreslovány v etapách po jednotlivých obloucích. Tato skutečnost ovlivňuje jejich křížení. Linie mají své individuální osudy a vztahy k dalším liniím. Jejich délky autor nazýval životy, jimiž se metaforicky vztahují k lidským osudům (viz [6]).

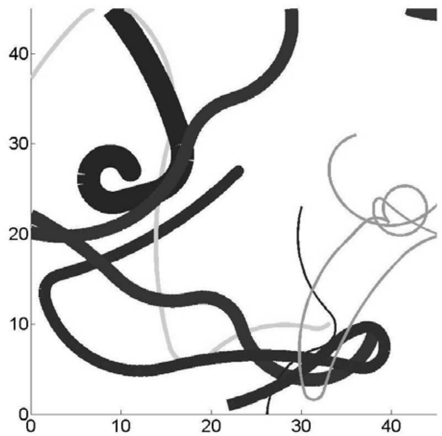
[x, y]	šířka	délka života:	směr/d
[23, 27]	20	9:	225/ $225/_{12}$ $165/_{2}$ $75/_{11}$ $105/_{11}$ $315/_{9}$ $255/_{1}$ $225/_{2}$ $255/_{7}$
[33, 10]	3	18:	225/ $285/_{1}$ $225/_{7}$ $345/_{3}$ $15/_{12}$ $315/_{8}$ $225/_{3}$ $195/_{12}$ $195/_{1}$ $135/_{4}$ $225/_{11}$ $165/_{2}$ $105/_{6}$ $135/_{9}$ $45/_{3}$ $45/_{7}$ $165/_{12}$ $75/_{8}$
[36, 31]	1	28:	75/ $255/_{1}$ $165/_{4}$ $45/_{12}$ $75/_{2}$ $165/_{9}$ $165/_{4}$ $135/_{3}$ $105/_{3}$ $255/_{1}$ $285/_{8}$ $45/_{4}$ $285/_{12}$ $225/_{7}$ $115/_{1}$ $285/_{12}$ $315/_{3}$ $195/_{1}$ $15/_{4}$ $165/_{11}$ $315/_{9}$ $225/_{2}$ $225/_{3}$ $165/_{10}$ $15/_{4}$ $45/_{9}$ $135/_{9}$ $15/_{2}$
[38, 12]	30	0:	
[30, 23]	1	5:	195/ $135/_{7}$ $255/_{4}$ $165/_{8}$ $255/_{3}$
[38, 9]	20	15:	195/ $255/_{4}$ $345/_{8}$ $255/_{3}$ $315/_{5}$ $285/_{10}$ $135/_{1}$ $75/_{9}$ $15/_{8}$ $75/_{4}$ $345/_{9}$ $105/_{4}$ $115/_{5}$ $75/_{4}$ $255/_{9}$
[11, 27]	30	8:	345/ $225/_{4}$ $75/_{10}$ $75/_{4}$ $345/_{3}$ $315/_{11}$ $285/_{3}$ $135/_{4}$

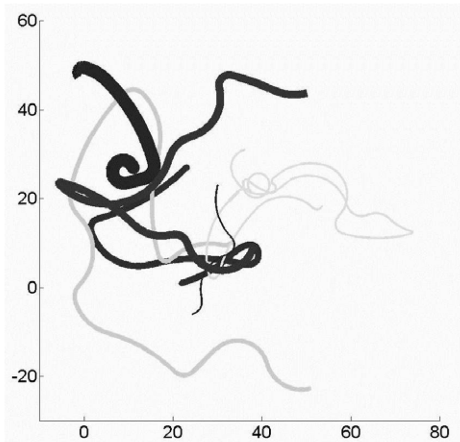
Tabulka 1.: Partitura Zdeňka Sýkory pro serigrafii *7 linií pro Uměleckou besedu*, 1996. Zdroj: vlastní (podle partitury (viz [12])).

Na obrázku 11 jsou dle partitury v tabulce 1 vykresleny všechny linie. Náš obraz vykazuje drobné odchylky oproti originálu (viz [12]). Ty mohou být způsobeny naším mylným odečtením parametrů z partitury nebo autorovými nepřesnostmi při konstrukci. Zejména je ale patrný delší průběh tenké linie ve středu pravé části serigrafie. Důvodem je skutečnost, že Sýkora nepokračoval v konstrukci linie, pokud se příliš vzdálila od určené velikosti obrazu (u této serigrafie 45 x 45 cm). Viz pokračování tenké linie na obrázku 11 vpravo (3. linie z partitury v tab. 1). Pro zdůraznění byla na obrázku 11 změněna bílá linie z originálního obrazu na černou. V tab. 2 jsou uvedeny středy a poloměry oblouků, počáteční a koncové body první linie obrazu *Linie pro uměleckou besedu*, které byly určeny prezentovaným algoritmem.

M	S	koncový bod	r
[14,5147; 18,5147]	[-8,6675; 58,6675]	[2,9236; 15,4089]	44,7846
[0,9918; 14,8913]	[3,4412; 13,4770]	[1,5094; 12,9594]	2,0000
[4,3564; 2,3342]	[12,1346; 15,8064]	[14,9816; 5,1812]	11,000
[25,6068; 8,0282]	[25,6068; -34,4725]	[36,2320; 5,1812]	41,0526
[44,9253; 2,8519]	[36,8561; 7,5106]	[38,5613; 9,2158]	2,4115
[37,8542; 9,9229]	[37,3366; 7,9911]	[36,8883; 9,6641]	1,7321
[34,9564; 9,1465]	[38,8201; 2,543]	[33,5422; 7,7323]	7,4641
[28,5925; 2,7825]	[15,0695; 26,2050]	[21,8310; 0,9708]	26,1244

Tabulka 2.: Parametry 1. linie (počátek $P_1 = [23,27]$) podle partitury z tabulky 1.





Obrázek 11.: *Linie pro uměleckou besedu*. Zdroj: vlastní (vykresleno dle partitury).

3 Závěr

První pokusy o využití náhodnosti ve výtvarné tvorbě patří ke starým časům „ručních skóre“ a házení kostkou. Cílem článku bylo prezentovat základní ideje několika pionýrů digitálního umění. Současně je zde prezentován algoritmus tzv. „Liniových programů“, který autor Zdeněk Sýkora nikdy nepublikoval.

Literatura

[1] Andres J.: *Zdeněk Sýkora and François Morellet. Parallels and Complementarity*, Leonardo Journal 47(2014), no. 1, str. 27–31.

[2] Blažek J., Sýkora Z.: *Computer-aided Multi-element Geometrical Abstract Painting*, Leonardo Journal 3(1970), str. 409–413.

[3] Csuri C., Shaffer J.: *Art, computers and mathematics*, in Murphy J. E. (ed.): *Fall Joint Computer Conference AFIPS ‘68*, Thomson Book Company, Washington, 1968, str. 1293–1298.

[4] Drain A.: *Laposky's Lights Make Visual Music*, Symmetry 3(2007), no. 4, str. 32–33.

[5] Julesz B.: *Binocular depth perception of computer-generated patterns*, Bell Labs. Tech 39(1960), no. I, 39: 11251162.

[6] Kappel P.: *Zdeněk Sýkora 90*, Verzone, Praha, 2010.

[7] Compart – center of excellence digital art: *Ben F. Laposky, Charles "Chuck" Csuri, Bela Julesz* [online]. [cit. 12. 4. 2016].

http://dada.compart-bremen.de.

[8] Noll A. M.: *Early Digital Computer Art at Bell Telephone Laboratories*, Leonardo Journal 47(2016), no. 2, str. 55–65.

[9] Noll A. M.: *Computer Art* [online]. Poslední revize 26. května 2016 [cit. 27. 5. 2016].

http://noll.uscannenberg.org.

[10] McCormack J., Brown O., Dorin A., McCabe J., Monro G., Whitelaw M.: *Ten questions concerning generative computer art*, Leonardo Journal 47(2014), no. 2, str. 135–141.

[11] Schwab M.: *Early Computer Art and the Meaning of Information* [online]. Poslední revize duben 2014 [cit. 20. 5. 2016].

http://www.seriate.net/Early_Computer_Art.pdf.

[12] Sýkora Z.: *Grafiky*, Gallery, Praha, 2008.

[13] Sýkorová L.: *Zdeněk Sýkora* [online]. [cit. 12. 4. 2016].

http://zdeneksykora.cz.

[14] Svoboda M., Marek J.: *Construction and Statistical Analysis of Zdeněk Sýkora's Lines*, in Kováčová M. (ed.): *13th Conference on Applied Mathematics APLIMAT 2014,* Slovenská technická univerzita v Bratislavě, Bratislava, 2014, str. 387–392.

[15] Artlist – Centrum pro současné umění Praha: *Nová média* [online]. [cit. 12. 4. 2016].

http://www.artlist.cz/klicova-slova/nova-media-149.

[16] Divadelní noviny: *Viva Sýkora!* [online]. Poslední revize 1. listopadu 2013 [cit. 12. 4. 2016].

http://www.divadelni-noviny.cz/viva-sykora.

Poděkování

Článek byl podpořen studentským projektem Univerzity Pardubice SGS_2016_25 Aplikace a popularizace matematických modelů. Práva k otištění svých výtvarných děl poskytli Charles Csuri a A. Michael Noll, autoři článku jim oběma velice děkují.

Adresa

Mgr. Jaroslav Marek, Ph.D.
Katedra matematiky a fyziky
Univerzita Pardubice
Fakulta elektrotechniky a informatiky
Studentská 95
583 00 Pardubice
e-mail: *jaroslav.marek@upce.cz*

Bc. Marie Nedvědová
Katedra matematiky a fyziky
Univerzita Pardubice
Fakulta elektrotechniky a informatiky
Studentská 95
583 00 Pardubice
e-mail: *st36806@student.upce.cz*

VÝUKA MATEMATIKY NA PRAŽSKÉ UNIVERSITĚ V 1. POLOVINĚ 19. STOLETÍ

MIROSLAVA OTAVOVÁ

Abstract: Mathematics was a compulsory course in the study programme of the philosophical faculty, which was teaching propaedeutics until Thun's reform in 1848. Hence, it was required to graduate from philosophical faculty prior to continuing education at the other three faculties. The compulsory course was taught by a professor of elementary mathematics. The faculty also offered optional courses of advanced and practical mathematics that were mainly followed by students of the Technical Institute.

1 Matematika na filosofické fakultě

Po zrušení Tovaryšstva Ježíšova v roce 1773 započala proměna pražské university v osvícenském duchu v ústav řízený státem. Prvním krokem bylo vytvoření nového profesorského sboru. Matematika byla jednou ze tří nejdříve obsazených řádných profesur na filosofické fakultě. Díky nepochybným odborným kvalitám ji mohl dále zastávat vyučující elementární matematiky, bývalý jezuita a český vlastenec Stanislav Vydra (1741–1804). Poslední čtvrtina 18. století byla nesena snahou přizpůsobit se evropským standardům po vzoru německých universit v Halle a Göttingen a byla příznivá exaktním disciplínám. Na fakultě proto mohli dále působit další exjezuité, astronom a matematik Josef Stepling jako direktor a Jan Tesánek na katedře vyšší matematiky. Roku 1787 byla k filosofické fakultě přičleněna inženýrská škola sídlící v dnešní Husově ulici. Její nejvýraznější postavou byl František Josef Gerstner (1756–1832), žák Vydry a Tesánka, který působil jako zeměměřič, poté byl adjunktem klementinské hvězdárny a v roce 1789 převzal po Tesánkovi jako řádný profesor stolici vyšší matematiky. Specifické potřeby inženýrského studia saturovala stolice praktické matematiky, kterou vedl František Antonín Herget (1741–1800) a po něm Adam Bittner (1777–1844).

Tato doba znamenala též návrat akademických svobod a otvírala prostor pro vědecké bádání. Již roku 1782 byly zrušeny úřady direktorů fakult a jejich pravomoci byly přeneseny na děkany volené z řad doktorů fakulty. V duchu josefinských reforem byl roku 1784 vydán nový studijní řád. V něm byla kodifikována němčina jako jediný jazyk přednášek a zkoušek a studium na filosofické fakultě bylo prodlouženo ze dvou na tři roky. Přednášky začínaly ve druhé polovině října, akademický rok končil v srpnu, v únoru a části března a v červenci a začátkem srpna byly zkoušky. Výuka probíhala pět dní v týdnu, vedle nedělí a církevních svátků byly volné všechny čtvrtky. Další posílení autonomie university jako samosprávné korporace přinesl rok 1791. Organizaci a dohled nad výukou, zkouškami a schvalování učebnic převzal tzv. Studijní konses, který podléhal zemské vládě (nikoli Vídni!). Jeho předsedou byl rektor, přísedícími byli zástupci všech čtyř fakult a dva zástupci významných středních škol (viz [1]).

Zkoumání universitní historie 1. poloviny 19. století je znesnadněno ochuzením pramenné základny. Na sklonku 2. světové války v dubnu 1945 byla Němci odvezena z Prahy část universitního archivu (pro období 1802 až 1848 se odhaduje ztráta asi 40%

evidovaných jednotek Bachmannova inventáře (viz [1])) a patrně podlehla zkáze někde na území západních Čech. Tento příspěvek vychází převážně ze zpracování Seznamů přednášek uložených v Archivu Univerzity Karlovy (Úřední tisky Karlo-Ferdinandovy university, karton 1–3). Ve sledovaném období let 1800 až 1850 chybí brožury pouze sedmi akademických ročníků.

Pro představu uveďme, jak vypadal (se zřetelem na výuku matematiky) povinný studijní program studenta filosofické fakulty na počátku 19. století (viz [5]). První dva roky bylo předepsáno 5 hodin matematiky týdně; v 1. ročníku měl prof. Vydra každý den přednášku elementární neboli čisté matematiky podle Kästnerovy učebnice, pro 2. ročník přednášel denně matematiku aplikovanou. Ve 3. ročníku byly týdně 3 hodiny přednášek praktické matematiky původně povinné pro všechny studenty filosofie, později se staly volitelnými a zapisovali je u prof. Bittnera zejména budoucí inženýři. Rozsah povinné výuky byl obvykle 20 hodin týdně, v jednotlivých ročnících matematiku doplňovala filosofie zahrnující logiku, metafyziku, ontologii, kosmologii a etiku, dále přírodní vědy od fyziky (včetně experimentální) až po biologii, ve 3. ročníku byla zařazena také technologie. Z humanitních předmětů byly povinné přednášky staré klasické literatury, obecných dějin, estetiky a též základy diplomatiky a heraldiky a numismatika.

Povinné pensum mohli studenti doplňovat volitelnými přednáškami. Pro nás je zajímavý kurz vyšší matematiky prof. Gerstnera, který byl rozvržen do tří let. Přednášky se konaly každý den (tj. 5 hodin týdně). V 1. ročníku byl na programu úvod do analýzy konečných a nekonečných veličin, dále diferenciální a integrální počet podle Eulera. Ve 2. ročníku následovala vyšší mechanika, hydrodynamika a matematika pro strojírenství. Poslední rok byl věnován optice, teoretické astronomii, chronologii, geodézii a nautice. Nepřekvapí, že tyto náročné přednášky navštěvovali řádní studenti filosofické fakulty z důvodu značného časového zatížení jen v malém počtu. Gerstner je koncipoval především pro studenty inženýrství, pro něž povinný filosofický program nebyl závazný. Matematicky laděný byl též tříletý kurz inženýrských věd prof. Bittnera v rozsahu 4 hodin týdně a každodenní odpolední praktika technického kreslení.

2 Změna poměrů v roce 1802 a nový institucionální rámec výuky

Nadějný start do 19. století zmrazily neblahé politické události v Evropě. Rakousko bylo ve válečném stavu s revoluční Francií a císař František v obavách, aby se vysoké školy nestaly ohniskem liberálních myšlenek a podvratné činnosti, tvrdě potlačil akademické svobody. University měly nadále podléhat státním orgánům a v prvé řadě vychovávat zdatné a loajální státní úředníky. Roku 1802 byly zrušeny studijní konsesy. Řízení fakult bylo opět v rukou studijních direktorů jmenovaných vídeňskou vládou. Ti zodpovídali za realizaci rozhodnutí dvorské studijní komise. Měli obsáhlé pravomoci, vykonávali dozor nad učiteli a studenty, prováděli kontrolu zkoušek a výuky včetně používání centrálně předepsaných učebnic. Záleželo samozřejmě na konkrétní osobě direktora, zda byl pouhým vykonavatelem státní moci nebo se snažil působit jako prostředník mezi státem a zájmy akademické obce. Instituce děkanů a akademického senátu zůstaly formálně zachovány, ale jejich vliv na výuku a hospodaření byl nepatrný, s výjimkou rozhodování o rigorózních zkouškách.

Roku 1804 byl vydán nový studijní řád. Filosofická fakulta měla již od svého založení propedeutický charakter, tzn. její absolvování bylo nezbytným předstupněm studia na zbývajících třech fakultách. Nové předpisy tuto tendenci ještě posílily. V prvních dvou ročnících filosofického studia byl snížen počet hodin v týdnu a byla redukována škála vyučovaných předmětů ve prospěch povinných 2 hodin latiny týdně. Latina se také vrátila jako předepsaný vyučovací jazyk pro povinné předměty teoretické a praktické filosofie, elementární matematiky a fyziky.

Studenti všech ročníků filosofického studia museli zapisovat navíc ještě 2 hodiny „Náboženské vědy“, jež měla čelit protináboženským a rozvratným myšlenkovým proudům a dosáhnout státem žádané indoktrinace studentů. Je ironií dějin, že prvním řádným profesorem této nově zřízené stolice se v konkurzním řízení roku 1805 stal vynikající matematik, logik, filosof a nábožensky tolerantní katolický kněz Bernard Bolzano (1781–1848). Ohlas jeho působení u studentů a pražské veřejnosti vyvolal odpor konzervativců i Vídně a vedl k jeho nucenému odchodu z university roku 1819 (viz [4]).

Další reforma v roce 1824 pro filosofickou fakultu znamenala degradaci v pouhou přípravku, učiliště spíše středoškolského charakteru. Studium bylo zkráceno na dva roky, počet hodin povinných předmětů týdně dále poklesl. Kromě zmiňované latiny, náboženství a filosofie se v 1. ročníku přednášela čistá matematika (7 hodin týdně), ve 2. ročníku zmizela aplikovaná matematika jako samostatný předmět, posluchači s ní byli seznámeni v rámci přednášek elementární fyziky (celkový rozsah 8 hodin týdně). Byl však odstraněn požadavek (platný od roku 1804) latiny jako vyučovacího jazyka pro část povinné výuky, všechny předměty se nadále přednášely pouze německy.

3 Výuka matematiky do Thunovy reformy

Filosofická fakulta měla po roce 1802 jako jediná z universitních fakult navíc ještě druhého direktora speciálně pro studium matematiky a fyziky. Zprvu jím byl zasloužilý profesor Vydra. V roce 1805 jej na dlouhou dobu nahradil prof. Gerstner. Ten nadále pokračoval i ve svých volitelných přednáškách z vyšší matematiky (teprve v roce 1827 se jeho nástupcem na stolici vyšší matematiky stal Jakub Filip Kulik (1793–1863)) a prosazoval vznik samostatného polytechnického učiliště. Po schválení z Vídně byl v roce 1806 založen Český stavovský polytechnický institut. K jeho plnému oddělení od filosofické fakulty a Karlo-Ferdinandovy university došlo až v roce 1815, ale i poté učitelé matematiky konali přednášky pro studenty obou škol. Např. Adam Bittner, který byl profesorem praktické matematiky na filosofické fakultě v letech 1802 až 1844, stejnou stolici vedl i na polytechnice. O trvajícím propojení škol svědčí, že ještě v roce 1848 se v petici studentů, která měla jinak převážně politický charakter, objevil požadavek znovu připojit technický institut k universitě jako pátou fakultu.

Po oslepnutí Stanislava Vydry v roce 1803 pokračoval jako suplent v přednáškách elementární matematiky jeho a Gerstnerův žák, strahovský premonstrát Ladislav Josef Jandera (1776–1857), který se po Vydrově smrti spolu se svým přítelem Bernardem Bolzanem přihlásil do konkurzu na uprázdněnou katedru. U obou komise konstatovala jejich způsobilost, řádným profesorem byl jmenován roku 1805 vzhledem k předchozí učitelské praxi Jandera. Jak již bylo zmíněno, Bolzano byl úspěšný v konkurzu na nově zřízenou stolici náboženské vědy (viz [4]).

Jandera byl v letech 1805 až 1849 jediným učitelem, jehož matematické kurzy byly zařazeny do povinné výuky. Znamenalo to široký dopad jeho působení na dorůstající generace vzdělanců všech universitních disciplín. Protože filosofická studia absolvovali budoucí kněží, právníci, lékaři, ale i učitelé středních škol, Janderovy přednášky elementární nebo přesněji čisté matematiky navštěvovalo každý rok okolo 300 studentů. Už tento fakt naznačuje, že složení auditoria neumožňovalo příliš vysokou matematickou náročnost. Na rozdíl od profesorů volitelných kurzů vyšší, resp. praktické matematiky měl Jandera též svázané ruce, co se týká náplně kurzu a státem předepsané učebnice. Tou byla zpočátku Kästnerova učebnice, podle níž přednášel již Vydra, od roku 1821 seznam přednášek uvádí povinný text Ignáce Appeltauera z roku 1814. Jandera pro své studenty přesto vydal roku 1812 vlastní latinskou učebnici *Prima calculi exponentialis elementa* ... (viz [2]). Tento počin bývá v literatuře neprávem hodnocen jako projev Janderovy konzervativnosti, ale latina byla předepsaným jazykem přednášek i zkoušek. Německou, mírně rozšířenou verzi učebnice pak autor vydal v roce 1830. Po obsahové stránce jde o středoškolskou algebru, na rozdíl od Appeltauera však Jandera pojmy přesně definuje a tvrzení jsou důsledně dokazována. Vyzdvihnout je třeba kapitolu o logaritmech, důkaz binomické věty nebo odvození numerického postupu aproximace n-té odmocniny libovolného kladného čísla. Dochované materiály (viz [3]) umožňují rekonstruovat i podobu zkoušek. Janderova pozůstalost ve fondu Literárního archivu PNP v Praze obsahuje soubor více než 1600 lístků se zadáním příkladů zpočátku v latině, později v němčině. Tematicky pokrývají všechny oblasti současné středoškolské matematiky, ale početní náročnost je výrazně vyšší, běžně jsou požadovány důkazy algebraických tvrzení.

Teprve vlivem událostí revolučního roku 1848 byly obnoveny akademické svobody, stávající dvouleté filosofické studium v rámci Thunovy reformy přešlo k šestitřídním gymnáziím a filosofická fakulta se stala svébytnou částí university s hlavním posláním přípravy středoškolských profesorů. V jednom z pěti nově vzniklých oddělení působili tehdejší profesoři matematiky Jandera, Kulik a z polytechniky čerstvě přišedší Wilhelm Matzka (1798–1891). V seznamu přednášek byli již všichni zastoupeni přednáškami vyšší analýzy postavenými na principech diferenciálního a integrálního počtu.

Literatura

[1] Havránek J. a kol.: *Dějiny Univerzity Karlovy III, 1802–1918*, Karolinum, Praha, 1997.

[2] Jandera L. J.: *Prima calculi exponentialis elementa nova partim methodo in usum auditorum suorum proposita*, Pragae, 1812.

[3] Jandera L. J.: *Sbírka úloh z matematiky*. [Rukopis v majetku Literárního archivu PNP v Praze.]

[4] Otavová M.: *Ladislav Jandera – současník Bernarda Bolzana*, in Bečvář J., Bečvářová M. (ed.): 30. mezinárodní konference Historie matematiky, Matfyzpress, Praha, 2009, str. 164–166.

[5] Úřední tisky Karlo-Ferdinandovy university. Seznamy přednášek, karton č. 1–3, Archiv Univerzity Karlovy v Praze.

Adresa

Miroslava Otavová, prom. mat.
Katedra matematiky VŠE
Ekonomická 957
148 00 Praha 4
e-mail: *otavova@vse.cz*

CZWARTY WYMIAR – HISTORIA OSOBLIWOŚCI Z POLSKIM AKCENTEM

ZDZISŁAW POGODA

Abstract: Why mathematicians interested in the problems of the topology of four-dimensions only in the late thirties of the twentieth century? In the paper we present a few episodes of the history of mathematics in four dimensions with slight Polish accents: Stefan Kwietniewski was the author of the article from the geometry in four dimensions.

1 Krótka historia osobliwości czwartego wymiaru

Pojęcie czwartego wymiaru budziło zainteresowanie ludzi niekoniecznie związanych z matematyką. Szczególnie interesujący się parapsychologią lub okultystyką chętnie wykorzystywali ideę przestrzeni czterowymiarowej do potwierdzenia swoich tez, doświadczeń i poglądów. Wyższe wymiary pojawiły się w matematyce stosunkowo późno, bo tak naprawdę w XIX wieku, choć pewne pomysły można znaleźć już znacznie wcześniej (por. [2]). W ogóle fakt, że nasza przestrzeń jest trójwymiarowa był już rozważany w starożytności, na przykład przez Klaudiusza Ptolemeusza, lecz konkretne dzieła na ten temat niestety zaginęły.

Do XIX wieku wzasadzie nie dotykano tematu czwartego wymiaru. Pojawiały się tylko pojedyncze, nieśmiałe przemyslenia i sugestie. Na przykład Jean le Rond d'Alembert chyba jako pierwszy sugerował, że czas można by traktować jako dodatkowy wymiar (por. [2]). Jeszcze wcześniej sugestie związane z czwartym wymiarem znajdziemy u Kartezjusza, który studiował graficzną reprezentację swobodnie spadającego ciała w zależności od liczby działających sił (przyczyn).

W XIX wieku zainteresowanie wyższymi wymiarami wzrosło, szczególnie dzięki pracom Cayleja, Grassmanna, Riemanna Schläfliego, choć można by wymieniać jeszcze wiele innych nazwisk. Schläfli opisał co prawda rodzinę wyżej wymiarowych odpowiedników wieloscianów foremnych (nazywanych później po angielsku polytopies), gdzie dało się zauważyć specyfikę niższych wymiarów. Przypomnijmy, na płaszczyźnie mamy nieskończenie wiele wielokątów foremnych, w przestrzeni trójwymiarowej tylko 5 typów wielościanów foremnych, w przestrzeni czterowymiarowej 6 typów komórek foremnych, a w wyższych wymiarach już tylko 3. Mimo to nie zwrócono szczególnej uwagi na specyfikę czwartego wymiaru nawet, gdy podobne anomalie pojawiły się przy klasyfikacji komórek gwiaździstych i innych rodzin "polytopów" (por. [11]).

Pod koniec XIX wieku wzorsło także zainteresowanie czwartym wymiarem, ale miało ono charakter raczej pozamatematyczny. Pojawiały się „teorie", że kontakt ze światem duchów możliwy jest poprzez czwarty wymiar, a także koncepcja czasu jako dodatkowego wymiaru również była popularna. Wykorzystywano to w powieściach typu science fiction takich jak *Wehikuł czasu* Wellsa. Czwarty wymiar stał się znakomitym obiektem do wyjaśnienia wszelkich zjawisk paranormalnych i podobnych. Narodziny szczególnej teorii względności także przyczyniły się do zwiększonego zainteresowania czwartym wymiarem. Matematycy, mimo pewnych sygnałów, byli przekonani, że przestrzeń czterowymiarowa, to tylko jeden z nieskończenie wielu przypadków przestrzeni o wyższych wymiarach; dlaczego miałaby być wyróżniona, a jeśli już to z jakich powodów.

W XIX wieku rozpoczął się proces klasyfikacji obiektów, które po doprecyzowaniu nazwano rozmaitościami. Ideę rozmaitości zaproponował Bernhard Riemann. Najpierw w pracy doktorskiej z 1851 (por. [15]) roku opisał pojęcie powierzchni nazwanej później powierzchnią Riemanna. Ideę tę rozwinął w pracy [17] z 1857 roku sugerując klasyfikację powierzchni według typu spójności, a pomysł n wymiarowej rozmaitości pojawił się w jego wykładzie habilitacyjnym (por. [16]). Problem klasyfikacji powierzchni podjęli August F. Möbius, Camille Jordan, Walter von Dyck, Max Dehn i Poul Heegaard, co zakończyło się sukcesem w postaci twierdzenia o klasyfikacji powierzchni (rozmaitości dwuwymiarowych) zamkniętych (czyli zwartych i bez brzegu). Walter von Dyck napisał krótką notkę po angielsku nawiązującą do klasyfikacji rozmaitości trójwymiarowych – nie pada w niej termin „rozmaitość”, lecz „trójwymiarowe przestrzenie”. Podjął też próby opisu rozmaitości n wymiarowych w pracy [6] bez wyszczególniania konkretnych wymiarów.

Matematycy skupili swoją uwagę na obiektach trójwymiarowych i, ogólnie, n wymiarowych. Dlaczego wyróżniono rozmaitości trójwymiarowe? Powody mogły być następujące. W zasadzie uporano się z problemem klasyfikacji powierzchni. Dzięki pracom Möbiusa i von Dycka Max Dehn i Poul Heegaard mogli sformułować pełne twierdzenie klasyfikacyjne dla powierzchni (por. [3], [13]). Kolejny krok to rozmaitości trójwymiarowe albo i ogólnie n wymiarowe. Jeśli udało się dla powierzchni, to czas na inne wymiary. Inny powód to fakt, że rozmaitości trójwymiarowe są bliskie intuicji, co daje szanse na sukces. Udowodniono szereg ważnych twierdzeń dających nadzieje na klasyfikacje. Jednak pojawiły się trudności nie występujące w przypadku dwuwymiarowym. Między innymi należało dobrze scharakteryzować topologicznie sferę trójwymiarową, lecz hipoteza Poincarégo dająca prosty opis sfery, opierała się atakom matematyków (por. [14]). Wysiłek wielu specjalistów, między innymi Heegaarda, Tietzego, Dehna, Alexandera, Reidemeistera, Knesera, Seiferta i innych doprowadził do lepszego poznania rozmaitości trójwymiarowych. Opisano wiele rodzin, globalnego twierdzenia klasyfikacyjnego jednak nie uzyskano.

Mimo ogromnego zainteresowania czwartym wymiarem w teorii rozmaitości nie skupiano się na obiektach czterowymiarowych. Do drugiej wojny światowej pojawiały się sporadyczne prace na ten temat. Ważny rezultat uzyskał w 1952 roku rosyjski matematyk Vladimir Rokhlin. Wynik dotyczył charakteryzacji struktur gładkich na rozmaitościach czterowymiarowych (por. [18]). Jak ważny był to wynik, przekonano się tak naprawdę trzydzieści lat później.

Jednak już w latach pięćdziesiątych XX wieku, dokładniej w 1958 roku Andrej A. Markov udowodnił, że dla rozmaitości czterowymiarowych nie istnieje algorytm pozwalający rozstrzygnąć, czy dane dwie dowolne rozmaitości są homeomorficzne, czy nie (por. [12]). Oznaczało to, że próby klasyfikacji wszystkich czterowymiarowych rozmaitości skazane są na niepowodzenie. Nie przeszkadzało to, żeby badać mniejsze, bardziej specjalne, rodziny rozmaitości. A także można było osłabić założenia dotyczące klasyfikacji, na przykład rezygnując z homeomorfizmu na rzecz homotopijnej równoważności. Szybko okazało się, że do rozmaitości czterowymiarowych nie można stosować metod sprawdzających się w ogólnym, wyżej wymiarowym przypadku. Na początku lat sześćdziesiątych Stephen Smale udowodnił uogólnioną hipotezę Poincarégo z zastrzeżeniem, że wymiar jest większy od pięciu (por. [19]). Potem jeszcze udało się rozszerzyć rozumowanie na rozmaitości pięciowymiarowe, ale czwarty wymiar oparł się próbom.

Po odkryciu w 1957 roku przez Johna Milnora struktur egzotycznych na sferze siedmiowymiarowej, naturalne było pytanie, jak to jest w innych wymiarach. Odpowiedź uzyskano z jednym wyjątkiem – sfery czterowymiarowej. I jeszcze jeden z wielu przykładów. Jak wygląda problem równoważności struktur gładkich na standardowej przestrzeni $\boldsymbol{R}^n$? Intuicja podpowiadała, że mamy tylko jedną wzorcową strukturę, do której byliśmy przyzwyczajeni na co dzień. Długo jednak nie udało się dowodem potwierdzić intuicji. Dopiero w 1977 roku Robion Kirby i Laurente Siebenmann (por. [9]) potwierdzili intuicję z jednym wyjątkiem $n = 4$. Ich metody w tym przypadku nie działały. Kulminacja nastąpiła na początku lat osiemdziesiątych XX wieku za sprawą prac Michaela H. Freedmana i Simona Donaldsona. Rezultaty były sensacyjne. Freedman sklasyfikował czterowymiarowe rozmaitości jednospójne (dokładniej jeszcze spójne, zwarte i bez brzegu), Donaldson podał warunki, kiedy rozmaitości topologiczne czterowymiarowe dopuszczają struktury gładkie (por. [4], [6]). Spektakularne konsekwencje to:

- dowód czterowymiarowej (topologicznej) hipotezy Poincarégo, po dwudziestu latach od wyników Smale'a dla rozmaitości wyżej wymiarowych;
- konstrukcja czterowymiarowych rozmaitości topologicznych niewygładzalnych – okazało się, że te dopuszczające strukturę różniczkową są w ogromnej mniejszości;
- istnienie nierównoważnych struktur gładkich na przestrzeni $\boldsymbol{R}^4$.

Żeby tego było mało, to niebawem stwierdzono, że nierównoważnych struktur na $\boldsymbol{R}^4$ jest nieprzeliczalnie wiele. Dokonał tego w 1987 roku Clifford Taubes (por. [7], [20]). Ciekawe, że bardzo długo, żadnej ze struktur nie udało się skonstruować wprost, udowodniono tylko ich istnienie. Dopiero w 1995 roku Žarko Bižaca podał bezpośrednią, niezwykle dziwaczną i skomplikowaną, konstrukcję takiej struktury (por. [1]). Mimo intensywnych badań, wykorzystania niezwykłych powiązań różnych działów matematyki, wiele problemów pozostało nierozwiązanych i czeka na odpowiedź. Nierozstrzygnięta jest gładka wersja czterowymiarowej hipotezy Poincarégo. Nie wiemy, ile jest nierównoważnych struktur gładkich na sferze czterowymiarowej. W innych wymiarach mamy do czynienia ze skończoną ilością takich struktur. Jak wygląda problem klasyfikacji rozmaitości otwartych (niezwartych) jednospójnych? Na odpowiedź czekają liczne pytania dotyczące klasyfikacji innych rodzin rozmaitości czterowymiarowych (por. [19]).
Czwarty wymiar okazał się wyjątkowo egzotyczny.

2 Polskie akcenty?

Czy można wskazać jakieś polskie akcenty w teorii przestrzeni czterowymiarowych? Z żalem należy stwierdzić, że tylko nieliczne prace poświęcone są zagadnieniom czterowymiarowym. Pierwszym, który podjął tę tematykę był Stefan Kwietniewski (29. 8. 1874 – 24. 1. 1940). Matematyk ten znany jest przede wszystkim jako współpracownik i autor wielu artykułów do *Poradnika dla samouków*. Studiował na Politechnice w Zurychu a także na uniwersytetach w Monachium i Getyndze. Doktoryzował się w Zurychu na podstawie pracy *Ueber Flächen des vierdimensionalen Raumes, deren sämtliche Tangentialebenen untereinander gleichwinklig sind, und ihre Beziehung zu den ebenen Kurven.* Wersja polska zatytułowana *O powierzchniach równych nachyleń w przestrzeni czte-*

rowymiarowej w zastosowaniu do teoryj krzywych płaskich ukazała się w Wiadomościach Matematycznych (por. [10]). Praca z pogranicza geometrii analitycznej i algebraicznej zawiera pewne szczegółowe rezultaty dotyczące punktów przecięcia krzywych w postaci zespolonej, a więc obiektów przestrzeni czterowymiarowej. Autor rozwinął pewną technikę wykorzystującą tak zwane powierzchnie równych nachyleń do badania urojonych (terminologia Kwietniewskiego) przecięć krzywych płaskich. Niewielką pracę o specjalnych płaszczyznach w przestrzeni czterowymiarowej napisał także Antoni Hoborski (por. [8]). I to niemal wszystko. Aktualne problemy rozmaitości czterowymiarowych podejmują młodzi matematycy i można oczekiwać ciekawych rezultatów w tej dziedzinie.

Ueber

Flächen des vierdimensionalen Raumes, deren sämtliche Tangentialebenen untereinander gleichwinklig sind, und ihre Beziehung zu den ebenen Kurven.

Inaugural-Dissertation

zur

Erlangung der philosophischen Doktorwürde

vorgelegt der

Hohen philosophischen Fakultät

(Mathematisch-naturwissenschaftliche Sektion)

der

Universität Zürich

von

Stefan Kwietniewski

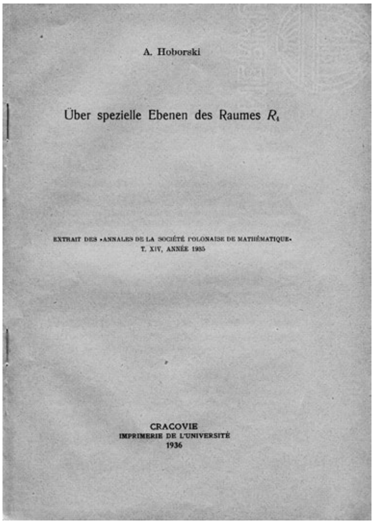
aus Warschau.

Begutachtet von Herrn Prof. Dr. Burkhardt.

Verlag von E. Speidel, Zürich.

Inhalt.

Okładka i spis treści pracy doktorskiej Kwietniewskiego

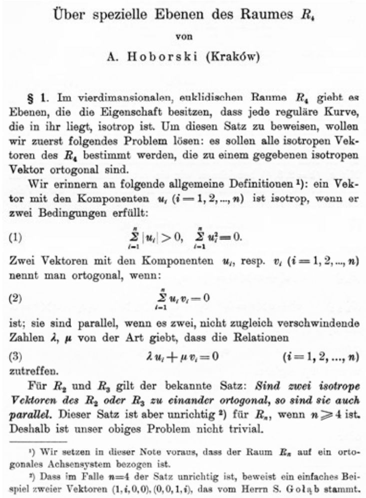


A. Hoborski

Über spezielle Ebenen des Raumes R_4

EXTRAIT DES »ANNALES DE LA SOCIÉTÉ POLONAISE DE MATHÉMATIQUE« T. XIV, ANNÉE 1935

CRACOVIE
IMPRIMERIE DE L'UNIVERSITÉ
1936



Über spezielle Ebenen des Raumes R_4

von

A. Hoborski (Kraków)

§ 1. Im vierdimansionalen, euklidischen Raume R_4 giebt es Ebenen, die die Eigenschaft besitzen, dass jede reguläre Kurve, die in ihr liegt, isotrop ist. Um diesen Satz zu beweisen, wollen wir zuerst folgendes Problem lösen: es sollen alle isotropen Vektoren des R_4 bestimmt werden, die zu einem gegebenen isotropen Vektor ortogonal sind.

Wir erinnern an folgende allgemeine Definitionen [1]): ein Vektor mit den Komponenten u_i $(i=1,2,\dots,n)$ ist isotrop, wenn er zwei Bedingungen erfüllt:

$$\sum_{i=1}^{n} |u_i| > 0, \quad \sum_{i=1}^{n} u_i^2 = 0. \tag{1}$$

Zwei Vektoren mit den Komponenten u_i, resp. v_i $(i=1,2,\dots,n)$ nennt man ortogonal, wenn:

$$\sum_{i=1}^{n} u_i v_i = 0 \tag{2}$$

ist; sie sind parallel, wenn es zwei, nicht zugleich verschwindende Zahlen λ, μ von der Art giebt, dass die Relationen

$$\lambda u_i + \mu v_i = 0 \qquad (i=1,2,\dots,n) \tag{3}$$

zutreffen.

Für R_2 und R_3 gilt der bekannte Satz: ***Sind zwei isotrope Vektoren des R_2 oder R_3 zu einander ortogonal, so sind sie auch parallel.*** Dieser Satz ist aber unrichtig [2]) für R_n, wenn $n \geqslant 4$ ist. Deshalb ist unser obiges Problem nicht trivial.

[1]) Wir setzen in dieser Note voraus, dass der Raum R_n auf ein ortogonales Achsensystem bezogen ist.

[2]) Dass im Falle $n=4$ der Satz unrichtig ist, beweist ein einfaches Beispiel zweier Vektoren $(1,i,0,0)$, $(0,0,1,i)$, das vom Herrn S. Gołąb stammt.

Okładka i pierwsza strona reprintu pracy Hoborskiego

Literatura

[1] Bižaca Ž.: *An explicite family of exotic Casson handles*, Proceedings of the American Mathematical Society 123(1995), no. 4, str. 1297–1302.

[2] Cajori F.: *Origins of fourth dimension concepts*, American Mathematical Monthly 33(1926), str. 397–406.

[3] Dehn M., Heegaard P.: *Analysis Situs*, Encyklopädie der Mathematischen Wissenschaften III AB, Teubner, Leipzig, 1907, str. 153–220.

[4] Donaldson S.: *An application of gauge theory to the topology of 4-manifolds*, Journal of Differential Geometry 18(1983), str. 279–315.

[5] Dyck W.: *Beiträge zur Analysis situs II*, Mathematische Annalen 37(1888), str. 273–316.

[6] Freedman M. H.: *The topology of four dimensional manifolds*, Journal of Differential Geometry 17(1983), str. 357–454.

[7] Gompf R.: *An exotic menagerie*, Journal of Differential Geometry 37(1993), str.199–223.

[8] Hoborski A.: *Über spezielle Ebenen des Raumes* ***R₄***, Annales de la Société Polonaise de Mathématique 14(1935), str. 135–141.

[9] Kirby R., Siebenmann L.: *Foundational essays on topological manifolds*, *smoothing and triangulations*, Annals of Mathematical Studies, No. 88, Princeton University Press, Princeton, 1977.

[10] Kwietniewski S.: *O powierzchniach równych nachyleń w przestrzeni czterowymiarowej w zastosowaniu do teoryj krzywych płaskich*, Wiadomości Matematyczne 10(1904), str. 129–167.

[11] Manning H. P.: *Geometry of four Dimensions*, Dover Publications Incorporation, New York, 1956.

[12] Markov A. A.: *The insolubility of the problem of homeomorphy* (russ.), Doklady Akademii Nauk SSSR 121(1958), str. 218–220.

[13] Pogoda Z.: *Some remarks about classification of manifolds*, in J. Bečvář, M. Bečvářová (ed.): 34. mezinárodní konference Historie matematiky, Matfyzpress, Praha, 2013, str. 153–156.

[14] Pogoda Z.: *Some remarks on history of Poincaré conjecture,* J. Bečvář, M. Bečvářová (ed.): 34. mezinárodní konference Historie matematiky, Matfyzpress, Praha, 2014, str. 223–227.

[15] Riemann B.: *Grundlagen für eine allgemeine Theorie der Functionen einer verändlichen complexen Grösse*, Inaug.-Diss., Göttingen, 1851.

[16] Riemann B.: *Über die Hypothesen, welche der Geometrie zu Grunde liege*, Abhandlungen der Königlichen Gesellschaft der Wissenschaften zu Göttingen 13(1868), str. 132–152.

[17] Riemann B.: *Theorie der Abel'schen Functionen*, Journal für die reine und angewandte Mathematik 54(1857), str. 101–157.

[18] Rokhlin V. A.: *New results in the theory of four-dimensional manifolds* (russ.), Doklady Akademii Nauk SSSR 84(1952), str. 221–224.

[19] Scorpan A.: *The wild world of 4-manifolds*, American Mathematical Society, Providence, Rhode Island, 2005.

[20] Taubes C.: *Gauge theory on asymptotically periodic 4-manifolds*, Journal of Differential Geometry 25(1987), str. 363–430.

Podziękowanie

Autor chciałby podziękować Martinie Bečvářovej, bez pomocy której ta praca nie mogłaby się ukazać.

Adres

Zdzisław Pogoda Ph.D.
Instytut Matematyki
Uniwersytet Jagielloński
Ul. Stanisława Łojasiewicza 6
30-348 Kraków, Poland
e-mail: *zdzislaw.pogoda@uj.edu.pl*

Zdzisław Pogoda prof. nadzw. PWSZ
Instytut Pedagogiczny
Państwowej Wyższej Szkoły Zawodowej
w Nowym Sączu
Ul. Chruślicka 6
33-300 Nowy Sącz, Poland
e-mail: *zpogoda@pwsz-ns.edu.pl*

FRANK MORLEY A JEHO TROJÚHELNÍKY

MARTINA ŠTĚPÁNOVÁ

Abstract: The Morley's theorem was discovered by the Anglo-American mathematician Frank Morley at the turn of the previous century. The first proofs were published at the end of the 1910s. New proofs of the Morley's theorem are still being presented in prestigious mathematical journals.

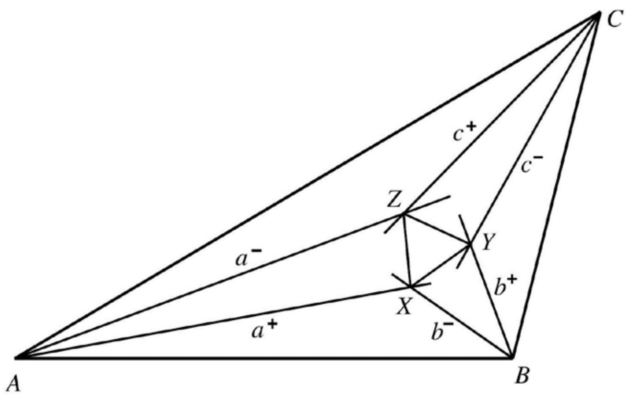
1 Úvod

Planimetrie je obor, v němž existují výsledky, které jsou již na první pohled působivé. Jen málo z nich je však tak překvapivých a elegantních jako tzv. *Morleyova věta* a její zobecnění. Při vhodně zavedené terminologii jsou příslušná tvrzení velmi stručná. O to více je překvapivé, že studium této problematiky má více než stoletou a stále neukončenou historii, i dnes se hledají jednoduché důkazy.

2 Morleyova věta

Uvažujme libovolný trojúhelník ABC, velikosti jeho vnitřních úhlů označme 3α, 3β a 3γ. Přímky dělící vnitřní úhel při vrcholu A na třetiny označme a^+ a a^-. Označení přitom zvolme tak, aby přímka a^- byla obrazem přímky a^+ v otočení se středem A a úhlem $+\alpha$, tj. v otočení proti směru hodinových ručiček (obdobně pro přímky dělící na třetiny vnitřní úhly při vrcholech B a C). Uvedené přímky nazývejme *třetící přímky 0. typu* trojúhelníku ABC. Nyní již můžeme formulovat Morleyovu větu:

Nechť ABC je libovolný trojúhelník, a^+, a^-, b^+, b^-, c^+, c^- jeho třetící přímky 0. typu. Potom trojúhelník XYZ, kde $X = a^+ \cap b^-$, $Y = b^+ \cap c^-$ a $Z = c^+ \cap a^-$, je rovnostranný.

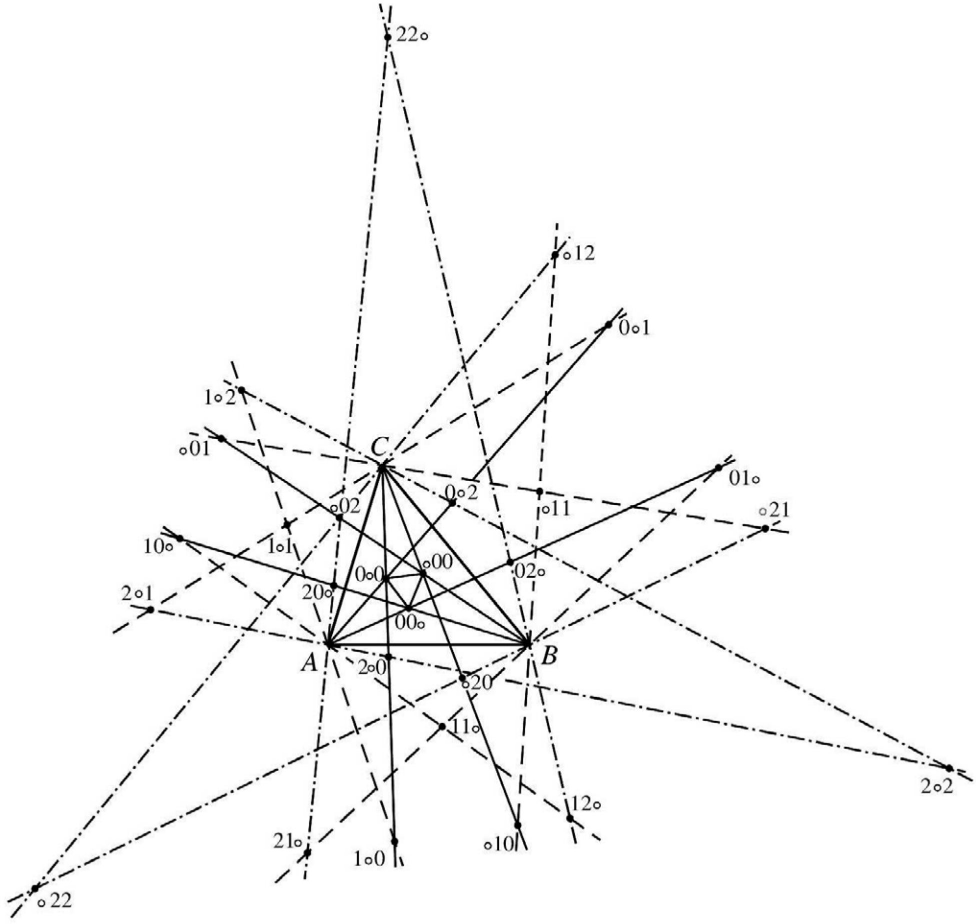


Obr. 1: První Morleyův trojúhelník

Trojúhelník XYZ se nazývá *první Morleyův trojúhelník* příslušný trojúhelníku ABC.

3 Zobecnění Morleyovy věty

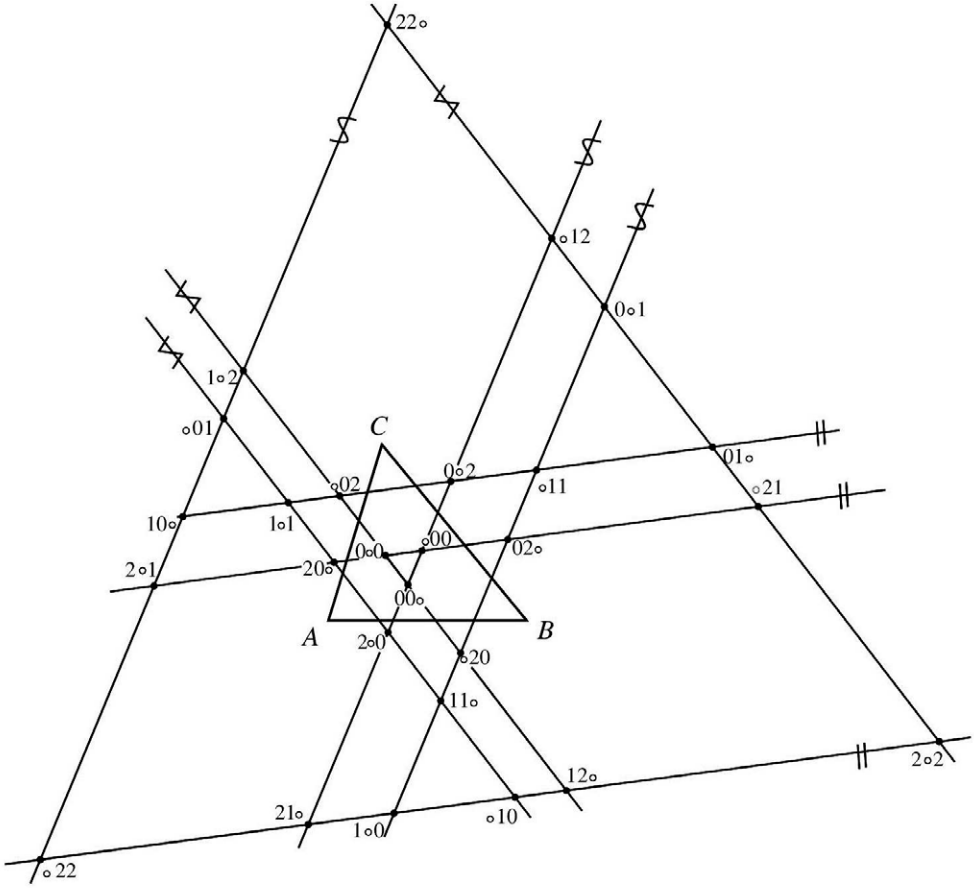
Zajímavé je, že první Morleyův trojúhelník není jediný rovnostranný trojúhelník, jehož vrcholy jsou průsečíky přímek třetících úhly daného trojúhelníku. Uvažujme dále šest přímek, které procházejí vrcholy trojúhelníku ABC a třetí vnější úhly trojúhelníku. Nazývejme je *třetící přímky 1. typu* trojúhelníku ABC (na obr. 2 jsou značeny čárkovanými čarami). Uvažujme ještě šest přímek, tzv. *třetících přímek 2. typu* trojúhelníku ABC, které rovněž procházejí vrcholy příslušného trojúhelníku a svírají s třetícími přímkami 0. typu úhel o velikosti 120° (viz obr. 2; značeny jsou čerchovanými čarami). Dvacet sedm vhodně vybraných průsečíků třetících přímek všech typů, tzv. *Morleyovy body*, jsou vrcholy sedmadvaceti rovnostranných, tzv. *Morleyových trojúhelníků*.



Obr. 2: Třetící přímky tří typů trojúhelníku ABC

Na obrázku 2 jsou Morleyovy body označeny trojmístnými kódy: první, resp. druhá, resp. třetí pozice v kódu odpovídá vrcholu A, resp. B, resp. C, číslo uvedené na tomto místě značí typ třetící přímky a symbol ○ je na pozici vrcholu, jehož příslušné třetící přímky nehrály v určení průsečíku roli. Např. vrcholy prvního Morleyova trojúhelníku mají kódy 00○, ○00, 0○0; bod 2○1 je průsečík třetící přímky 2. typu procházející bodem A a třetící přímky 1. typu procházející bodem C apod.

Osmnáct Morleyových trojúhelníků budeme řadit mezi tzv. *ryzí* a devět mezi tzv. *falešné*. Vrcholy ryzích Morleyových trojúhelníků jsou průsečíky třetících přímek všech vrcholů trojúhelníku *ABC* (symbol ○ je na všech třech pozicích kódů), zatímco vrcholy falešných Morleyových trojúhelníků vzniknou s využitím pouze dvou vrcholů trojúhelníku *ABC* (symbol ○ je na jediné pozici kódů).[1] Ukazuje se, že Morleyovy body leží na devíti tzv. *Morleyových přímkách*, které jsou po třech rovnoběžné (viz obr. 3).



Obr. 3: Dvacet sedm Morleyových trojúhelníků

Tímto jsme uvedli základní fakta týkající se problematiky Morleyových trojúhelníků. Mohli bychom na desítkách či stovkách stran pokračovat představením dalších překvapivých skutečností: například popsáním vztahů Morleyova trojúhelníku k tzv. *Simsonovým přímkám*, k *Brianchonovu šestiúhelníku* apod. Přistupme však nyní k hlavnímu tématu článku, k vývoji výše uvedených poznatků.

[1] První Morleyův trojúhelník je rovněž nazýván jen Morleyův trojúhelník. Někdy je za Morleyovy trojúhelníky bráno pouze „našich“ osmnáct ryzích Morleyových trojúhelníků, jindy sedmadvacet trojúhelníků, z nichž osmnáct je „našich ryzích“ a devět nepatří ani mezi „naše falešné“ (nejsou rovnostranné; k jejich vzniku však byly použity třetící přímky všech vrcholů trojúhelníku *ABC*).

4 Historie Morleyovy věty a jejího zobecnění[2]

4.1 Formulace věty

Pojednání o historii Morleyovy věty uveďme následujícím citátem amerického zubaře[3] a matematika Leona Bankoffa (1908–1997) z roku 1977:

If a committee of mathematicians were assembled to judge a beauty contest involving geometrical theorems, it is almost certain that one of the chief contenders would be Morley's Triangle Theorem. Granted that beauty is in the eye of the beholder, it would be hard to find anyone who would deny that this elegant theorem deserves a high place of honor in the Geometrical Hall of Fame and Esthetic Excellence. Morley's Theorem arrived on the mathematical scene only three-quarters of a century ago and one cannot help but wonder how this newcomer happened to escape the notice of geometrical doodlers during the millennia following Euclid. A plausible explanation for this oversight may be that it was simply a matter of obeisance to a sort of taboo associated with Euclidean angle trisections–an erroneous identification of nonconstructibility with nonexistence.

Whatever the reason for its late arrival, the Morley configuration has never been found in the mathematical literature before the turn of this century and, unless evidence to the contrary turns up from some unsuspected source, credit for its discovery must continue to rest with Frank Morley. ([1], str. 294)

Morleyova věta byla zřejmě poprvé formulována Frankem Morleyem[4] na přelomu 19. a 20. století. Určení konkrétního roku je problematické, některé zdroje uvádějí rok 1899, některé se kloní k období kolem roku 1904. Nejasná datace je způsobena tím, že Frank Morley tvrzení tehdy samostatně nepublikoval, zmiňoval ho však při výuce a v dopisech. Velmi překvapivé je, že věta vzešla ze zcela jiné problematiky rovinné geometrie – z otázek týkajících se *kardioid*. Připomeňme, že kardioida, též nazývaná srdcovka, je rovinná křivka, kterou opisuje bod kružnice, která se kotálí (bez smyku) po nehybné kružnici, jež leží v téže rovině a má stejný poloměr. Střed nehybné kružnice se nazývá *střed kardioidy*. Frank Morley studoval polohu středů kardioid, které se dotýkají tří daných přímek, speciálně pak jsou vepsány do trojúhelníku. Množinou těchto středů je devět přímek, které dnes nazýváme Morleyovy.[5] Dokázal například, že střed kardioidy vepsané trojúhelníku *ABC*, která se dotýká dvakrát téže strany trojúhelníku, leží na dvou přímkách, které třetí vnitřní úhly trojúhelníku přilehlé k uvažované straně (viz obr. 4). Jedná se tedy o vrchol prvního Morleyova trojúhelníku příslušného trojúhelníku *ABC*. Obdobně středem jiné kardioidy dotýkající se tří daných přímek, přičemž jedné z nich ve dvou bodech, je Morleyův bod příslušný trojúhelníku, jehož strany leží na zmíněných přímkách.

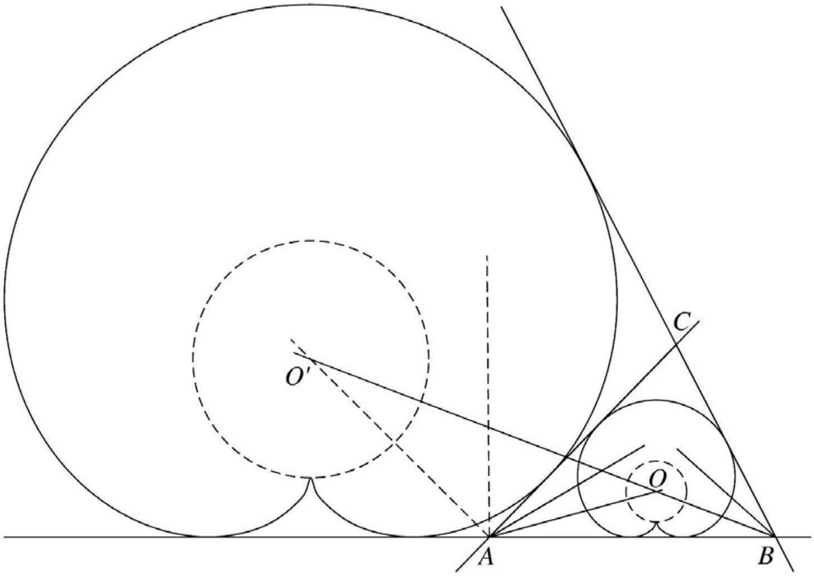
---

[2] V následující části budou nastíněny jen nejpodstatnější mezníky v historii Morleyovy věty, resp. jejího zobecnění, neboť tvrzení bylo studováno velkou řadou matematiků, publikovány byly desítky důkazů. Podrobnější vylíčení vývoje věty by jistě vydalo na samostatnou monografii. Pro srovnání uveďme, že již přehledový článek [18] z roku 1978 uvádí v seznamu literatury sto padesát položek. Nové a nové důkazy tvrzení se přitom objevují dodnes. Dále již zde upozorněme, že studiem příslušné problematiky se často zabývali (a zabývají) lidé, kteří nebyli významnými matematiky, proto nejsou dohledatelná jejich křestní jména, data narození, úmrtí apod.

[3] Pro zajímavost podotkněme, že mezi pacienty Leona Bankoffa bylo několik hollywoodských celebrit.

[4] Základní životní příběh Franka Morleye viz dále.

[5] Přesná Morleyova formulace výsledku viz dále část 4.4 – citát z později publikovaného článku [15].



Obr. 4: Dvě kardioidy, které se dotýkají tří přímek (jedné z nich ve dvou bodech)

Roku 1900 publikoval Frank Morley v prvním ročníku *Transactions of the American Mathematical Society* článek *On the Metric Geometry of the Plane n-line* [12], v němž dokázal několik vět o přímkách v rovině. Věta, která dnes nese jeho jméno, je velmi speciálním případem jednoho z těchto tvrzení, o publikování explicitní formulace Morleyovy věty tedy ještě nelze mluvit.

4.2 První výskyt v literatuře

Morleyova věta byla poprvé publikována na konci prvního desetiletí 20. století. Jednalo se však „pouze" o dva problémy položené E. J. Ebdenem: *problém číslo 1655* vytištěný roku 1908 v *Mathesis*[6] [7] v Bruselu a *problém číslo 16381* publikovaný roku 1908 v *The Educational Times*[7] [8] v Londýně. Věta však nevyšla pod svým nynějším názvem – jméno Franka Morleye v textech zmíněno není.

Rozřešení položených otázek přišlo záhy. Na problém publikovaný v kontinentální Evropě odpověděli s pomocí trigonometrie T. Delahaye a H. Lez [6]. Podařilo se jim vypočítat, že délka strany *XZ* prvního Morleyova trojúhelníku příslušného trojúhelníku *ABC* je $8r\sin\alpha\sin\beta\sin\gamma$, kde r je velikost poloměru kružnice opsané trojúhelníku *ABC*. Ze

[6] *Mathesis*, přesněji *Mathesis: Recueil Mathématique*, byl belgický časopis pro elementární matematiku. Jeho předchůdce *Nouvelle correspondance mathématique*, který založili roku 1874 Joseph Jean Baptiste Neuberg (1840–1926), Eugène Catalan (1814–1894) a Paul Mansion (1844–1919), měl být jakousi obdobou francouzského časopisu *Nouvelles Annales de Mathématiques*. Vycházel do roku 1880. O rok později založili Mansion a Neuberg (s podporou Catalana) časopis *Mathesis*. Ten byl vydáván do roku 1915, kdy jeho publikování zastavila válka, znovu vycházel (jako žurnál Belgické matematické společnosti) od roku 1922 do roku 1965.

[7] Časopis *The Educational Times* byl založen roku 1847 jako měsíčník pro vzdělávání, vědu a literaturu. Od roku 1848 v něm byly předkládány k řešení matematické problémy. Časopis se postupně natolik rozrostl, že roku 1864 vznikla jeho odnož pod názvem *Mathematical Questions with their Solutions "From the Educational Times"* (později byl název rozšířen o slova *with Many Papers and Solutions Not Published in the Educational Times*, resp. *with Many Papers and Solutions in Addition to Those Published in the Educational Times*).

symetrie vztahu ihned vyplývá platnost Morleyovy věty. Na problém předložený na britských ostrovech reagovali M. Satyanarayana [20], Mandyam Tondanur Naraniengar (1871–1940) [17] a W. F. Beard [2]. Satyanarayanův důkaz je opět trigonometrický, zbývající dva jsou syntetické a jejich podstata je obdobná. Uvedené tři důkazy jsou tak nejstaršími publikovanými důkazy Morleyovy věty. Nejznámější z nich je dnes patrně důkaz Naraniengarův, neboť byl roku 1967 znovu vyložen v široce rozšířené knize *Geometry Revised* [5] sepsané Haroldem Scottem MacDonaldem Coxeterem (1907–2003) a Samuelem L. Greitzerem (1905–1988). Zajímavé je, že na obálce této knihy je zobrazen trojúhelník a přímky, které připomínají jeho třetící přímky 0. typu, a menší trojúhelník, jehož jednotlivé vrcholy leží na průsečících dvou těchto přímek. Z nějakého nám neznámého důvodu však zmíněné přímky nedělí vnitřní úhly většího trojúhelníku přesně na třetiny, a menší trojúhelník tedy není rovnostranný.

Po vyřešení dvou výše zmíněných problémů zájem o Morleyovu větu na několik let pohasl.

4.3 „Navrácení“ věty Franku Morleyovi

Dne 14. listopadu roku 1913 vystoupili v *Edinburgh Mathematical Society* Frank Glanville Taylor a William L. Marr a přednesli své ideje z textu *Six Trisectors of Each of the Angles of a Triangle* [23]. Kromě Morleyovy věty zformulovali i obecnější tvrzení v domnění, že se jedná o nové poznatky. Franka Morleye ve své přednášce nezmínili. Po přednášce se však ozvalo několik Morleyových studentů a kolegů a upozornili na pravého autora tvrzení. V publikované verzi článku [23] Taylor a Marr již napsali:

The following is an account of a theorem whose origin has been traced to Prof. Morley of Johns Hopkins University. …

It was only after the present paper had been read that the above information, thanks to various correspondents, was obtained. Hence the theorem has been approached from quite a different point of view, as also the extension of the particular case, which was erroneously thought to be unknown. Certain other properties which follow are, however, probably new. ([23], str. 119)

V článku představili dva důkazy (syntetický a trigonometrický) Morleyovy věty a připojili rovněž poměrně snadný syntetický důkaz od W. E. Philipa. Byli zřejmě prvními, kteří publikovali důkaz obecnějšího tvrzení o sedmadvaceti rovnostranných trojúhelnících. Stalo se tak právě v tomto textu.[8]

4.4 Návrat Franka Morleye k tématu

Teprve v roce 1924 se ke „své větě“ znovu navrátil Frank Morley. V třístránkovém článku *On the Intersections of the Trisectors of the Angles of a Triangle* [14], v němž je klíčovým pojmem opět kardioida, představil svůj důkaz. Krátce také popsal, jak se k dané problematice dostal. Zajímavé je, že jeho článek vyšel v nepříliš známém *Journal of the Mathematical Association of Japan for Secondary Education*. Z následující ukázky lze s jistotou tvrdit, že článek je v podstatě dopisem Franka Morleye japonskému profesoru

[8] Dodejme, že oba autoři se problematice dále věnovali. Roku 1914 například Marr publikoval článek *Morley's Trisection Theorem: an Extension and its Relation to the Circles of Apollonius* [9] a Taylor příspěvek *The Relation of Morley's Theorem to the Hessian Axis and Circumcentre* [24].

T. Hayashimu[9], konkrétně odpovědí na Hayashiho otázku, kde (či zda vůbec) byla Morleyova věta formulována:

Dear Professor Hayashi:–
I have not published the theorem [zde je v hranaté poznámce formulována Morleyova věta – jak se však z poznámky pod čarou dozvídáme, dodatečně ji do dopisu dopsal přímo profesor Hayashi]. *It arose from the consideration of cardioids. …*

With high regards,
sincerely yours.
(Sign)

([14], str. 262, resp. [25], str. 273)

Kardioidy (častěji však obecně křivky) se rovněž objevily v Morleyově článku *Extensions of Clifford's Chain-Theorem* [15] z roku 1929. Poslední souvětí následující citace je prvním publikovaným explicitním vyjádřením Morleyovy věty přímo Frankem Morleyem (znovu zdůrazněme, že se tak stalo až na konci dvacátých let 20. století):

If we apply the theory of this section to a triangle abc, we obtain as the locus of centers of inscribed cardioids three sets of three parallel lines, forming equilateral triangles. The vertices of the triangles are the centers of the cardioids which touch a side (say bc) of the given triangle twice. If x_0 *be such a center, then the angle* x_0bc *is a third of the angle abc. … Thus if we take the interior trisectors of the angles of a triangle, the points where those adjacent to a side meet form an equilateral triangle.* ([15], str. 469)

4.5 Období 1930 až 1990

Další vývoj problematiky Morleyovy věty probíhal ve dvou směrech. Jednak se začalo bádat nad jejími souvislostmi s jinými tvrzeními rovinné geometrie (čemuž se však z kapacitních důvodů nebudeme věnovat), jednak sílila snaha o nalezení jednoduchého důkazu. Po několik desetiletí sice byly postupně nacházeny nové a nové důkazy, a to i takové, které byly založeny na elementární matematice, ale málokterý byl průhledný či stručný. Častou nevýhodou řady z nich je skutečnost, že vycházejí z jednoho či více lemmat, která je nutno nejdříve dokázat.

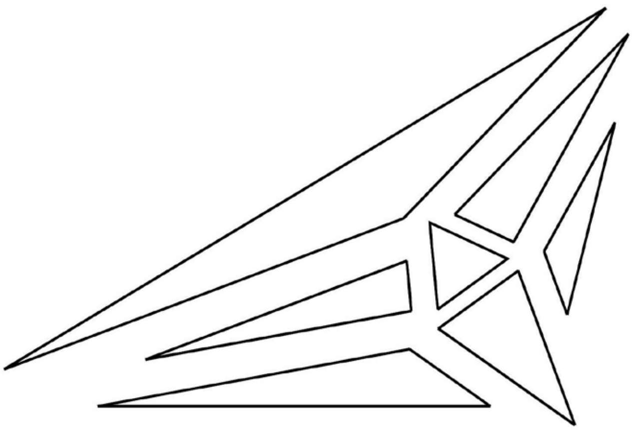
Postupně předkládané důkazy lze rozdělit do skupin podle více hledisek. Jak to tak bývá, objevily se jak důkazy správné, tak chybné. Můžeme nalézt důkazy syntetické, trigonometrické, algebraické, využívající komplexní čísla či projektivní geometrii. Dalším kritériem je, zda se jedná o důkazy přímé či nepřímé. Přímými důkazy přitom rozumíme ty, v nichž se vychází z libovolného trojúhelníku a dokazuje se, že příslušný první Morleyův trojúhelník je rovnostranný. V nepřímých důkazech se naopak vychází z rovnostranného trojúhelníku a k němu se zkonstruuje trojúhelník (s danými vnitřními úhly o velikostech 3α, 3β, 3γ), pro který je výchozí trojúhelník prvním Morleyovým trojúhelníkem.

[9] Zřejmě se jednalo o profesora T. Hayashiho (1875–1935) z *Tohoku Imperial University*. Soudíme tak nejen z jména a z období, v němž žil, ale rovněž z jeho podpory publikací cizojazyčných textů v Japonsku. Profesor Hayashi byl totiž zakladatelem (r. 1911) prvního mezinárodního matematického časopisu *Tohoku Mathematical Journal* v Japonsku. Pro publikování ve „svém“ časopisu měl jen dvě „podmínky“: 1) přijímá příspěvky od kohokoli; 2) příspěvky musí být (v čitelné formě) v angličtině, francouzštině, němčině, italštině nebo japonštině.

Není možné zde jmenovat, natož reprodukovat desítky důkazů, resp. prací souvisejících s uvažovanou problematikou. Pro zájemce o podrobnější seznam prací publikovaných přibližně do poloviny sedmdesátých let[10] doporučujeme článek *The Morley Trisector Theorem* [18], který v celosvětově známém časopise *The American Mathematical Monthly*[11] publikovali Cletus Odia Oakley (1899–1990) a Justine C. Baker. V něm jednak na necelých třech stranách zrekapitulovali historii věty, opravili několik chybných odkazů či citací a dále nechali zavzpomínat na Franka Morley jeho nejmladšího syna Franka Vigora. Nejobsáhlejší část textu tvoří právě seznam publikací věnovaných tématice Morleyových trojúhelníků. Obsahuje celkem sto padesát položek rozdělených do dvou skupin. Prvních sto šestnáct odkazů sestavili autoři článku a předběžnou, dosud nepublikovanou verzi poslali k připomínkám Coxeterovi. Odpověděl jim, že obdobný a rozsahem srovnatelný seznam připravuje rovněž emeritní profesor Charles Wilderman Trigg (1898–1989) pro kanadský časopis *Eureka*, a to pro speciální číslo věnované Franku Morleyovi [25]. Všichni tři autoři se dohodli, že si nebudou konkurovat a raději přiloží ruce ke společnému dílu. Takřka totožné seznamy tak vyšly nedlouho po sobě v časopisech *Eureka* a *The American Mathematical Monthly*. U každé z prvních sto šestnácti položek jsou připsány velmi přínosné „kódy". Jedná se o jedenáct zkratek, které sdělují, zda byl v dané práci použit přímý důkaz, zda se jedná o předložení problému, zda se práce týká zobecněné verze Morleyovy věty apod.

4.6 Nejnovější historie

Morley's Theorem is still very young and we can surely expect novel methods of proof to loom up in the future as more and more geometrical aficionados try their hand at further refinement and clarification of this beautiful theorem. ([1], str. 296)



Obr. 5: Skládankový důkaz Johna Conwaye

I v posledním čtvrtstoletí vybízí půvabné Morleyovo tvrzení k pátrání po dalších, pokud možno stručných důkazech založených pouze na elementární matematice. Za nejprů-

[10] Již roku 1941 vyšel přehledový článek J. W. Peterse *The Theorem of Morley* [19], v němž jsme však nalezli některé nesrovnalosti, a tudíž jej ke studiu příliš nedoporučujeme.
[11] Jedním z editorů tohoto slavného periodika byl v letech 1956 až 1961 právě Oakley.

hlednější byl po přibližně dvacet let označován důkaz britského matematika Johna Hortona Conwaye[12] (nar. 1937). Formulován byl asi v polovině devadesátých let 20. století, založen je jen na matematice základní školy (především na podobnosti trojúhelníků). Jedná se o jakousi skládanku: trojúhelník s vnitřními úhly o velikostech 3α, 3β a 3γ sestavujeme ze sedmi trojúhelníků, jejichž vnitřní úhly mají velikosti α, β, γ, 60°, $\alpha + 60°$, $\beta + 60°$, $\gamma + 60°$, $\alpha + 120°$, $\beta + 120°$ a $\gamma + 120°$ (viz obr. 5).

Z jednoduchých důkazů publikovaných v posledních letech jmenujme např. nepřímý syntetický důkaz Briana Stonebridge *A Simple Geometric Proof of Morley's Trisector Theorem* [22] z roku 2009. Zajímavý je „vášnivý spor“ o nejjednodušší důkaz, který byl v loňském roce veden na stránkách časopisu *The Mathematical Intelligencer*. V uvedeném časopisu byl v roce 2014 se souhlasem Johna Conwaye otištěn jeho důkaz jako článek *On Morley's Trisector Theorem* [4]. V něm stálo:

The theorem was notorious throughout the 20th century as being difficult to prove. In the 21st century it has become easy! Here is the indisputably simplest. ([4], str. 3)

Roku 2015 na vyjádření reagoval ve stejném periodiku v článku *Morley's Theorem: A Walk in the Park* [21] Malcom Roger Smyth následujícími slovy:

It is evident from your issue of last June and July that Morley's Theorem is once again a hot topic, and arguments are resuming as to whether Conway's delightful proof is guilty of deus ex machina *or* lepus ex pilleo *or whatever. Conway's mischievous claim that his proof "is the indisputably simplest" dates back to 1995, and I believe it is no longer valid since my own proof below is shorter and simpler and free of any* deus *accusation. To justify this statement let's take a gentle stroll with Euclid …*[13] ([21], str. 60)

Podotkněme, že na internetu dnes existuje poměrně značné množství webových stránek (často „matematiků-amatérů“), které se věnují Morleyově větě. Za všechny uveďme stránku [26].

5 Frank Morley (1860–1937)

Frank Morley[14] se narodil 9. září roku 1860 ve městě Woodbridge v hrabství Suffolk situovaném na východě Anglie. Rodiče Elizabeth (Muskett) a Joseph Roberts Morley provozovali ve Woodbridgi obchod s porcelánem.

Po absolvování střední školy nastoupil Frank Morley roku 1879 na *King's College* v Cambridgi. Studia, která musel kvůli zdravotním problémům dočasně přerušit,[15] absolvoval v roce 1884. Nedosáhl však tak dobrých výsledků, aby mohl v Cambridgi

[12] John Horton Conway je známý matematik. Je spojován především s tzv. *celulárním automatem Game of Life* [*Hra života*]. Každé ze čtvercových políček (buněk) dvourozměrné desky může nabývat jen dvou stavů – živý či mrtvý. Na počátku „hry“ se pouze určí, které políčko je v jakém stavu a další situace je již jednoznačně určena danými pravidly, která určují, kdy buňka zemře a kdy oživne v závislosti na stavu okolních buněk. *Game of Life* je tak označována jako buněčný dvoustavový automat – hra pro 0 hráčů.

[13] Domníváme se, že Conwayův důkaz je založen na elementárnější matematice, délka obou důkazů je přibližně stejná.

[14] Informace v této části jsou převzaty z [3] a [27].

[15] Zdravotní stav Franka Morleye rovněž zavinil, že se nemohl věnovat profesně právu, jak si přál.

získat místo odborného asistenta. Začal proto učit na *Bath College*, kde zůstal do roku 1887. Během této etapy se mu podařilo překonat zdravotní problémy a posílen zlepšením kondice se začal více věnovat odborné matematice. V uvedeném roce 1887 odešel do zámoří na univerzitu v Haverfordu v americkém státě Pensylvánie, kde se následujícího roku stal profesorem. Během práce na *Haverford College* spolupracoval s Jamesem Harknessem (1864–1923) a Charlotte Scottovou (1858–1931), matematiky z nedaleké školy *Bryn Mawr*.[16]

V červenci roku 1889 se Frank Morley oženil s hudebnicí a básnířkou Lilian Janet Bird. Do rodiny se v následujícím desetiletí v Haverfordu postupně narodili tři synové. Nejstarší Christopher Darlington Morley (1890–1957) se stal spisovatelem a kritikem, prostřední Felix M. Morley (1894–1982) editorem *Washington Post* (v letech 1940–1945 byl rektorem *Haverford College*) a konečně nejmladší Frank Vigor Morley (1899–1985) se stal ředitelem vydavatelské firmy *Faber and Faber* a rovněž matematikem (s otcem spolupracoval více než dvacet let).

Na pozvání Daniela Coita Gilmana[17] přešel Frank Morley na *Johns Hopkins University* v městě Baltimore ve státě Maryland a zde, na jedné z nejuznávanějších amerických univerzit té doby, se roku 1900 stal profesorem matematiky. Za vysokou prestiží školy, speciálně tamějšího postgraduálního studia, stál mimo jiné slavný James Joseph Sylvester (1814–1897). Ten zde pracoval sice jen do roku 1883, ale i po jeho odchodu zdejší postgraduální studium ještě nějakou dobu vzkvétalo. Na přelomu století však začalo docházet ke snižování úrovně, které bylo zastaveno právě nově příchozím Frankem Morleyem (on sám byl školitelem 48 doktorandů).

Odborně pracoval Frank Morley především v geometrii a v algebře. Zřejmě nejproduktivnější období zažil v desetiletí, v němž se mu narodily všechny děti. V roce 1893 vydal spolu s Jamesem Harknessem vysoce ceněný text *A Treatise on the Theory of Functions* [10], roku 1898 vyšla jejich publikace *Introduction to the Theory of Analytic Functions* [11]. Za zmínku stojí rovněž kniha *Inversive Geometry* [16] z roku 1933, kterou napsal se svým nejmladším synem Frankem Vigorem. Ač je Frank Morley znám především díky větě o trisekci úhlů trojúhelníku, on sám měl ze svých textů nejraději čtyřstránkový článek *On the Lüroth Quartic Curve* [13] z roku 1919.

Byl jedním z těch, kteří významně pozvedli úroveň americké matematiky. Byl členem *New York Mathematical Society*, resp. její nástupkyně *American Mathematical Society*. Roku 1902 byl jejím místopředsedou, v letech 1919–1920 předsedou. Byl také editorem *Bulletinu* této společnosti, a to (s výjimkou několika měsíců) v období 1895–1902. V letech 1899–1900 a 1929–1937 byl spolupracujícím redaktorem a v letech 1900–1921 redaktorem časopisu *American Journal of Mathematics*, v letech 1921–1928 pak členem společné redakční rady časopisu. Bylo to v době, kdy za něj zodpovídala jak *Johns Hopkins University*, tak *American Mathematical Society*.

Frank Morley byl rovněž členem *London Mathematical Society*, *Circolo Matematico di Palermo*, *American Philosophical Society* a *American Academy of Arts and Sciences*.

[16] Zajímavé je, že všichni tři byli absolventy anglické univerzity v Cambridge.

[17] Daniel Coit Gilman (1831–1908) byl prvním rektorem *Johns Hopkins University* založené roku 1876, a to až do roku 1901.

Na závěr pro zajímavost uveďme, že miloval hudbu (několik let byl členem *Baltimore Choral Society*), rád hrál šachy a bridž. Šachy ovládal tak bravurně, že dokonce porazil německého matematika a šachového velmistra Emanuela Laskera (1868–1941) v době, kdy byl šachovým mistrem světa.[18]

Život Franka Morleye se uzavřel v Baltimore dne 17. října 1937.

Literatura

[1] Bankoff L.: *The Beauty and Truth of the Morley Theorem*, Eureka, Special Morley Issue, 3(1977), str. 294–296.

[2] Beard W. F.: *Solution of Morley's Problem*, Mathematical Questions and Solutions, from "The Educational Times", New Series 15(1909), str. 110–111.

[3] Coble A. B.: *Frank Morley–In Memoriam*, Bulletin of the American Mathematical Society 44(1938), str. 167–170.

[4] Conway J.: *On Morley's Trisector Theorem*, The Mathematical Intelligencer 36(2014), str. 3.

[5] Coxeter H. S. M., Greitzer S. L.: *Geometry Revised*, New Mathematical Library 19, Mathematical Association of America, Washington, DC, 1967.

[6] Delahaye T., Lez H.: *Problem No. 1655 (Morley's triangle)*, Mathesis, 3rd Series 8(1908), str. 138–139.

[7] Ebden E. J.: *Problem No. 1655*, Mathesis 8(1908), str. 32.

[8] Ebden E. J.: *Problem No. 16381*, The Educational Times, New Series 61(1908), str. 81, 307–308.

[9] Marr W. L.: *Morley's Trisection Theorem: an Extension and its Relation to the Circles of Apollonius*, Proceedings of the Edinburgh Mathematical Society 32(1913–1914), str. 136–150.

[10] Morley F., Harkness J.: *A Treatise on the Theory of Functions*, Macmillan & Company, New York, 1893.

[11] Morley F., Harkness J.: *Introduction to the Theory of Analytic Functions*, Macmillan & Company, London, 1898.

[12] Morley F.: *On the Metric Geometry of the Plane n-line*, Transactions of the American Mathematical Society 1(1900), str. 97–115.

[13] Morley F.: *On the Lüroth Quartic Curve*, American Journal of Mathematics 41(1919), str. 279–282.

[14] Morley F.: *On the Intersections of the Trisectors of the Angles of a Triangle*, Journal of the Mathematical Association of Japan for Secondary Education 6(1924), str. 260–262 (přetištěno rovněž v [25], str. 273–275).

[15] Morley F.: *Extensions of Clifford's Chain-Theorem*, American Journal of Mathematics 51(1929), str. 465–472.

[16] Morley F., Morley F. V.: *Inversive Geometry*, Ginn & Company, Boston, 1933.

[18] Titul mistra světa v šachu držel Lasker v neuvěřitelně dlouhém období 1894 až 1921.

[17] Naraniengar M. T.: *Solution to Morley's Problem*, Mathematical Questions and Solutions, from "The Educational Times", New Series 15(1909), str. 46–47.

[18] Oakley C. O., Baker J. C.: *The Morley Trisector Theorem*, The American Mathematical Monthly 85(1978), str. 737–745.

[19] Peters J. W.: *The Theorem of Morley*, National Mathematics Magazine 16(1941), str. 119–126.

[20] Satyanarayana M.: *Solution to Problem 16381 (Morley's Theorem)*, Mathematical Questions and Solutions, from "The Educational Times", New Series 15(1909), str. 23–24.

[21] Smyth M. R.: *Morley's Theorem: A Walk in the Park*, The Mathematical Intelligencer 37(2015), str. 60.

[22] Stonebridge B.: *A Simple Geometric Proof of Morley's Trisector Theorem*, Applied Probability Trust, 2009.

[23] Taylor F. G., Marr W. L.: *Six Trisectors of Each of the Angles of a Triangle*, Proceedings of the Edinburgh Mathematical Society 32(1913–1914), str. 119–131.

[24] Taylor F. G.: *The Relation of Morley's Theorem to the Hessian Axis and Circumcentre*, Proceedings of the Edinburgh Mathematical Society 32(1913–1914), str. 132–135.

[25] Eureka, Special Morley Issue, 3(1977).

[26] *Morley's Miracle* [online]. [Cit. 17. 4. 2016.]

http://www.cut-the-knot.org/triangle/Morley/index.shtml

[27] MacTutor History of Mathematics archive: *Frank Morley* [online]. [Cit. 17. 4. 2016.]

http://www-history.mcs.st-andrews.ac.uk/Biographies/Morley.html

Adresa

RNDr. Martina Štěpánová, Ph.D.
Katedra didaktiky matematiky
Matematicko-fyzikální fakulta
Univerzita Karlova
Sokolovská 83
186 75 Praha 8
e-mail: *stepanov@karlin.mff.cuni.cz*

ANALYSIS SITUS HENRIHO POINCARÉHO

MARIE VĚTROVCOVÁ

Abstract: The article provides an introduction to *analysis situs*. The main task is to search the nature of *analysis situs* as topology in the sense of Listing (with analysis of Listing's and Poincaré's topological works). The second aim is to point to Poincaré's contribution to general topology. The article is devoted to the history of topology in the second half of 19th century.

1 Úvod

Dnes topologií rozumíme matematickou nauku o prostoru, která ve velmi obecné rovině umí propojovat a využívat téměř všechny zbývající matematické přístupy: kalkulativní i názorné. Topologie jako vědní disciplína se poprvé vyskytuje v Listingových pracech, ale teprve Poincarého *Analysis Situs* jí umožní otevřený rozvoj.

2 Listingova topologie

Johann Benedict Listing (1808–1882) studoval od roku 1830 na univerzitě v Göttingen architekturu a matematiku. Zajímal se o astronomii, anatomii, přírodovědecké obory, geologii a chemii. Listing byl spolu s Wilhelmem Eduardem Weberem a Sartoriusem von Walterhausen nejbližším spolupracovníkem Carla Friedricha Gausse (1777–1855).[1] Právě u Gausse Listing zřejmě našel matematickou inspiraci ke studiu topologie, takže se ve své disertační práci věnuje křivosti ploch druhého řádu (*De superficiebus secundi ordinis*, 1834). Práce navazuje na vlastní Gaussovy příspěvky k diferenciální geometrii (od roku 1822) a pojímá plochu pomocí kalkulu ternárních forem. Na druhou stranu ve stejné době přivádí von Walterhausen Listinga ke geologickému zkoumání zemského magnetismu. Aplikace vznikající topologie k popisu zemské fyziky je přímá. Listing si ale všímá také dalších přírodních věd, zejména botaniky, meteorologie nebo astronomie (srov. [9], [11]).

Protože Listing zakládal nově vznikající disciplínu na jiném pojetí prostoru oproti dosavadní *geometrii situs* (či *analysis situs*), zavedl i nový pojem topologie. Leibnizovu pojmu *geometria situs* vyčítá propojení s pojmem míry, „[*geometria situs*] je mu zde zcela podřízený a koliduje s jiným uměním geometrického uvažování, obvykle označovaného jako „géométrie de position““ (viz [9], str. 5–6), jak uvažuje Lazare Carnot (1753–1823).

*Topologií budeme rozumět takovou nauku o modálních podmínkách prostorového útvaru objektů nebo o zákonech souvislosti, vzájemné délce a sledu (*Aufeinanderfolge*) bodů, přímek, ploch, těles a jejich částí, nebo agregátech v prostoru, vždy však bez ohledu na vztahy míry a velikosti. Pojmem sledu, se kterým se pojí pohyb, se řídí topologie mechaniky podobně jako geometrie, kdy přirozeně rychlost posunuje nebo úhlová rychlost otáčí pohyb, rovněž tak hmotnost, velikost pohybu, síla nebo moment jejich kvan-*

[1] Listing s Weberem byli Gaussovými osobními asistenty, v poslední vůli ustaveni správci Gaussovy knihovny a vedle göttingenských anatomů a patologů osobními účastníky pitvy a zkoumání Gaussova mozku (viz [5], str. 323 a 357).

tity v podstatě nesledujeme, ale postačí pouze modální vztahy mezi pohybujícími se nebo pohnutými útvary v prostoru.[2]

Teprve až roku 1847 publikuje *Vorstudien zur Topologie* ([9]) s poukazy k transformacím v prostoru, teorii uzlů nebo počátkům teorie grafů. Po revolučním roce 1848 se v Göttingen Listing stává profesorem matematické fyziky,[3] zatímco Weber profesorem experimentální fyziky. Nezávisle na Augustu Ferdinandu Möbiusovi, dalším Gaussově žáku a významném astronomu, roku 1858 Listing publikuje vlastnosti neorientované plochy, později nazývané Möbiovy pásky, a roku 1862 rozšiřuje Eulerovu charakteristiku na orientované mnohostěny (viz [10]).

3 Poincarého *Analysis Situs*

Dodnes se za jeden z nejvýznamnějších počinů Henriho Poincarého (1854–1912) považuje systematická práce *Analysis Situs*, jež zakládá algebraickou topologii. Poincaré se k sepisování tohoto na svou dobu velmi obecného pojednání (a jeho dalších pěti dodatků) dostal po zkoumání diferenciálních rovnic, zobecňování vlastností fuchsiovských a analytických funkcí (v komplexní analýze) a neeukleidovských geometrií v matematice, stejně jako po zkoumání rovnovážných stavů pohybu a obecné dynamiky mechanické soustavy tří a více těles, problémů elektromagnetismu či příspěvků ke speciální teorii relativity (srov. [26], str. 186–188).

Jak Ferdinand Verhulst, významný současný teoretik nelineárních dynamických systémů, ukazuje ([25, str. 179]), dějiny Poincarého *Analysis Situs* sahají k myšlence projektivního geometra Michela Chaslese (1793–1880), jehož student Gaston Darboux (1842–1917) byl Poincarého školitelem. Chasles chtěl propojit principy geometrie a matematické analýzy, neboť analýza uměla podávat rychlé kalkulativní důkazy a geometrie zachovávala názor, a tedy i význam každého výsledku. Poincarého příspěvky k teorii obyčejných diferenciálních rovnic vyžadovaly oba tyto přístupy, neboť popisovaly dynamické systémy a jejich rovnovážné stavy (s aplikacemi v mechanice tekutin). Používání holomorfních funkcí a výsledků rozvíjející se komplexní analýzy zajistilo propojení mezi singularitami lineárních diferenciálních rovnic, Riemannových ploch s nekonečně malými komplexními archy (*Blatt*) a neeukleidovských geometrií.

Poincaré si byl vědom obecné strukturální podobnosti dynamických systémů, proto se zabýval invarianty transformací geometrických útvarů (zejména variet). Pro topologické práce volil pojetí situační geometrie (*géométrie de situation*) neboli *analysis situs* (viz [16], str. 189) a přímo odkazoval k Bernhardu Riemannovi (1826–1866) či Enricu Bettimu (1823–1892), jenž rozšířil Riemannovu mnohadimensionální geometrii.

Analysis situs je věda pro geometrii velmi důležitá. Dokazuje se v ní řada vět, které spolu souvisejí podobně jako věty u Eukleida. Právě na tomto souboru výroků vystavěl Riemann jednu z nejpozoruhodnějších a nejabstraktnějších teorií čisté analýzy. Uvedu dvě takové věty, aby si bylo možné udělat představu o povaze této vědy: dvě uzavřené křivky se protínají v sudém počtu bodů; je-li nějaký mnohostěn konvexní, tj. není-li možné nakreslit na jeho povrchu uzavřenou křivku, aniž by jej rozdělila na dvě části, pak počet

[2] Viz [9], str. 5.

[3] Listingovy příspěvky sledují popis zemského tělesa, zemského magnetismu a zabývají se optickými a fyziologickými principy lidského oka.

hran se rovná počtu vrcholů plus počet stěn minus 2 a toto platí, i když strany a hrany tohoto mnohostěnu jsou zakřivené.[4]

Jak také Verhulst poznamenává (viz [25], str. 181), k *analysis situs* se lze názorně dostat od topologické vlastnosti, dnes známé jako *Eulerova charakteristika*: Konvexní dvoudimensionální mnohostěn v $\mathbf{R}^3$ s S vrcholy (*sommets*), A hranami (*arètes*) a F stěnami (*faces*) *nezávisle* na mnohostěnu splňuje vztah

$$\chi = S - A + F = 2 .$$

Eulerova charakteristika je topologickým a homotopickým invariantem. Její dějiny sahají do antické geometrie k vzájemné dualitě platónských těles. Od 19. století je připisována Leonhardu Eulerovi (1707–1783), který ji formuloval roku 1750.[5] Dnes se běžně uvádí důkaz, který předvedl Augustin Cauchy roku 1811.[6] Způsoby odvozování, dokazování a vyvracení právě Eulerovy charakteristiky jsou předmětem známé Lakatosovy disertační práce *Proofs and Refutations* ([8]), jež pohledem filosofie vědy přesahuje a propojuje příslušné dobové matematické práce.

Zobecňování vede do vyšších dimensí. Namísto bodů (vrcholů), úseček (hran), ploch (stěn) lze uvažovat postupně dimensionálně vyšší objekty/variety o počtech $N_0, N_1, \ldots, N_{n-1}$, které by společně mohly charakterizovat n-dimensionální objekt v $\mathbf{R}^n$. Pro něj potom platí

$$N_0 - N_1 + N_2 - \cdots = 1 - (-1)^n .$$

Poincaré otevírá *Analysis Situs* krátkou poznámkou ([16]) z roku 1892 v *Comptes Rendus*, kde se věnuje Bettiho číslům. Slavné *Analysis Situs* vychází roku 1895 na 121 stranách *Journal de l'École Polytechnique* ([17]). Překážka vyšší dimensionality prostoru se zdá být překonána:

Geometrie v n-dimensích má svůj reálný objekt; o tom dnes nikdo nemůže pochybovat. Tvary (jsoucna) v hyperprostoru díky řádné definici vnímáme stejně jako tvary běžného prostoru, a i když je nemůžeme representovat, můžeme je stále promýšlet a studovat. Takže i když se například mechanika více než tří dimensí odsuzuje pro objektovou nedostatečnost, nelze to samé [říci] o hypergeometrii.[7]

Poincaré nejprve uvažoval varietu V v $\mathbf{R}^n$ a funkce $F_1, F_2, \ldots, F_m$, parametrizující n souřadnic bodu $M = (x_1, \ldots, x_n)$. Soustava těchto funkcí na V charakterizuje uzavřenou křivku (pokud bychom ji popisovali komplexní analýzou, bude Jordanova). Pokud však budeme uvažovat všechny možné uzavřené křivky, které by bodem M na V procházely,

[4] Převzato ze statě *Proč má prostor tři rozměry*, viz [23], str. 155–156.
[5] Důkaz pochází z roku 1751 a publikace až z roku 1758 (viz [6], [7]). Vedlejší dějiny poukazují na období okolo roku 1639, kdy Eulerovu charakteristiku jako domněnku uvádí René Descartes (viz [4]), a směřují k Leibnizovi, který si při návštěvě Paříže v letech 1675 až 1676 pořídil opis rukopisu. Podrobněji viz [8], str. 6.
[6] Publikace z roku 1813 je v [2], přesný důkaz v [3].
[7] Viz [17], str. 193.

dostali bychom celou (obecně nespojitou) grupu funkcí F.[8] Poincaré se domnívá, že to, „*co definuje uzavřenou plochu z pohledu Analysis Situs, je právě tato grupa.*“[9] Ta je dnešními slovy invariantní vůči homeomorfismu (srov. [17], str. 198–199).

Jak se však mohou dvě plochy od sebe navzájem lišit? Poincaré přináší vysvětlení pomocí Bettiho čísel (viz [16]), avšak v hlavní práci ([17]) ještě před nimi ustanovuje homologii, neboť na závěr ukáže, že samotná Bettiho čísla nestačí. Homologii vystaví pomocí výše zmíněných uzavřených křivek (*courbe/contour fermé*), obecně podvariet $v_1, v_2, \ldots, v_\lambda$, které jsou podvarietami variety V. Tedy pomocí takových objektů, jež jsou o jednu dimensi nižší než je původní varieta, a o jejich lineárním obalu lze uvažovat jako o původní varietě. Dokonce bod M můžeme považovat za infinitesimálně malý obrys, přičemž každá z funkcí F dává počáteční hodnotu (viz [16], str. 190). Takovýto přístup vede k identifikaci libovolné jednoduché uzavřené křivky s kružnicí, avšak ne s úsečkou či otevřenou křivkou.[10]

Obecně jestliže q-dimensionální varieta W je podvarieta p-dimensionální variety V ($q \leq p$), pak W má hranici složenou z $(q-1)$-dimensionálních variet. Stejně jako v komplexní analýze, i zde je důležitá jejich orientace. Lineární kombinace podvariet tak tvoří jednotlivé *homologie* původní variety a díky pohledu lineární algebry lze na ně nahlížet jako na běžné rovnice a jejich soustavy.

Ačkoli souvislé plochy[11] by bylo možné odlišovat pomocí počtu děr či uch a zavést pojem genu (rodu) g,[12] dokázat obecnou topologickou charakteristiku plochy pouze pomocí genu ($\chi = 2 - 2g$) a pouze geometrickými prostředky byla jedna z výzev, jimž Poincaré ve svých topologických pracích čelil. Problém spočívá v tom, že k určení počtu děr je potřeba podívat se na plochu pohledem mimo ni (jakoby z „vnějšího prostoru“). Podobně se ptal i Betti, avšak pohledem z plochy: jaký největší počet navzájem disjunktních uzavřených křivek (jednodimensionálních uzavřených variet) lze na ploše ($(n-1)$-dimensionální varietě) najít tak, aby se nerozpadla (v n-dimensionálním prostoru). Tento počet (Bettiho číslo P_1) odpovídá genu. Podobně lze zavést vyšší Bettiho čísla jako míru souvislosti dané variety. Obecně pro m-dimensionální varietu lze najít až $m-1$ Bettiho čísel $P_1, P_2, \ldots, P_{m-1}$, která vyjadřují kardinalitu maximální lineárně nezávislé množiny uzavřené až $(m-1)$-dimensionální podvariety. Poincaré ukázal, jak lze odvodit Bettiho čísla m-násobnou integrací funkce F přes danou varietu. *Analysis Situs* dále sleduje orientovatelnost variety, vzájemné průniky variet, geometrickou reprezentaci, fundamentální grupu … K vyjádření vlastností variet slouží teorie algebraických rovnic, lineární algebra a ustavená teorie homologie.

[8] Poincaré (viz [16]) podobně jako Abel (viz [1]), a také Listing (viz [9]), vedle grupy funkcí ve svých úvahách zdůrazňuje roli substitucí.

[9] Viz [16], str. 191.

[10] Přesněji mezi uzavřenou křivkou a kružnicí musí existovat vhodný homeomorfismus (či pro zachování hladkosti až difeomorfismus). Poincaré ukazuje nutné a postačující podmínky existence takovéto transformace.

[11] Plocha je souvislá, pokud její libovolné dva body lze propojit takovou spojitou křivkou, která celá leží na ploše (tedy jejíž všechny body jsou zároveň i body dané plochy).

[12] Pak je například intuitivně řečeno donutka topologicky ekvivalentní hrnku nebo žehličce, neboť mezi nimi lze najít spojitou deformaci (homotopické zobrazení) jedné plochy na druhou.

Protože hranici n-dimensionálního mnohostěnu můžeme pojmout (triangulovat) $(n-1)$-dimensionálními simplexy,[13] vyvstává otázka, zda či jak vyjádřit hladkou varietu. Až na závěr se Poincaré dostává k obecnému vyjádření Eulerovy charakteristiky zapojením Bettiho čísla P_1:[14]

$$\chi = S - A + F = 3 - P_1,$$

která se stává zajímavou pro zakřivené mnohostěny. U nich hranám S odpovídají hraniční křivky, vrcholům A extrémy těchto křivek a stěnám F křivé plochy. V tu chvíli je potřeba řešit problémy singularit ve všech třech typech variet, jejich vzájemné ovlivňování a dopad na zachování souvislosti mnohostěnu při jejich napojování/slepování (*annexe*). Důkaz je rozsáhlý a jeho rigoróznost vyžaduje pěti dodatků.

V prvním dodatku ([18]) se dokazuje tvrzení, že pro libovolnou uzavřenou varietu nastává rovnoměrné rozložení Bettiho čísel na obě strany od extrému. Toto tvrzení znal Poincaré z práce jiného francouzského topologa Émila Picarda (1856–1941) (srov. [14], str. 173). Opačný zájem Picarda o *Analysis Situs* dokládá dopis Poincarému z roku 1892. Dále v tomto dodatku Poincaré popisuje tvar mnohadimensionálního mnohostěnu a jeho řezání, věnuje se duálním mnohostěnům a dokazuje Kleinův fundamentální teorém.

V druhém dodatku ([19]) se propojují poznatky *Analysis Situs* s lineární algebrou a geometrickými reprezentacemi. Pomocí teorie homologie zaměřuje Poincaré pozornost na invarianty vůči transformacím, klíčové téma matematiky přelomu 19. a 20. století.

V těchto článcích také Poincaré odpovídá dánskému topologovi Poulu Heegaardovi (1871–1948),[15] který v tu dobu řešil rozřezávání a lepení třídimensionálních variet. Jeho kritika přivedla Poincarého k přehodnocení pojetí homologické grupy a zavedení torzních koeficientů a vnitřní torze ([19], str. 363n.). Tímto *Analysis Situs* začíná využívat nástroje obecné algebry (zejména teorie cyklických grup).

Třetí dodatek ([20]) shrnuje *Analysis Situs* a doplňuje vlastnosti fundamentální grupy o vztah k základní větě algebry. Ve čtvrtém dodatku ([21]) se Poincaré vrací k rozdělení lineárních variet a klasifikuje je vzhledem k hypergeometrii prostoru (vrcholy, hrany, stěny, krychle (boxy, cases), hyperkrychle (hypercases)). Otázkami cyklů ve třech, dvou i jedné dimensi otevírá prostor pro vyslovení Poincarého domněnky, která je publikovaná v závěru pátého dodatku:

Zbývá ještě otázka, kterou je třeba se zabývat:
Je možné, aby se fundamentální grupa [variety] V redukovala na identickou substituci, přestože není V jednoduše souvislá? […]
Ale taková otázka by nás zavedla příliš daleko.[16]

---

[13] n-dimensionální simplex je konvexní obal n (afinně nezávislých) bodů v $(n-1)$-dimensionální podvarietě. Např. jednodimensionální simplex je úsečka, dvoudimensionální trojúhelník, třídimensionální čtyřstěn atd. Strany mnohoúhelníku (dvoudimensionálního útvaru) tvoří jednodimensionální simplexy, stěny mnohostěnu dvoudimensionální atd.
[14] Viz [17], str. 270n.
[15] Nejznámější je jeho počin fundovat kombinatorickou topologii v článku *Analysis situs* z roku 1907 (spoluautorem byl Max Dehn). Později se Heegaard stal spolueditorem Lieho souborného díla ([12]).
[16] Viz [22], str. 498.

Taková otázka provázela matematiku téměř sto let a otevřela jí mnohé jiné otázky, a tím i způsoby nahlížení na matematické entity. Teprve od roku 2002 známe řešení Grigorije Perel'mana (srov. [13]). Nutno však vyzdvihnout, že pro Poincarého a další vývoj topologie pátý dodatek obsahuje charakterizační podmínku homeomorfismu dvou ploch na základě jejich tvaru popsaného pomocí homologie cyklů (viz [22], str. 459).

4 Obecná topologie a závěrečné poznámky

Přestože Listing otevřel topologii jako novou matematickou disciplínu již v polovině 19. století, jeho přístup zůstal na dlouhou dobu osamocen. Vlastní pojem topologie oživuje až ve 20. letech 20. století Solomon Lefschetz (1884–1972), neboť rozšiřuje Poincarého sledování variet a jejich pod- či nadvariet o jednu dimensi vyšší na obecné vztahy mezi varietami. Tím rozvinul obecné pojetí algebraických variet, jejich průniků a transformací. Propojením Lefschetzových příspěvků s Brouwerovými, Urysonovými, Alexanderovými či Borsukovými výsledky překračuje algebraická topologie geometrické vnímání, zachycuje nekonečno v pojmech kompaktnosti (jako v začátcích Karl Menger) a kontinua (Knaster, Mazurkiewicz, Tichonov) a postupně nasycuje nové matematické odvětví obecné topologie.[17]

Na druhou stranu, pokud bychom hledali kořeny topologie, pak se téměř všechny potkávají u Gausse: Möbius, Listing i Riemann rozvinuli každý svým způsobem nové odvětví topologie. Řadit však Gausse mezi topology by bylo příliš odvážné ([5], str. 223).

Na závěr dodejme, že Poincarého *Analysis Situs* přispěla k takovému vnímání geometrie, v níž je *zachován názor* ([23], str. 153–155). Zároveň patří mezi Eulera, Leibnize, Gausse, Riemanna či Kleina, nejvýznamnější myslitele, kteří původními matematickými pracemi zásadně proměnili (filosofické) vnímání prostoru a tvarů v něm. *Analysis Situs* ukazuje, proč některé tvary vnímáme jako stejné anebo jiné. Na druhou stranu Poincarého příspěvky na rozdíl od Listingových netematizují prostor.[18] Na obojí ve 20. století navázal Heinz Hopf s topologickým stupněm zobrazení (dnes zahrnutým v Morseově teorii) a otevření topologické teorie pro vyšší dimense (srov. [24], str. 125).

Literatura

[1] Abel N. H.: *O algebraických rovnicích*, OPS & Západočeská univerzita v Plzni, Praha & Plzeň, 2011.

[2] Cauchy A. L.: *Recherches sur les Polyèdres*, Journal de l'École Polytechnique 9(1813), str. 68–86.

[3] Cauchy A. L.: *Sur les Polygones et les Polyèdres*, Journal de l'École Polytechnique 9(1813), str. 87–98.

[17] Podrobněji se dějinám obecné topologie věnuji v knize *Uvedení do topologie a jejích dějin do roku 1960* ([26]).

[18] Přesněji: Poincaré považoval prostor pro *Analysis Situs* za amorfní třídimensionální kontinuum (viz [23], str. 157): *Jedinou věcí, která nás zde bude zajímat, je amorfní prostor zkoumaný analysis situs, prostor nezávislý na našich měřicích přístrojích a jeho základní vlastnost, řekl bych jeho jediná vlastnost, totiž to, že se jedná o třírozměrné kontinuum.*

[4] Descartes R.: *De solidum Elementis*. 1639, in Fourcher de Careil: *Oeuvres Inédites de Descartes*, vol. 2., August Durand, Paris, 1860, str. 214–234.

[5] Dunnington G. W.: *Carl Friedrich Gauss. Titan of Science*, Mathematical Association of America, 2004.

[6] Euler L.: *Elementa Doctrinae Solidorum,* Novi Commentarii Academiae Scientiarum Petropolitanae 4(1758), str. 109–140.

[7] Euler L.: *Demonstratio Nonnullarum Insignium Properietatus Quibus Solida Hedris Planis Inclusa sunt Praedita*, Novi Commentarii Academiae Scientiarum Petropolitanae 4(1758), str. 140–160.

[8] Lakatos I.: *Proofs and Refutations*. *The Logic of Mathematical Discovery*, Cambridge University Press, Cambridge, 1976.

[9] Listing J. B.: *Vorstudien zur Topologie*, ausgedruckt aus den Göttinger Studien 1847, Vandenhoeck und Ruprecht, Göttingen, 1848.

[10] Listing J. B.: *Der Census räumlicher Complexe oder Verallgemeinerungen des Euler'schen Satzes von den Polyedern*, Abhandlungen der Königlichen Gesellschaft der Wissenschaften zu Göttingen 10(1861–1862), str. 97–182.

[11] O'Connor J. J., Robertson E. F.: *Johann Benedict Lising* [online].
Poslední revize září 2000 [cit. 29. 4. 2016].
http://www-history.mcs.st-andrews.ac.uk/Biographies/Listing.html

[12] O'Connor J. J., Robertson E. F., Munkholm H. J.: *Poul Heegaard* [online].
Poslední revize květen 2010 [cit. 2. 5. 2016].
http://www-history.mcs.st-andrews.ac.uk/ Biographies/Heegaard.html

[13] O'Shea D.: *Poincarého domněnka*, Academia, Praha, 2009.

[14] Picard E.: *Mémoire sur la théorie des fonctions algébriques de deux variables*, Journal de mathématiques pures et appliquées 4(5)(1889), str. 135–320.

[15] Poincaré H.: *Oeuvres*, Tom. VI, Gauthier-Villars, Paris, 1953.

[16] Poincaré H.: *Sur l'Analysis situs*, Comptes rendus de l'Academie des Sciences 115(1892), str. 633–636. In [15], str. 189–192.

[17] Poincaré H.: *Analysis situs*. Journal de l'École Polytechnique 1(1895), str. 1–123. In [15], str. 193–288.

[18] Poincaré H.: *Complément à l'Analysis situs*, Rendiconti del Circolo matematico di Palermo 13(1899), str. 285–343. In [15], str. 290–337.

[19] Poincaré H.: *Second complément à l'Analysis situs*, Proceedings of the London Mathematical Society 1(32)(1900), str. 277–308. In [15], str. 338–370.

[20] Poincaré H.: *Sur certaines surfaces algébriques; troisième complément à l'Analysis situs*, Bulletin de la Sociète Mathématique de France 30(1902), str. 49–70. In [15], str. 373–392.

[21] Poincaré H.: *Sur les cycles des surfaces algébriques; quatrième complément à l'Analysis situs*, Journal de Mathématique 8(1902), str. 169–214. In [15], str. 397–392.

[22] Poincaré H.: *Cinquième complément à l'Analysis situs*, Rendiconti del Circolo matematico di Palermo 18(1904), str. 45–110. In [15], str. 435–392.

[23] Poincaré H: *Číslo – prostor – čas*, OPS & Západočeská univerzita v Plzni, Praha & Plzeň, 2010.

[24] Sarkaria K. S.: *The Topological Work by Henri Poincaré*, in James I. M. (ed.): *History of Topology*, Elsevier Science, New York, 1999.

[25] Verhust F.: *Henri Poincaré: Impatient Genius*, Springer Science, New York, 2012.

[26] Vopěnka P., Větrovcová M.: *Uvedení do obecné topologie a jejích dějin do roku 1960*, Vyšehrad, Praha, 2015.

Poděkování

Práce na této studii byla podpořena Programem rozvoje vědních oblastí na Univerzitě Karlově PRVOUK P22: *Teoretický výzkum komplexních jevů*. Za mnohé cenné diskuse a rady při práci nad výborem Poincarého textů ([23]) a dějinami topologie ([26]) děkuji (*in memoriam*) spolupracovníkům katedry filosofie FF ZČU a přátelům doc. RNDr. Jiřímu Fialovi, CSc., a prof. RNDr. Petru Vopěnkovi, DrSc., dr. h. c. V neposlední řadě bych chtěla poděkovat recenzentům a editorce tohoto sborníku paní prof. RNDr. Martině Bečvářové, Ph.D., za přínosné podněty k vylepšení tohoto textu.

Adresa

Mgr. Marie Větrovcová, Ph.D.
Katedra filozofie
Západočeská univerzita v Plzni
Sedláčkova 19
306 14 Plzeň
e-mail: *vetrovc5@kfi.zcu.cz*

Centrum pro teoretická studia
Univerzita Karlova v Praze & Akademie věd ČR
Jilská 1
110 00 Praha 1
vetrovcova@cts.cuni.cz

RACHUNEK PRAWDOPODOBIEŃSTWA W POLSCE NA POCZĄTKU XX WIEKU

WIESŁAW WÓJCIK

Abstract: The aim of the paper is to demonstrate of logical analysis significance for the origin of the contemporary probability. I clarify how Polish logicians and mathematicians impacted on formation strict mathematical concepts in probability. One of the aim of the paper is showing the method of researches characteristic for the Polish school. I focus on works of two Polish mathematicians: Władysław Gosiewski and Jan Łukasiewicz.

1 Wprowadzenie

Pojęcie prawdopodobieństwa pojawiało się już w badaniach uczonych starożytnych. Było ono związane z zagadnieniem przypadkowości (losowością) oraz z niedoskonałością poznania (*doksa* jako wiedza prawdopodobna w odróżnieniu od wiedzy pewnej, *episteme*). Przez wiele wieków to pojęcie dotyczyło też wiedzy (i uzasadnień) uzyskanej na podstawie autorytetu, a nie dowodzenia. Intensywniejsze zainteresowanie obliczaniem prawdopodobieństwa wygranej pojawiało się w związku z uprawianiem gier hazardowych. W dużej mierze właśnie z gier hazardowych wzięła się terminologia probabilistyczna i cała lista problemów, dylematów i paradoksów, którą rodziło pojęcie prawdopodobieństwa i jego obliczanie. Pewne badania i obserwacje były też jakby z natury obciążone błędem pomiaru (obserwacje astronomiczne, przewidywanie wydarzeń w życiu, zagadnienia demograficzne), co wiązało się z ogromną liczbą przypadków koniecznych do precyzyjnego wyliczenia. Dlatego, poza grami, kolejnymi obszarami i teoriami badawczymi ściśle powiązanymi z teorią prawdopodobieństwa stały się teoria błędów oraz statystyka społeczna.

Jednak dopiero w XVII wieku, dzięki pracom B. Pascala, Ch. Huygensa (wprowadzenie pojęcia nadziei matematycznej), P. Fermata oraz G. Leibniza zagadnienie prawdopodobieństwa zaczęło poddawać się metodom matematycznym. Za początek matematycznej teorii prawdopodobieństwa uznaje się dopiero dzieło Jakuba Bernoulliego *Ars coniectandi,* które ukazało się w 1713 roku (zawierał dowód prawa wielkich liczb). Następnie były prace A. de Moivre'a (w których znalazły się twierdzenia graniczne oraz normalne prawa rozkładu prawdopodobieństwa i teoria ciągów rekurencyjnych), Daniela Bernoulliego i w końcu P. S. Laplace'a *Teoria analityczna prawdopodobieństwa* [11]. Jednak dopiero logiczne badania podstaw teorii prawdopodobieństwa dało możliwość poddania jej w pełni matematycznemu rygorowi.

Program logicznego badania podstaw matematyki sięga swymi korzeniami do niemieckiego matematyka i filozofa G. W. Leibniza (w XIX wieku podjął je czeski uczony B. Bolzano), a został on zintensyfikowany po pracach G. Fregego, B. Russella, D. Hilberta, H. Poincarego. Szczególnym wyzwaniem okazał się rachunek prawdopodobieństwa, którego pojęcia i dowody wydawały się być dalekie od matematycznej ścisłości. Pełne zaksjomatyzowanie i zmatematyzowanie rachunku prawdopodobieństwa nastąpiło dopiero w pierwszych dziesięcioleciach XX wieku, a ukoronowaniem jest praca Kołmogorowa [9] z 1933 roku (poprzedzona pracami E. Borela, A. Łomnickiego i H. Steinhausa), w której, w oparciu o narzędzia teorii mnogości i teorii miary, podaje on podstawy aksjomatyczne rachunku prawdopodobieństwa (por. [10] i [12]).

W poniższym artykule koncentruję się na pracach: Władysława Gosiewskiego *Zasady rachunku prawdopodobieństwa* [8] z 1906 oraz Jana Łukasiewicza *Podstawy logiczne rachunku prawdopodobieństwa* [15] z 1913, w których polscy uczeni dążyli do uściślenia podstaw rachunku prawdopodobieństwa. Proponowane rozwiązania sprowadzały się do zastosowania algebry logiki do badań zdań probabilistycznych. Mimo, że rozwój rachunku prawdopodobieństwa poszedł później w innym kierunku (matematyzacja w oparciu o teorię miary), to przeprowadzone w tych pracach badania mają swoje znaczenie. Przede wszystkim ukazują różnice między logiką a rachunkiem prawdopodobieństwa oraz ograniczenia metody logicyzacji matematyki. Pozwoliły też doprecyzować pojawiające się problemy i nakreślić drogi ich rozwiązania.

2 Badania Władysława Gosiewskiego

Władysław Gosiewski (1844–1911) był wybitnym (choć zbyt mało docenionym) uczonym w zakresie nauk matematyczno-fizycznych oraz organizatorem życia naukowego. Badał podstawy nauk, pisał prace głównie z zakresu fizyki teoretycznej, próbował sprowadzić fizykę do mechaniki punktów materialnych [7]. Badał również podstawy rachunku prawdopodobieństwa oraz jego zastosowania do termodynamiki (między innymi w pracach [4] i [6]).

Studiował w Szkole Głównej Warszawskiej w latach 1863–1868, najpierw medycynę, a później matematykę i fizykę. W roku 1868 uzyskał tytuł magistra w oparciu o pracę *Analityczny sposób oznaczania współczynników sprężystości.* Był jednym z organizatorów i aktywnych działaczy założonego w 1870 roku przez Jana Działyńskiego Towarzystwa Nauk Ścisłych w Paryżu. Przez ponad 20 lat wydawano „Pamiętniki Towarzystwa Nauk Ścisłych w Paryżu“, gdzie Gosiewski bardzo dużo publikował. Był również współzałożycielem i współredaktorem (wraz z S. Dicksteinem) „Prac Matematyczno-Fizycznych”, wydawanych w Warszawie od 1888. Był też członkiem założycielem Towarzystwa Naukowego Warszawskiego oraz członkiem Akademii Umiejętności.

Wydana w 1906 roku książka Za*sady rachunku prawdopodobieństwa* była najważniejszą pracą Gosiewskiego, podsumowującą poprzednie badania nad uściśleniem podstaw tej dyscypliny naukowej[1]. Jak zauważył, od czasów P. S. Laplace'a nie uczyniono żadnego postępu w badaniach nad rachunkiem prawdopodobieństwa. Przywołuje Gosiewski w *Przedmowie* do swojej pracy uwagi krytyczne J. L. Bertranda oraz H. Poincare'go, którzy podważają zasadność klasycznej definicji prawdopodobieństwa, jak również prawo wielkich liczb, teorię błędów Gaussa i twierdzenie Bayesa. Jak wiadomo są to fundamenty rachunku prawdopodobieństwa. Przykładowo Poincare pokazuje błąd *petitio principi* w definicji prawdopodobieństwa Laplace'a: „Prawdopodobieństwo zdarzenia jest stosunkiem liczb przypadków sprzyjających zdarzeniu do liczby przypadków możliwych t.j. sprzyjających i niesprzyjających, pod warunkiem atoli, aby wszystkie przypadki możliwe były jednako możliwe” (por. [19], *Introduction* oraz [8], *Wstęp*). Wyrażenie „jednakowo możliwe” znaczy jednak to samo, co wyrażenie „jednakowo prawdopo-

[1] Analiza ówczesnego stanu badań nad rachunkiem prawdopodobieństwa znajduje się też w pracy *O zasadzie prawdopodobieństwa* ([5], str. 270–293).

dobne” i tym samym prawdopodobieństwo definiowane jest przy pomocy prawdopodobieństwa. Ponadto definicja nie posiada dostatecznej dla definicji matematycznej ogólności, gdyż nie mówi nic o sytuacji, gdy nie wszystkie przypadki są tak samo prawdopodobne.

W celu uniknięcia tych problemów Gosiewski proponuje nową definicję prawdopodobieństwa, która będzie dostatecznie ogólna i nie będzie wikłać się w błędne koło. W tym celu przyjmuje dwie zasady (reguły) prawdopodobieństwa:

I. Reguła prawdopodobieństwa złożonego

$$p(\alpha_1, \alpha_2, ... \alpha_n) = p(\alpha_1) p_{\alpha_1}(\alpha_2) ... p_{\alpha_1 \alpha_2 ... \alpha_{n-1}}(\alpha_n),$$

gdzie $p_\beta(\alpha)$ oznacza prawdopodobieństwo zdarzenia α pod warunkiem zajścia zdarzenia β.

II. Reguła prawdopodobieństwa całkowitego

$$p(\alpha_1 \vee \alpha_2 \vee ... \alpha_n) = p(\alpha_1) + p(\alpha_2) + ... p(\alpha_n),$$

przy czym zdarzenia α_i są wzajemnie wykluczające się.

W prosty sposób z prawa I wynika, że w przypadku zdarzeń wzajemnie niezależnych $\alpha_1, \alpha_2, ... \alpha_n$ mamy $p(\alpha_1, \alpha_2, ... \alpha_n) = p(\alpha_1) p(\alpha_2) ... p(\alpha_n)$. Podczas wyprowadzania tych wzorów pojawiają się rozważania nad niezależnością zdarzeń. Gosiewski zauważa, że dowolne dwa zdarzenia α i β są niezależne, jeśli $p_\alpha(\beta) = p_{-\alpha}(\beta)$, przy czym zdarzenia α i $-\alpha$ są przeciwne, co oznacza, że $p(\alpha) + p(-\alpha) = 1$ ([8], str. 6–10).

W tym rozumowaniu „zdarzenie” przyjmowane jest jako pojęcie pierwotne i intuicyjne. Również przestrzeń, z których te zdarzenia są brane jest w dużej mierze jakoś dana (np. z doświadczenia empirycznego). Nie ma też definicji zdarzeń wykluczających się czy niezależnych. Cały ciężar rozumienia tych pojęć spoczywa na przyjętych zasadach oraz doświadczeniu. Przyjrzyjmy się w jaki sposób dochodzi Gosiewski do definicji prawdopodobieństwa w oparciu o przyjęte zasady.

Jeśli liczymy na to, iż jedno ze zdarzeń α_1 lub α_2 lub … lub α_n jest zdarzeniem pewnym, to wówczas przez $P(\alpha_i)$ rozumiemy prawdopodobieństwo tego, że tym zdarzeniem jest α_i. Kluczowe staje się teraz poszukiwanie wzoru na prawdopodobieństwo $P(\alpha_i)$. Zauważmy, że na podstawie reguły II $p(\alpha_i)$ możemy rozumieć jako prawdopodobieństwo warunkowe zdarzenia α_i pod warunkiem, że jedno ze zdarzeń $\alpha_1, \alpha_2, ... \alpha_n$ stanie się z prawdopodobieństwem $p(\alpha_1 \vee \alpha_2 \vee ... \vee \alpha_n)$. Tym samym $P(\alpha_i) = p_{\alpha_1 \vee \alpha_2 \vee ... \vee \alpha_n}(\alpha_i)$.

Wówczas $p(\alpha_i)$ możemy rozumieć jako prawdopodobieństwo złożone z prawdopodobieństwa stania się jednego ze zdarzeń $\alpha_1, \alpha_2, ... \alpha_n$, wśród których jest α_i, jak również z prawdopodobieństwa $P(\alpha_i)$, gdy zakładamy, że jedno ze zdarzeń nastąpi, a dokładnie, że będzie to zdarzenie α_i. Mamy więc, na podstawie reguły I,

$$p(\alpha_i) = p(\alpha_1 \vee \alpha_2 \vee ... \vee \alpha_n)P(\alpha_i).$$

Stąd mamy wzór:

$$P(\alpha_i) = \frac{p(\alpha_i)}{p(\alpha_1) + p(\alpha_2) + ... p(\alpha_n)}.$$

Zakładając teraz, że, dla każdego *i,* $Np(a_i) = \alpha_i$, dla pewnej liczby dodatniej *N*, otrzymujemy wzór:

$$P(a_i) = \frac{\alpha_i}{\alpha_1 + \alpha_2 + ... + \alpha_n}.$$

W tym miejscu przypisuje Gosiewski zdarzeniom pewną strukturę algebraiczną (nie jest to czynione do końca jawnie). Zauważmy, że już wcześniej przez cały czas na zdarzeniach wykonywane były działania (algebraiczne): mnożenie zdarzeń *a* i *b* – (*a*, *b*), dodawanie *a* lub *b*. Teraz pojawia się jeszcze porządek: zdarzenie a_i jest łatwiejsze od zdarzenia a_j, jeśli $P(a_i) > P(a_j)$. Dlatego liczbę α_i nazywa *łatwością względną* zdarzenia a_i. W końcu przyjmuje zdarzenie *a* jako sumę pewnych zdarzeń $a_i,...,a_m$, $m \le n$, czyli $a = a_1 + ... + a_j$. Wobec tego, na podstawie II $P(a) = \frac{\alpha_1 + ... + \alpha_m}{\alpha_1 + ... + \alpha_n}$. W tym przypadku otrzymujemy klasyczną wersję definicji prawdopodobieństwa (zdarzenia $a_1,...a_m$ możemy nazwać zdarzeniami sprzyjającymi zdarzeniu *a*). Jeśli założymy, że wszystkie łatwości są sobie równe otrzymujemy znany wzór $P(a) = \frac{m}{n}$.

Dzięki przyjętym regułom unika Gosiewski błędnego koła przy definicji prawdopodobieństwa, jednak za cenę utraty wcześniejszych intuicji. Ważne jest przy tym to, że stosuje on w swoich obliczeniach algebrę logiki i stosuje ją do zdarzeń losowych. Nie traktuje ich jeszcze jak zbiory, ale jednak w wielu przypadkach do takiego podejścia wyraźnie się przybliża. W dalszej części pracy (por. [2]) wyprowadza znane twierdzenia rachunku prawdopodobieństwa: w tym prawo wielkich liczb Bernoulliego oraz rozwiązuje paradoks Bertranda (paradoks wskazywał na trudności w zastosowaniu klasycznej definicji prawdopodobieństwa do zbiorów nieskończonych). Warto zauważyć, że do obliczeń prawdopodobieństwa w przypadku, gdy zdarzeń jest nieskończenie (a dokładnie nieprzeliczalnie wiele wykorzystuje rachunek różniczkowy i całkowy.

3 Jan Łukasiewicz i analiza logiczna pojęcia prawdopodobieństwa

3.1 Sylwetka i główne osiągnięcia

Zainteresowanie filozofią logiczną jak i samą logiką zawdzięcza Jan Łukasiewicz (1878–1956) Kazimierzowi Twardowskiemu, który zachęcił go do przejścia ze studiów prawniczych na filozoficzne i matematyczne. Pod jego kierunkiem napisał pracę doktorską *O indukcji jako inwersji dedukcji,* obronił ją w roku 1902 i rozpoczął pracę na uniwersytecie. Cztery lata później uzyskał habilitację w oparciu o rozprawę *Analiza i konstrukcja pojęcia przyczyny*. Wcześniej, w roku akademickim 1904/05 dostał, dzięki wsparciu Twardowskiego, stypendium i wyjechał na studia do Berlina i Louvain.

W roku 1911 został profesorem nadzwyczajnym Uniwersytetu Lwowskiego i funkcję tę sprawował do 1915, kiedy to dostał katedrę filozofii na nowo tworzonym Uniwersytecie Warszawskim. Tam stworzył wraz ze Stanisławem Leśniewskim warszawską szkołę logiczną. Już okresie lwowskim powstają prace zawierające najważniejsze intuicje i narzędzia badawcze, w tym słynna książka *O zasadzie sprzeczności u Arystotelesa* [16] oraz wspominana już praca z podstaw rachunku prawdopodobieństwa. Kiedy Łukasiewicz został profesorem Uniwersytetu Warszawskiego włączył się aktywnie w budowanie polskiej nauki i edukacji, wziął udział w wielu projektach, na przykład w wydanie „Poradnika dla samouków" (artykuł wprowadzający *O nauce*), współredagowanie w latach 1920–1928 czasopisma „Fundamenta Mathematicae" (dział logika matematyczna).

Miał wielu uczniów, w tym Alfreda Tarskiego (który rozsławił osiągnięcia szkoły warszawskiej i stworzył w USA, dokąd wyjechał z Polski w 1939 roku, własną szkołę logiczną i osiągnięcia szkoły warszawskiej znacznie rozwinął), Adolfa Lindenbauma (konstrukcja algebr Lindenbama), Stanisława Jaśkowskiego (twórcy systemu logiki opartego o reguły założeniowe), Mordechaja Wajsberga (twórcy pierwszej aksjomatyzacji logiki trójwartościowej), Jerzego Słupeckiego i Bolesława Sobocińskiego. Dzięki działalności Łukasiewicza i jego uczniów logika stała się obowiązkowym przedmiotem nauczania w szkołach wyższych.

W 1944 wyjechał z Polski i znalazł pracę w Irlandii w Royal Irish Academy, gdzie aż do śmierci w 1956 kierował katedrą logiki matematycznej. W tym czasie prowadził też wykłady z logiki matematycznej i historii logiki na różnych uczelniach (Dublin, Manchester, Paryż, Belfast), propagując koncepcję logik wielowartościowych, modalnych i pokazując znaczenie i miejsce sylogistyki Arystotelesa oraz logiki stoików w logice współczesnej. Te wyniki zawarte są w wydanej tam książce *Aristotle's syllogistic from the standpoint of modern formal logic.*

Łukasiewicz był nie tylko jednym z twórców logiki matematycznej, był też historykiem logiki, który odkrył kontynuację logiki starożytnej i średniowiecznej w logice współczesnej oraz metodologiem pokazującym jak wykorzystać logikę w badaniach podstaw nauk empirycznych i matematyki. Właśnie badania metodologiczne i historyczne (nad zasadą indukcji, dedukcji, sprzeczności, wyłączonego środka, związku przyczynowego, prawdopodobieństwa, pojęciem logiki klasycznej) doprowadziły go do stworzenia trójwartościowej logiki zdań, całego programu konstrukcji i badań logik wielowartościowych oraz modalnych. Również analiza logiczna i dążność do maksymalnego uproszczenia zapisu sprawiły, że stał się wynalazcą nowej notacji logicznej, pozwalającej bez użycia nawiasów na jednoznaczny zapis wyrażeń (*Uwagi o aksjomacie Nikoda i dedukcji uogólniającej* [17], str. 164–177). Notacja ta okazała się bardzo przydatna m.in. w informatyce.

W pracy *Die logischen Grundlagen der Wahrscheinlichkeitsrechnung* podjął się Łukasiewicz analizy logicznej pojęcia prawdopodobieństwa. Jak sam pisze, pierwsze pomysły, aby ujmować zdania rachunku prawdopodobieństwa jako zdania nieokreślone[2] poja-

[2] Współcześnie stosuje się nazwę funkcje propozycjonalne lub funkcje zdaniowe.

wiły się dzięki lekturom prac z algebry logiki, a pojęcie wartości logicznej i jego zastosowanie do określania dowolnych stopni prawdopodobieństwa, dzięki badaniom G. Fregego. Wartość logiczna funkcji zdaniowej pojawia się jako stosunek ilości tych wartości zmiennej, dla których otrzymane zdanie jest prawdziwe, do ilości wszystkich wartości zmiennej.Wprowadza, w oparciu o pojęcie wartości logicznej, pojęcie prawdopodobieństwa funkcji zdaniowych (miarą prawdopodobieństwa danej funkcji zdaniowej jest stosunek ilości przedmiotów spełniających tę funkcję do ilości wszystkich przedmiotów z jej zakresu).

Ważną inspiracją dla Łukasiewicza była lektura pracy W. Gosiewskiego *Zasady rachunku prawdopodobieństwa,* gdzie, jak pokazałem w poprzednim paragrafie, stosuje on algebrę logiki do badania podstaw rachunku prawdopodobieństwa. Wyniki swoje przedstawił po raz pierwszy na seminarium Alexiusa Meinonga w Grazu w 1909 (był tam na stypendium naukowym). Następnie omawiał te wyniki na wykładach, które prowadził na Uniwersytecie Lwowskim w roku akademickim 1910/11.

3.2 Metoda analizy logicznej

Już od początku swojej kariery naukowej zajął się Łukasiewicz analizą logiczną pojęć kluczowych dla konstrukcji metody naukowej. Wspomniane wcześniej prace układają się w pewną logiczną całość: najpierw bada pojęcie indukcji i dedukcji, następnie, pojęcie przyczyny, potem pojęcie i zasadę sprzeczności, a w końcu pojęcie prawdopodobieństwa. Wszystkie one są drogą prowadzącą do odkrycia logik wielowartościowych.

W tej pracy chciałbym przyjrzeć się jedynie analizie pojęcia prawdopodobieństwa, jak również pokazać znaczenie dla tych badań pracy z 1906 roku, gdzie ma miejsce analiza pojęcia przyczyny. Wydawało się bowiem, że idea prawdopodobieństwa przeciwstawia się zasadzie przyczynowości. Po badaniach Łukasiewicza okazało się, że jak najbardziej prawdopodobieństwo mieści się w schemacie metodologicznym nauki. Myślę, że główną wartością pracy Łukaszewicza nad podstawami rachunku prawdopodobieństwa. Dało to możliwość dalszej jego rozbudowy i ukazywało alternatywne drogi budowania teorii prawdopodobieństwa (w oparciu o różne narzędzia, przy zachowaniu wskazanego przez polskiego logika kośćca logicznego teorii).

Dla uchwycenia tego mechanizmu (i zrozumienia znaczenia logicznej teorii prawdopodobieństwa), przyjrzyjmy się najpierw czym jest dla niego sama analiza logiczna pojęć i do jakich efektów ma prowadzić. Odwołajmy się w tym celu do analiz, które przedstawił Łukasiewicz w pracy *Analiza i konstrukcja pojęcia przyczyny* [14]. Rozpoczynając analizę, proponuje on rozdzielić „przedmiot przedstawiony" od „przedmiotu oznaczonego". Ten pierwszy odnosi się do doświadczenia wewnętrznego (jest stanem psychicznym, wyobrażeniem), natomiast drugi wskazuje na obiekt zewnętrzny (transcendentny i abstrakcyjny). Łukasiewicz bada jedynie przedmioty abstrakcyjne, które utożsamia z pojęciami. Przedmiotami przedstawionymi zajmuje się, według Łukasiewicza, psychologia, natomiast analiza logiczna bada przedmioty abstrakcyjne, które stanowią znaczenie badanego wyrazu.

Po tych wstępnych ustaleniach, Łukasiewicz określa metodę analizy logicznej pojęcia w następujący sposób: „Podać logiczną analizę jakiegoś pojęcia czyli przedmiotu abstrakcyjnego, znaczy wyszukać wszystkie jego cechy i zbadać stosunki, które między niemi zachodzą, z szczególnym uwzględnieniem stosunków koniecznych, a więc z oznaczeniem cech konstytutywnych i konsekutywnych[3]" (por. [14], str. 109). Zauważa jednak zaraz na początku dwie podstawowe trudności związane ze stosowaniem analizy logicznej. Po pierwsze nie wydaje się możliwe podanie wszystkich cech jakiegoś przedmiotu. Po drugie konieczne jest, aby przedmiot analizy istniał jako przedmiot abstrakcyjny, tym samym musi mieć ustalone i precyzyjne znaczenie. W prezentowanej pracy analizowane jest, kluczowe dla budowy teorii naukowych, pojęcie przyczyny, które, rozumiane jest jednak przez różnych ludzi w rozmaity sposób. W samej nauce od wieków trwa niekończący się spór na ten temat. W celu ominięcia tej trudności proponuje skonstruować przedmiot, który chce poddać wspomnianej analizie. „W ten sposób dwa zadania zespolę w jedną całość: analizę i konstrukcję pojęcia przyczyny" (por. [14], str. 111). Konstruując i badając realne przedmioty abstrakcyjne (a do takich należy pojęcie przyczyny), należy przestrzegać dwóch warunków: nie mogą one zawierać cech przeciwnych lub sprzecznych oraz muszą być zgodne z rzeczywistością.

Aby osiągnąć ten cel należy rozpatrzeć różne sytuacje, w których przyjmujemy konkretne i rzeczywiste przyczyny oraz badać te zjawiska i zdarzenia, które nazywamy przyczynami. Następnie przy pomocy metody indukcji wyszukujemy ich cechy wspólne (metoda zgodności) oraz cechy charakterystyczne (metoda różnicy). W ten sposób otrzymamy cechy badanego pojęcia. Następnie należy „określić dokładnie znaczenie wyszukanych właściwości, zbadać ich cechy konsekutywne, podać stosunki, jakie między nimi zachodzą, i stwierdzić czy do treści pojęcia nie wkradły się może jakieś właściwości przeciwne lub sprzeczne" ([14], str. 114). Tu oczywiście trzeba będzie posługiwać się metodą dedukcyjną.

Po przeprowadzanych analizach dochodzi do następującego wniosku: *Przyczyna jest przedmiotem rzeczywistym, wywołującym z konieczności jakiś inny przedmiot rzeczywisty, ale nie wywołany przezeń w sposób konieczny* ([14], str. 162). Widzimy w tym określeniu pewien logiczny „naddatek" skutku nad przyczyną i ustalenie ogólnego związku między przyczyną i skutkiem, który pozwala na badanie konkretnych przypadków związków przyczynowych. W trakcie analizy odrzuca wiele innych definicji. Między innymi zauważa, że nie można sprowadzić stosunku przyczynowego do stosunku działania. Również substancja działająca nie może być rozumiana jako przyczyna, jak również, że nie jest nią stosunek następstwa czasowego ani ustalony myślowy nawyk ([14], str. 120). Z tego, że obserwujemy po dniu zawsze noc, nie wyciągamy wniosku, że dzień jest przyczyną nocy. Dzienny obrót Ziemi uznajemy za przyczynę nocy, gdyż „przyjmujemy jakiś stosunek konieczny między odwracaniem się oświetlonej półkuli ziemskiej od słońca, a ściemnianiem się miejsc leżących na tej półkuli ([14], str. 125).

Tę metodę, w której poszukiwany jest konieczny związek, a samo pojęcie jest praktycznie konstruowane, ale w powiązaniu z doświadczeniem i pierwotnymi intuicjami, stosuje Łukaszewicz również w przypadku innych fundamentalnych pojęć, między innymi, jak wspomniałem wcześniej, do analizy pojęcia „sprzeczności" i „prawdopodobieństwa" (kluczowych dla skonstruowania i odkrycia logik wielowartościowych). W logicznej szkole warszawskiej badanych było wiele tej rangi pojęć i analizowanych tak przez Łukaszewicza jak i jego uczniów (np. pojęcie prawdy przez A. Tarskiego czy dyskursu przez S. Jaśkowskiego). Wiele z tych analiz umożliwiło skonstruowanie (lub odkrycie) nowych teorii w ramach logiki czy matematyki.

---

[3] Konsekutywnymi nazywamy te cechy przedmiotu, które wynikają z koniecznością z innych jego cech, natomiast konstytutywnymi te, z których cechy konsekutywne wynikają.

3.3 Logiczna teoria prawdopodobieństwa Jana Łukasiewicza

Stosując prostą analizę możemy zauważyć, że pojęcie prawdopodobieństwa występuje w trzech podstawowych znaczeniach: jako pojęcie epistemologiczne odnoszące się do stanu naszej wiedzy, jako pojęcie aleatoryczne związane ze stanem badanej rzeczywistości (por. [12], str. 25–26) oraz jako odnoszące się do zjawisk, które możemy przewidywać, ale niejednoznacznie. Teorię prawdopodobieństwa opartą na pierwszym rozumieniu można nazwać subiektywną, na drugim – obiektywną, a na trzecim relacyjną (związaną z naszymi możliwościami poznawczymi otaczającej nas rzeczywistości).

Łukasiewicz proponuje jednak inne podejście. „Otóż jest zupełnie pewne, że wszystkie stany rzeczy, które uchodzą za prawdopodobne, można przedstawić w postaci zdań. Byłoby zatem celowe mówić o prawdopodobieństwie zdań, tym bardziej że w ten sposób nic się nie przesądza o istocie prawdopodobieństwa” ([17][4], str. 92). Przesuwa więc zagadnienie na poziom „meta” przyjmując, że rozstrzygnięcie pytania o istotę prawdopodobieństwa nastąpi ewentualnie po odpowiedniej rozbudowie teorii. Przy okazji pokazuje, że obiektywna teoria prawdopodobieństwa jest nie do pogodzenia ani z zasadą przyczynowości, ani z zasadą wyłączonego środka. Podobnie nie do utrzymania jest subiektywna zasada prawdopodobieństwa, gdyż niemożliwe jest mierzenie stanu pewności czy wiedzy w sposób ścisły i jednoznaczny. Prawdopodobieństwa jako stopień pewności musiałoby się bowiem zmieniać w zależności od stanu psychicznego danej jednostki.

Chociaż prawdopodobieństwo odnosi się do wiedzy o zjawiskach subiektywnych, to jednak ma charakter obiektywny. To spostrzeżenie, według Łukasiewicza, pozwala rozwiązać wskazany problem i budować logiczną teorię prawdopodobieństwa. Człowiek może bowiem tworzyć zdania fałszywe, odnosić się negatywnie do rzeczywistości, jednak to nie znaczy, że można zmieszać prawdę z fałszem, aby otrzymać prawdopodobieństwo. „Prawdopodobieństwo leży między prawdą i fałszem, tak jak ułamek właściwy leży między 0 i 1” (…) Żadne zdanie nie może być jednocześnie prawdziwe i fałszywe ([17], str. 94). Możemy jedynie połączyć w jeden układ zdania fałszywe i prawdziwe. Takim układem jest właśnie zdanie nieokreślone (forma zdaniowa, czyli „zdania” zawierające zmienną x). Prawdopodobieństwo staje się więc konstrukcją logiczną i cechą zdań. Jest to narzędzie służące do opisu tych elementów rzeczywistości, których nie da się ująć przy pomocy sądów prawdziwych (a przynajmniej pojedynczych sądów – wymaga ich całego układu). Łukasiewicz bardzo mocno przeciwstawia się tezie, że na przykład zdanie „tą kostką zostanie teraz wyrzucona szóstka” jest jedynie prawdopodobne. Każde zdanie określone musi być prawdziwe lub fałszywe, również to powyższe, chociaż my tego nie wiemy przed zajściem opisywanego przez nie zdarzenia.

Jak jednak obliczać prawdopodobieństwo poszczególnych zdarzeń? Według Łukasiewicza odpowiedni „ułamek probabilistyczny jest identyczny z wartością logiczną nieokreślonego zdania prawdopodobnego” ([17], str. 98). W tym celu przedstawia teorię wartości logicznych zdań nieokreślonych. Przez wartość logiczną takiego zdania rozumie „stosunek ilości tych wartości zmiennych, dla których zdanie daje sądy prawdziwe, do ilości wszystkich wartości zmiennych” ([17], str. 77). Łatwo zauważyć, że wartość logiczna prawdziwego zdania nieokreślonego jest 1, fałszywego 0, natomiast wartości logiczne pozostałych zdań są ułamkami właściwymi. Następnie przedstawia zasady rachunku wartości logicznych (opiera się na algebrze logiki), rozpoczynając od podania

[4] Jest to polskie tłumaczenie pracy Łukasiewicza *Die logischen Grundlagen der Wahrscheinlichkeitsrechnung.* W dalszej części analiz korzystam z tego tłumaczenia.

definicji stosunku implikacji[5] między zdaniami nieokreślonymi oraz dwa twierdzenia (zasady) ujmujące relację między wartościami logicznymi racji (przesłanki) i następstwa. Są to następujące zasady:

– Wartość logiczna racji nie może być większa niż wartość logiczna następstwa.
– Wartość logiczna racji powiększona o wartość logiczną iloczynu logicznego negacji racji i następstwa równa się wartości logicznej następstwa.

Dalej w oparciu o trzy aksjomaty i przyjęte wcześniej ustalenia (definicja implikacji oraz dwie zasady) dowodzi podstawowych twierdzeń rachunku wartości.

Oto przyjęte aksjomaty:

$$(a = 0) = [w(a) = 0]$$
$$(a = 1) = [w(a) = 1]$$
$$(a < b) < [w(a) + w(a'b) = w(b)]$$

Symbol $a < b$ oznacza, że a jest racją b, natomiast $a = 0$ ($a = 1$), fałszywość (odpowiednio prawdziwość) zdania a. W dalszej części pojawiają się wartości logiczne względne $w_a(b)$ (wartość logiczna zdania a pod warunkiem prawdziwości zdania b), definiowane następująco: $w_a(b) = \frac{w(ab)}{w(a)}$ oraz relacja niezależności U między zdaniami nieokreślonymi: $aUb = [w_a(b) = w_{a'}(b)]$ oraz prawo mnożenia zdań niezależnych nieokreślonych.

Ujęcie prawdopodobieństwa przy pomocy wartości logicznych zdań nieokreślonych daje pewne ogólne spojrzenie na istotę samego prawdopodobieństwa. Przede wszystkim pokazuje, że prawdopodobieństwo nie jest stosunkiem liczb, chociaż można je liczyć przy pomocy na przykład stosunku liczb. Można też odejść od kontrowersyjnego pojęcia zdarzeń jednakowo możliwych, a prawdopodobieństwo liczyć nie poprzez porównywanie, ale liczenie tych wartości zmiennej, które potwierdzają i nie potwierdzają dane zdanie. Dzięki zabiegowi utożsamienia zdań probabilistycznych ze zdaniami nieokreślonymi wszystkie twierdzenia i zasady rachunku prawdopodobieństwa można wyprowadzić dedukcyjnie przy pomocy narzędzi algebry logiki (por. [17], str. 98). Pojawia się więc konieczny związek między algebrą logiki (jako przyczyną) a zasadami rachunku prawdopodobieństwa (jako skutkiem). To przekłada się na konieczny związek tymi elementami rzeczywistości, do których odnoszą się prawa algebry zdań, a zdarzeniami opisywanymi zasadami rachunku prawdopodobieństwa.

4 Aksjomatyzacja rachunku prawdopodobieństwa w oparciu o teorię mnogości i teorię miary

W późniejszym okresie podstawą budowy rachunku prawdopodobieństwa stała się teoria mnogości. Zdarzenia zaczęto interpretować jako zbiory utworzone ze zdarzeń elementarnych (a więc elementów „niepodzielnych" w teorii mnogości). Wiemy jednak, że istnieje dualność między rachunkiem zdań i rachunkiem zbiorów. Wobec tego w natu-

[5] Między dowolnymi zdaniami nieokreślonym a i b zachodzi stosunek implikacji (a – racja, b – następstwo), jeśli dla każdej pary zmiennych występujących w a i w b racja a daje sąd fałszywy bądź następstwo prawdziwy (por. [17], str. 77).

ralny sposób można twierdzenia jednej teorii przekładać na drugą (oczywiście przy odpowiednich założeniach). Istotne okazała się jednak możliwość zastosowania teorii miary jako narzędzia obliczania prawdopodobieństw, a to nie byłoby możliwe bez teoriomnogościowej podstawy. Pierwszy, który dostrzegł analogie między pojęciami teorii mnogości i teorii miary a pojęciami teorii prawdopodobieństwa był Emil Borel [1].

Przełomem w tym zakresie była praca Kołmogorowa *Podstawy teorii prawdopodobieństwa* [9], w której podał pełną aksjomatykę teorii prawdopodobieństwa. Jako pojęcie pierwotne przyjął zbiór zdarzeń elementarnych Ω, a zdarzenie losowe jako te podzbiory przestrzeni Ω, które tworzyły algebrę zbiorów (suma, iloczyn i różnica zbiorów z algebry dalej jest elementem algebry). Prawdopodobieństwo zdarzeń rozumiane jest jako funkcja określona na elementach tej algebry o wartościach w przedziale $[0;1]$. Dzięki temu pomysłowi można było zastosować bardzo skuteczne narzędzie do obliczania prawdopodobieństw, czyli teorię miary.

Jednak już 10 lat wcześniej w 1923 roku, w numerze 4 „Fundamenta Mathematicae”, ukazały się dwie prace dotyczące zastosowania teorii miary do ugruntowania podstaw rachunku prawdopodobieństwa, napisane przez polskich matematyków. Były to prace Antoniego Łomnickiego [13] i Hugona Steinhausa [20]. Prace te mieszczą się w nurcie badań nad uściśleniem podstaw matematyki, chociaż nie stosują metody analizy logicznej Łukasiewicza. Warto zauważyć, że tak Łomnicki jak i Steinhaus studiowali w Getyndze u D. Hilberta, który dążył do zaksjomatyzowania głównych działów matematyki w duchu swojego formalizmu. Jednym z jego słynnych problemów (przedstawił je na Kongresie Matematyków w Paryżu w 1900) było zbudowanie aksjomatycznych podstaw rachunku prawdopodobieństwa (VI problem Hilberta). Jego dwaj uczniowie podjęli to wyzwanie.

Antoni Łomnicki (1881–1941) urodził się i zmarł we Lwowie. Studiował matematykę na Uniwersytecie Lwowskim w latach 1899–1903 i uzyskał doktorat na podstawie rozprawy *O odwzorowaniach cząsteczkowych funkcyj hypergeometrycznych*. Na rok akademicki 1906/07 uzyskał stypendium w Getyndze. Dopiero w 1919 (po uzyskaniu habilitacji) został zatrudniony na stałe w Szkole Politechnicznej we Lwowie, jako zastępca profesora matematyki. W 1920 objął kierownictwo II Katedry Matematyki. W tym samym roku przyjął na swojego asystenta Stefana Banacha. W kolejnym roku został mianowany profesorem zwyczajnym Politechniki. Był bardzo aktywny na polu dydaktycznym i zastosowań matematyki. Napisał wiele podręczników, a na niektórych z nich wychowały się całe generacje studentów. Główne jego zainteresowania naukowe dotyczyły kartografii, rachunku prawdopodobieństwa, statystyki i analizy matematycznej. Miał kilka znaczących odkryć w zakresie kartografii matematycznej (między innymi opracowanie metody pomiarów za pomocą sygnałów radiogoniometrycznych), funkcji okresowych twierdzenie Burstina-Łomnickiego) oraz właśnie rachunku prawdopodobieństwa. To on jako pierwszy pokazał możliwość zdefiniowania prawdopodobieństwa przy pomocy teorii mnogości i teorii miary. W przywoływanej już pracy wprowadził pojęcie zdarzeń elementarnych oraz zdarzeń losowych. Zdefiniował również prawdopodobieństwo jako miarę określoną na zdarzeniach losowych (por. [18]). Zabrakło jednak w tej pracy badań nad matematyzacją niezależności zdarzeń, a problem zmiennej losowej i jej rozkładu został tylko zasygnalizowany. Praca Steinhausa *Les probabilités denombrables et leur rapport á la théorie de la mesure*, która ukazała się w tym samym numerze “Fundamenta Mathematicae” była w pewnym sensie uzupełnieniem pracy Łomnickiego (chociaż prace były pisane niezależnie).

Warto zauważyć, że Hugo Steinhaus (1887–1872), jeden z najwybitniejszych polskich uczonych był nie tylko matematykiem, lecz również mistrzem w ukazywaniu zastosowań matematyki. Budował ponadto matematykę poglądową, starając się dotrzeć z jej przesłaniem do jak największego grona odbiorców. Od 1905 roku studiował matematykę – najpierw przez rok we Lwowie, a następnie w Getyndze (1906–1911), gdzie uzyskał stopień doktora (pod kierunkiem Hilberta) na podstawie pracy *Neue Anvendungen des Dirichlet'schen Prinzips*. Od roku 1920 był profesorem Uniwersytetu Lwowskiego i utworzył w tym mieście (wraz ze Stefanem Banachem) lwowską szkołę matematyczną, a po II wojnie światowej na Uniwersytecie Wrocławskim szkołę zastosowań matematyki. Przez cały okres twórczości starał się pokazać uniwersalność matematyki. Napisał ponad sto prac o zastosowaniu matematyki, między innymi, w medycynie, technice, sądownictwie, ekonomii, geografii, dendrometrii, geologii i biologii. To on zainspirował S. Banacha do pracy nad analizą funkcjonalną i napisał z nim kilka wspólnych prac (twierdzenie Banacha-Steinhausa) i współpracował z wieloma uczonymi tak w ramach samej matematyki jak i jej zastosowań.

W tym duchu podejmuje wyzwanie związane z pełną matematyzacją rachunku prawdopodobieństwa we wspomnianej pracy. W tym celu matematyzuje grę w orła i reszkę. Jest to stosunkowo proste, lecz zarazem kanoniczne zagadnienie dla rachunku prawdopodobieństwa. Przedstawił nieskończone ciągi rzutów monetą jako ciągi zero-jedynkowe. Ciągi te interpretował jako liczby rzeczywiste z przedziału [0;1] w zapisie dwójkowym. Miara Lebesgue'a na odcinku [0;1] została użyta jako prawdopodobieństwo zdarzeń, przy czym zdarzeniami losowymi stają się wszystkie podzbiory tego odcinka mierzalne w sensie Lebesgue'a (por. [3]). Ważnym narzędziem okazały się wprowadzone w tej pracy „funkcje stochastycznie niezależne", które badał w kolejnych latach. Wraz z M. Kacem, w serii sześciu prac, które ukazały się w „Studia Mathematica" w latach 1936–1940, rozwijał rachunek prawdopodobieństwa oparty na pojęciu funkcji stochastycznie niezależnych. Były to badania prowadzone w częściowej opozycji do uogólnienia Kołmogorowa. Kolejne lata to gwałtowny rozwój rachunku prawdopodobieństwa i statystyki matematycznej i ich szerokie zastosowania. Intuicja Steinhausa okazała się jak najbardziej słuszna, ponieważ pojęcie niezależności okazało się centralnym pojęciem odróżniającym rachunek prawdopodobieństwa od teorii miary.

Trzeba jednak zauważyć, że podejście polskich matematyków (szczególnie badania podstaw rachunku prawdopodobieństwa Gosiewskiego i Łukasiewicza) ukazywało możliwości budowy również alternatywnych teorii prawdopodobieństwa, z wykorzystaniem innych narzędzi i teorii matematycznych niż zastosowanych w teorii Kołmogorowa).

Literatura

[1] Borel É.: *Éléments de la théorie des probabilités*, Hermann, Paris, 1909.

[2] Dudek D., Zięba W.: *Wykłady z rachunku prawdopodobieństwa na ziemiach polskich na przełomie wieków XIX i XX*, in Więsław W. (ed.): *Dzieje matematyki polskiej*, Instytut Matematyczny Uniwersytetu Wrocławskiego, Wrocław, 2012, str. 73–95.

[3] Girlich H. J.: *Łomnicki – Steinhaus – Kolmogorov: steps to a modern probability theory*, in Więsław W. (ed.): *European in mathematics in the last centurie*, Instytut Matematyczny Uniwersytetu Wrocławskiego, Wrocław 2005, str. 47–56.

[4] Gosiewski W.: *O prawdopodobieństwie błędów przypadkowych*, Prace Matematyczno-Fizyczne 1(1888), str. 1–4.

[5] Gosiewski W.: *O zasadzie prawdopodobieństwa*, Przegląd Filozoficzny 7(1904), str. 270–293.

[6] Gosiewski W.: *O związku między zasadą najmniejszego działania i najprawdopodobniejszym układem*, Prace Matematyczno-Fizyczne 1(1888), str. 97–110.

[7] Gosiewski W.: *Wykład mechaniki cząsteczkowej*, Biblioteka Kórnicka, Towarzystwo Nauk Ścisłych w Paryżu, Paryż, 1873.

[8] Gosiewski W.: *Zasady rachunku prawdopodobieństwa*, E. Wende i S-ka, Warszawa, 1906.

[9] Kołmogorow A.: *Grundbegriffe der Wahrscheinlichtkeitsrechnung*, Verlag von Julius Springer, Berlin, 1933.

[10] Kołmogorow A. N., Juszkiewicz A. P. (ed.): *Mathematical Logic. Algebra. Number Theory. Probability Theory*, Birkhäuser Verlag, Basel, Boston, Berlin, 2001, str. 211–282.

[11] Laplace P. S.: *Théorie analytique des probabilités*, Courcier, Paris, 1812.

[12] Łakoma E.: *Historyczny rozwój pojęcia prawdopodobieństwa*, Centralny Ośrodek Doskonalenia Nauczycieli, Warszawa, 1992.

[13] Łomnicki A.: *Nouveaux fondements du calcul des probabilités*, Fundamenta Mathematicae 4(1923), str. 34–71.

[14] Łukasiewicz J. : *Analiza i konstrukcja pojęcia przyczyny*, in *Przyczynowość. Prace nagrodzone na konkurcie „Przeglądu Filozoficznego"*, Warszawa, 1906, str. 8–179.

[15] Łukasiewicz J.: *Die logischen Grundlagen der Wahrscheinlichkeitsrechnung*, Polska Akademia Umiejętności, Kraków, 1913.

[16] Łukaszewicz J.: *O zasadzie sprzeczności u Arystotelesa*, Akademia Umiejętności, Kraków, 1910.

[17] Łukasiewicz J.: *Z zagadnień logiki i filozofii. Pisma wybrane*, Państwowe Wydawnictwo Naukowe, Warszawa, 1961.

[18] Maligranda L.: *Antoni Łomnicki (1881–1941) – matematyk lwowski*, in Więsław W. (ed.): Wokół Bernoullich, Politechnika Lubelska, Lublin, 2006.

[19] Poincaré H.: *Calculus des probabilités*, Gauthier-Villars, Paris, 1912.

[20] Steinhaus H.: *Les probabilités denombrables et leur rapport á la théorie de la mesure*, Fundamenta Mathematicae 4(1923), str. 286–310.

Adresa

Dr hab., prof. PAN Wiesław Wójcik
Instytut Historii Nauki Polskiej Akademii Nauk
ul. Nowy Świat 72
00-330 Warszawa
e-mail: *wwoj@ihnpan.waw.pl*

NON-PROJECTIVE PROBLEMS OF THE CHASLES THEOREM

MICHAL ZAMBOJ

Abstract: We revisit the original proof of the Chasles theorem for a non-developable ruled surface. The theorem belongs to projective geometry based on the relation of incidence. The paper focuses on the parts of the proof in which Chasles used non-projective methods.

1 Introduction

Chasles's theorem is an effective tool in descriptive geometry for constructing tangent planes and tangent surfaces of a non-developable ruled surface. The theorem was formulated by Michel Floréal Chasles as a corollary of previous thoughts about the cross-ratio in the first section of the article *Sur les surfaces engendrées par une ligne droite; particulièrement sur l'hyperboloïde, le paraboloïde et le cône du second degré* [4] published in 1839. The theorem says (Figure 1): *Four tangent planes of a non-developable ruled surface through a ruling line have the same cross-ratio as their contact points.*

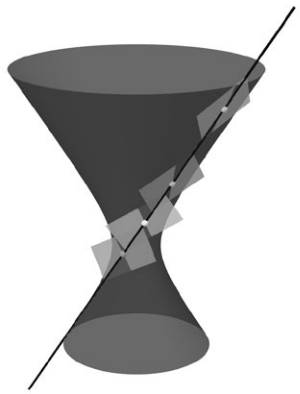


Figure 1: Tangent planes of one-sheet hyperboloid.

The theorem belongs to present projective geometry, axiomatically built on the incidence property. However, the axiomatization of geometry is an invention of the late 19^{th} century. We will inspect main problems, which Chasles and other geometers were, or better said were not, dealing with.

2 Chasles's original proof

2.1 The cross-ratio

In 1837, Chasles published his historical work about methods in modern geometry [3], in which he especially studied the method of reciprocal polars related to the principle of duality, recently discovered by Poncelet and enriched by Gergonne. He drew attention to the Proposition 129, from Pappus' Book 7 of *Synagógé,* which is the first known reference of the invarious property of four points on a line. Pappus proved this proposition with the use of the euclidean parallelism. Chasles in [3], Note IX, p. 304, utilizes and defines this property as the *rapport anharmonique,* presently known as the *cross-ratio*[1]. In [4], pp. 51–52, he denoted: *I had made great use of ratio* $\frac{ca}{cb}:\frac{da}{db}$ *, in my Traité historique des méthodes géométriques, and especially in the article which follows, and I considered this ratio for the unique type of all length relationships transformable by the principles of duality and homography. For this reason, I had to give it a special name, and I called it the anharmonic ratio, because in the case of equality to one, which is often present in geometric research, the four points a, b, c, d form the harmonic proportion.* Note that, according to Chasles, four points make the harmonic ratio if the value of the cross ratio is 1, not −1. This problem is treated later in [5], in which the principle of signs is explained in Chapters 1 and 2, and the harmonic ratio has a definitive value −1. Chasles generalized the cross-ratio from a range of points to a pencil of lines[2] or planes in [3], p. 302. In fact, he naturally used the cartesian coordinate system with euclidean distances and angles to measure the coefficients of the cross-ratio. For example, in Poncelet's *Traité des propriétés projectives des figures* ([11], pp. 6–7), the method of interchanging lengths of segments and sizes of angles in different formulas using elementary (euclidean) trigonometry can be found. We will show a construction of the cross-ratio led in that spirit (Figure 2): *Let us have four points A, B, C, D on a line, and point O not incident with the line. Join O and points A, B, C, D with lines a, b, c, d. Then*

$$\frac{|AC|}{|BC|}:\frac{|AD|}{|BD|}=\frac{\sin(a,c)}{\sin(b,c)}:\frac{\sin(a,d)}{\sin(b,d)}.$$

Where $|AC|$ *is the oriented length of segment* $\overline{AC}$ *and* $\sin(a,c)$ *is sinus of the oriented angle* $\sphericalangle(a,c)$.

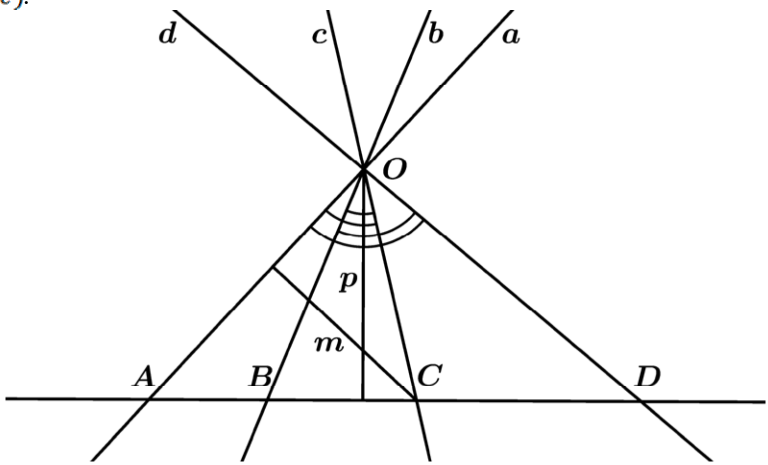


Figure 2

Let p be the altitude to $\overline{AC}$ and m the altitude to $\overline{OA}$ in $\triangle\, ACO$. The area of $\triangle\, ACO$ is

---

[1] Möbius in 1827 in *Der barycentrische Calcul* ([10], p. 220), used name *Doppelschnittsverhältnisse*. The name *cross-ratio* was given by W. K. Clifford in 1878.
[2] Also in [10], p. 388.

$$\frac{1}{2}|AC|p = \frac{1}{2}|OA|m = \frac{1}{2}|OA|\sin(a,c).$$

Therefore

$$\sin(a,c) = \frac{|AC|}{|OA|},$$

and similarly for $\sphericalangle(b,c), \sphericalangle(a,d), \sphericalangle(b,d)$. As a result we have

$$\frac{\sin(a,c)}{\sin(b,c)} : \frac{\sin(a,d)}{\sin(d,d)} = \frac{\frac{|AC|p}{|OA||OC|}}{\frac{|BC|p}{|OB||OC|}} : \frac{\frac{|AD|p}{|OA||OD|}}{\frac{|BD|p}{|OB||OD|}} = \frac{|AC||BC|}{|AD||BD|}.$$

■

The use of the euclidean measures leads to a conflict with (more general) projective geometry or geometry of position, built only on the relation of incidence. Coolidge in *The Rise and Fall of Projective Geometry* ([6], pp. 222–223), identifies one of the weak spots in synthetic geometry of this early period of projective geometry: *The basis of projective geometry was the cross ratio. This is projectively invariant but, as previously given, was based on distances and angles which are not in themselves unalterable.* The incorrect use of the cross-ratio is a removable metrical problem. The (projectively) correct way of defining the cross-ratio was made by von Staudt in [12] with his equivalent idea of *wurf* (*throw*). The idea is based on unifying objects: points of range, lines or planes of pencil, to be elements of a system and making projective transformations in-between these elements (Figure 3). For interested reader, the whole concept is very carefully handled and improved in [9].

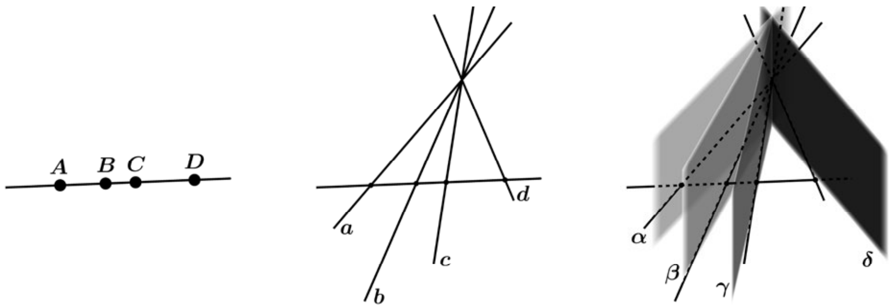


Figure 3: Projectivity between range of points, pencil of lines and pencil of planes.

2.2 Infinite closeness

After clarifying the use of the cross-ratio, Chasles proceeds to the following lemma:

Let us have three fixed lines located in any positions in space and another four lines, which intersect the three given ones. Then the cross-ratios of four points of intersection on each of the fixed lines are equal.

Let *l, l', l"* be fixed lines; *A, B, C, D; A', B', C', D'; A", B", C", D"* points of intersection of lines *l, l', l"* with considered four lines *AA'A", BB'B", CC'C", DD'D"*, respectively (Figure 4). We will prove that the following holds:

$$\frac{CA}{CB} : \frac{DA}{DB} = \frac{C'A'}{C'B'} : \frac{D'A'}{D'B'} = \frac{C''A''}{C''B''} : \frac{D''A''}{D''B''}.$$

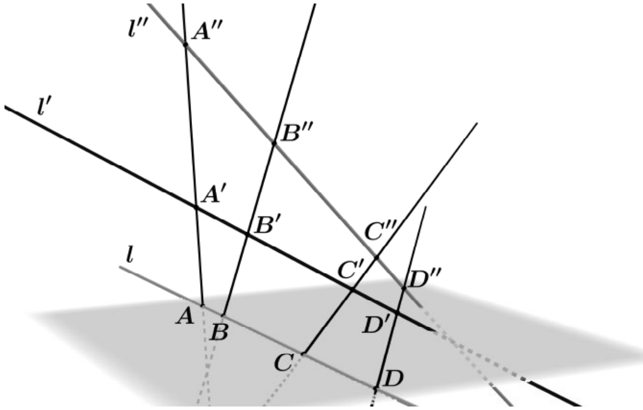


Figure 4: Projectivity on skew lines.

The four lines *AA', BB', CC', DD'* generate four planes passing through *l*. The four points *A', B', C', D'* are intersections of the planes with line *l'*, so the cross-ratio of these points is equal to the cross-ratio of the pencil of planes with axis *l*. The same holds for the cross-ratio of points *A", B", C", D"*. So the cross-ratios of points *A', B', C', D'* and *A", B", C", D"* are equal. We prove that points *A, B, C, D* have the same cross-ratio if we consider four planes of the pencil with axis *l"* through four lines *AA", BB",CC", DD",* respectively.

■

Obviously, the theorem above does not work for all positions of lines in space; lines must be skew to each other. However, Chasles did not state this explicitly.

The Chasles theorem is a corollary with an elegant proof: *Four tangent planes of a non-developable ruled surface through a ruling line have the same cross-ratio as their contact points.*

Assume that the three lines *l, l', l"* are three consecutive generatrices of the non-developable ruled surface, infinitely close to each other.[3] Let *l* be the axis of a pencil of planes. Let four planes *α, β, γ, δ* of this pencil intersecting *l'* in *A', B', C', D'*, respectively, be tangent planes of the surface in *A, B, C, D*. The cross-ratios of tangent planes and points *A', B', C', D'* are equal, because *l'* intersects the pencil of planes in these points. The same assumption can be made for *l"*. As a consequence of the previous lemma, the cross-ratio of planes is equal to the cross-ratio of tangent points *A, B, C, D* .

■

The proof is straightforward, with one disadvantage – it is not projective. The crucial problem is the definition of non-developability. From the point of view of differential geometry, a ruled surface is defined as a surface developed by moving a *ruling line* (*generatrix*). If two infinitely close (*neighboring*) positions of each ruling line do not intersect (except for a finite number of such lines), this surface is called a *non-developable ruled surface*. Chasles intuitively used this differential definition of non-developability. The main drawback is infinite closeness of two positions. With only the relation of incidence, we cannot declare how close the two lines are. Chasles does not

[3] Lines l, l' and l'' are skew due to the definition of the non-developable ruled surface.

explicitly define a non-developable surface in his works. However, he clearly uses a definition of a non-developable surface based on infinitesimal calculus of that era. Such definitions can be found for example in Dupin's *Développements de Géométrie* ([7], p. 241), and Cauchy's *Du Calcul Infinitésimal* ([2], p. 210). Nowadays, we can define a non-developable surface purely algebraically without the use of differential geometry. The algebraic definition is formulated for example in [1], p. 510: A *ruled surface* is a surface, in which a line of a surface passes through each point of the surface. The algebraic definition of non-developability, not using the infinite closeness, is as follows: If a tangent[4] plane of a surface is the same for each point on a line of the surface, then this line is said to be a *torsal line*. A ruled surface in which each line is torsal is *developable*. Otherwise, the surface is *non-developable*. The infinite closeness is essential in the proof, so we cannot simply exchange definitions. We have to find a new way to prove the theorem. Therefore the problem is unremovable. In [3], Chasles was very close to the algebraic proof based on polar properties of surfaces of the 2nd degree.

3 Polar properties of quadrics

In the beginning of the section *Mémoire de géometrie sur duex principes généraux de la science: la dualité et l'homographie* in [3], Chasles formulates the definition of a *pole* in space. He never states what induces the polarity, but from the theorems and examples, we can conclude that the polarity is induced by a quadric. He shows that if poles lie on a line, their polar planes also have a common line. The final property of projectivity is expressed in the following theorem:

If a pole takes four positions A, B, C, D on a line, the polar plane takes four corresponding positions α, β, γ, δ;

These four planes pass through one line, and they have the same cross-ratio as points A, B, C, D;

$$\frac{AC}{BC}:\frac{AD}{BD}=\frac{sin(\alpha,\gamma)}{sin(\beta,\gamma)}:\frac{sin(\alpha,\delta)}{sin(\beta,\delta)}.$$

The main idea of the proof is to show that the intersection points of the planes *α, β, γ, δ* and the given points *A, B, C, D* have the same cross-ratio. If Chasles had used this theorem on a non-developable ruled quadrics – hyperbolic paraboloid and one-sheet hyperboloid, he would have obtained the Chasles theorem for surfaces of the 2nd degree with the "correct" proof.

4 Conclusion

The Chasles theorem is, by its nature, a great result in projective geometry. However, proofs of the theorem have always slipped into the use of more powerful methods of projective differential and differential geometry. An example of such proof can be found in [8]. We have identified two basic problems of non-projective character in Chasles's original proof of the theorem for non-developable ruled surfaces. The first one is the metric definition of the cross-ratio and the second one is the use of infinite closeness. While the definition of the cross-ratio was resolved by von Staudt, the infinite closeness cannot be removed so simply, and we must avoid it by using different algebraic methods. A projective proof without differential methods is described in [13]. It is also

[4] The property of tangency can also be obtained with only the relation of incidence by finding double points of intersection from algebraic equations.

important to say that Chasles developed his results a long time before the axiomatization of geometry, and it is not of our interest to blame the use of non-projective methods on him.

References

[1] Bydžovský B.: *Úvod do algebraické geometrie*, Prometheus, Praha, 1948.

[2] Cauchy A.-L.: *Leçons sur les applications du calcul infinitésimal*, Impr. Royale, Paris, 1826.

[3] Chasles M.: *Aperçu historique sur l'origine et le développement des méthodes en géométrie, particulièrement de celles qui se rapportent à la géométrie moderne, suivi d'un mémoire de géométrie sur deux principes généraux de la science, la dualité et l'homographie*, M. Hayez, Bruxelles, 1837.

[4] Chasles M.: *Sur les surfaces engendrées par une ligne droite; particulièrement sur l'hyperboloïde, le paraboloïde et le cône du second degré*, Correspondance Mathématique et Physique 11(1839), pp. 49–113.

[5] Chasles M.: *Traité de géométrie supérieure*, Second edition, Gauthier – Villars, Paris, 1880.

[6] Coolidge J. L.: *The Rise and Fall of Projective Geometry*, American Mathematical Monthly 41(1934), pp. 217–228.

[7] Dupin Ch.: *Développements de géométrie*, Courcier, Paris, 1813.

[8] Hlavatý V.: *Differenciální přímková geometrie. I., II.*, Česká akademie věd a umění, Praha, 1941.

[9] Hlavatý V.: *Projektivní geometrie I*, Melantrich, Praha, 1944.

[10] Möbius A. F.: *Der barycentrische Calcul, ein neues Hülfsmittel zur analytischen Behandlung der Geometrie*, Verlag von J. A. Barth, Leipzig, 1827.

[11] Poncelet J. V.: *Traité des propriétés projectives des figures*, Second edition, Gauthier-Villars, Paris, 1865.

[12] Staudt G. K. Ch.: *Geometrie der Lage*, F. Korn, Nürnberg, 1847.

[13] Zamboj M.: *Projective proof of the Chasles theorem for non-developable ruled surfaces* (ready to print).

Acknowledgement

The work was supported by the grant SVV 2016 No. 260334, Charles University in Prague. I also wish to thank Lukáš Krump (Charles University in Prague) for the assistance and valuable comments on preliminary versions of the text.

Address

Mgr. Michal Zamboj
Faculty of Mathematics and Physics
Charles University in Prague
Sokolovská 83
186 75 Praha 8 – Karlín
e-mail: *zamboj@karlin.mff.cuni.cz*

MEZINÁRODNÍ KONFERENCE EQUADIFF

JANA ZUZÁKOVÁ

Abstract: *Equadiff* is a serial of international conferences, that are held regularly in Prague, Bratislava and Brno every four years since 1962. The theme of these conferences are ordinary and partial differential equations and their applications. The establishment of the serial was a result of the rapid development of the differential equations theory in the postwar Czechoslovakia. This traditional *Equadiff* serial was also an inspiration for the foundation of the international conferences series organized under the same name at various places in Europe since 1970.

1 Úvod

Equadiff je nejen zkratkou slov differential equations, ale také názvem dvou sérií mezinárodních konferencí věnovaných tématu diferenciálních rovnic. Tyto konference se konají již od roku 1962 v Praze, Bratislavě a Brně (tzv. „východní" větev konferencí *Equadiff*) a od roku 1970 v různých evropských městech (tzv. „západní" větev konferencí *Equadiff*). V tomto článku se zaměříme na historii konferencí *Equadiff* a historický vývoj studia problematiky diferenciálních rovnic v bývalém Československu, který těmto úspěšným a oblíbeným konferencím předcházel.

2 Stručná historie diferenciálních rovnic a jejich rozvoj v ČSR[1]

Teorie diferenciálních rovnic se začíná rozvíjet v průběhu 17. století, a to společně s infinitezimálním počtem, za jehož autory jsou považováni Isaac Newton a Gottfried Wilhelm Leibniz. Diferenciální rovnice (tedy rovnice, v nichž se vyskytují funkce i se svými derivacemi) vyvstávají z problematiky řešení konkrétních fyzikálních a geometrických problémů. Parciální diferenciální rovnice se také vyskytují již v Newtonových a Leibnizových pracích, ale jejich systematické studium bylo zahájeno až v roce 1747 v souvislosti s popsáním kmitání strun.

V 18. století dochází pak k tomu, že se diferenciální rovnice stávají tématem ke studiu pro odbornou matematickou veřejnost a v 19. století se teorie diferenciálních rovnic stává samostatným matematickým oborem a je jí tedy věnována větší pozornost.

2.1 Diferenciální rovnice v Československu

Studium diferenciálních rovnic se sice během 19. století značně rozvíjí, ne ovšem v našich zemích. Před druhou světovou válkou se u nás diferenciálními rovnicemi nikdo nezabýval. Změna nastala až v roce 1943, kdy se tohoto tématu po domluvě s profesorem Františkem Vyčichlem (1905–1958) ujal profesor Otakar Borůvka (1899–1995). Ten se společně se svými kolegy a studenty v Brně začal zabývat především globálními transformacemi obyčejných lineárních diferenciálních rovnic. Z tzv. „Brněnské školy diferen-

[1] Tato část čerpá především z článků prof. J. Kurzweila (viz [1]) a prof. O. Borůvky (viz [2]).

ciálních rovnic“ je zapotřebí zmínit Miloše Zlámala (1924–1997), Františka Neumana (1937) a Miloše Rába (1928–2007), kteří byli studenty profesora Borůvky a věnovali se teorii diferenciálních rovnic. Profesor Zlámal se stal zakladatelem metody konečných prvků pro numerické řešení parciálních diferenciálních rovnic.

Druhou skupinu, která se diferenciálními rovnicemi začala zabývat, inicioval profesor Eduard Čech v Praze, který se se svým týmem věnoval stabilitě a periodickým řešením. Později se teorií integrace a zobecněnými diferenciálními rovnice zabývali například Jaroslav Kurzweil (1926) a Štefan Schwabik (1941–2009). V návaznosti na tzv. „Brněnskou školu diferenciálních rovnic“ vzniklo v Olomouci ještě třetí česko-slovenské centrum zabývající se problematikou obyčejných diferenciálních rovnic.

Výzkum diferenciálních rovnic na Matematickém ústavu Akademie věd v Praze, Univerzitě J. E. Purkyně (později Masarykově univerzitě), VUT a Mendlově univerzitě v Brně, Palackého univerzitě v Olomouci a posléze i Komenského univerzitě v Bratislavě pokračoval i v následujících letech a přetrvává dodnes. V Bratislavě se obyčejným diferenciálním rovnicím věnovali především Valter Šeda (1931–2002), Marko Švec (1924) a Michal Greguš (1926–2002). Tento dlouhodobý a zároveň úspěšný výzkum by samozřejmě asi nebyl možný bez vzájemné spolupráce Prahy, Brna, Olomouce i Bratislavy, a také bez spolupráce se středisky dalšími (i zahraničními). Netrvalo to tedy po druhé světové válce dlouho a Československá akademie věd společně s Jednotou československých matematiků a fyziků zorganizovaly v Praze v roce 1962 pod názvem *Equadiff* první mezinárodní konferenci věnovanou právě diferenciálním rovnicím.

3 Konference *Equadiff*

Zkratkou *Equadiff* jsou tedy (jak již bylo zmíněno v úvodu) pojmenovány dvě série mezinárodních konferencí. Vůbec první ze všech těchto konferencí se konala v Praze roku 1962, na ni pak navázala konference v Bratislavě (1966). Tyto dvě československé konference byly vzorem pro celou samostatnou sérii konferencí, které se pak nezávisle na těch československých konaly v celé Evropě. V následujícím textu se o těchto dvou sériích zmíníme podrobněji.

3.1 Konference *Equadiff* v Československu

Konference *Equadiff* věnující se tématu obyčejných a parciálních diferenciálních rovnic a jejich aplikací se konají od roku 1962 pravidelně v Praze (1962, 1977, 1989, 2001, 2013), v Bratislavě (1966, 1981, 1993, 2005) a v Brně (1972, 1985, 1997, 2009). Konference se konají převážně na konci léta a z původních sedmi dní se doba jejich trvání postupně zkrátila na pět.

Matematický program každé konference sestává z plenárních přednášek tvořících hlavní program konference, a dále pak z přednášek a příspěvků rozdělených do tří až čtyř kategorií:

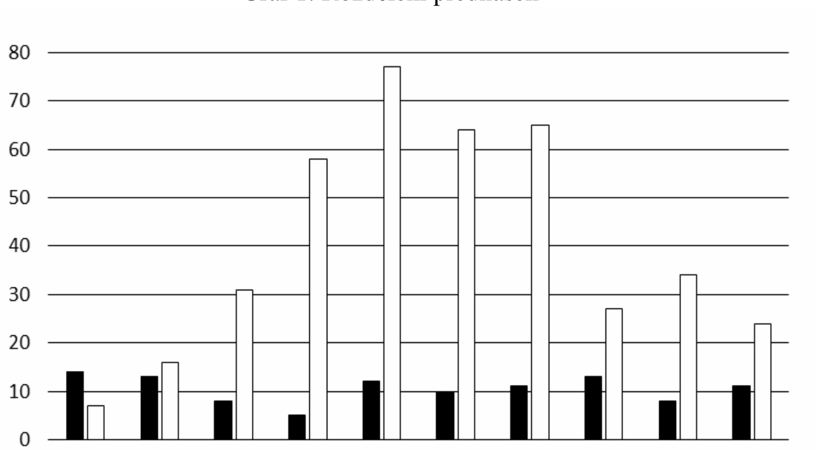
A. Obyčejné diferenciální rovnice
B. Parciální diferenciální rovnice
C. Numerické metody a aplikace diferenciálních rovnic.

Sekce, do nichž jsou rozdělené jednotlivé přednášky a příspěvky, byly původně pouze tři – obyčejné diferenciální rovnice, parciální diferenciální rovnice a jejich aplikace, přičemž během prvních konferencí byla větší pozornost samozřejmě věnována obyčejným diferenciálním rovnicím. To se později změnilo a do popředí vědeckého zájmu účastníků konferencí se dostaly diferenciální rovnice parciální. Během konference v Bratislavě v roce 1966 došlo zároveň k tomu, že byly do třetí kategorie přednášek a příspěvků zahrnuty numerické metody a během další konference v Bratislavě v roce 1981 se staly numerické metody kategorií samostatnou.

Další zajímavostí konferencí *Equadiff* byl také vůbec první poster v matematice, který byl představen v rámci *Equadiffu* 6 v roce 1985 v Brně a v návaznosti na to pak bylo účastníkům dalších konferencí umožněno prezentovat své poznatky týkající se diferenciálních rovnic a jejich aplikací právě prostřednictvím posterů bez ústní prezentace, což bylo do jisté míry vynuceno časovým a prostorovým omezením jednotlivých konferencí.

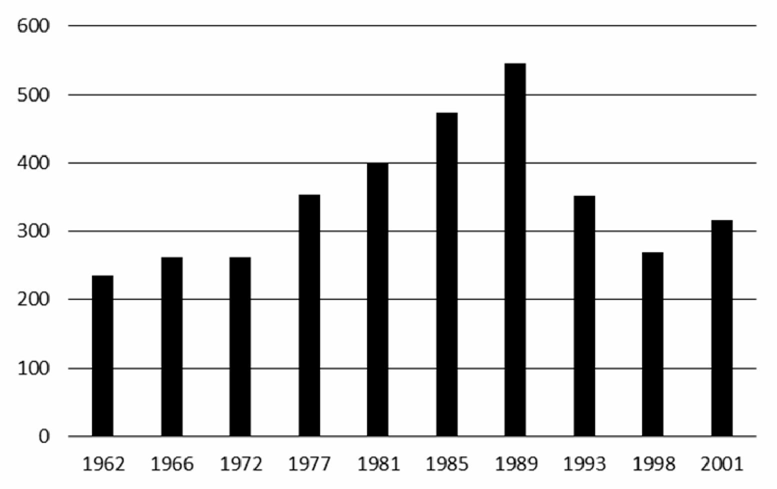
Počty plenárních přednášek a přednášek pronesených během prvních deseti konferencí *Equadiff* zachycuje následující graf, na němž je patrné, že počet plenárních přednášek byl přibližně konstantní, zatímco počet přednášek v jednotlivých sekcích, narůstal a svého maxima dosáhl během pátého *Equadiffu* v Bratislavě v roce 1981.

Graf 1: Rozdělení přednášek



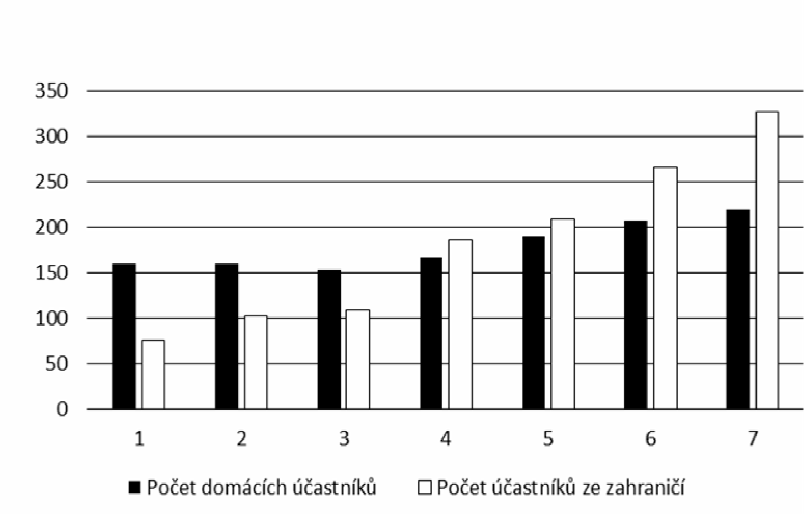
Konference se staly záhy velice populárními a počty zájemců nejen z Československa narůstaly. Do Prahy, Bratislavy i Brna se samozřejmě vypravili nejen účastníci konferencí, ale také osoby, které je doprovázely. I pro ně byl vždy během konference zorganizován bohatý kulturní program, o němž se zmíníme níže. Počty účastníků v jednotlivých letech tak ukazuje další graf zachycující situaci mezi roky 1962 a 2001. Počet účastníků konference postupně narůstal, a to až do roku 1989, kdy byl počet účastníků maximální. Po tomto ročníku, tedy po sedmé konferenci *Equadiff* počet zúčastněných rapidně klesá, což bylo pravděpodobně způsobeno rozpadem Československa a možností cestovat do zahraničí.

Graf 2: Počet účastníků konferencí



Další graf pak ukazuje, jak se postupem času měnil poměr „domácích“ (tedy československých) účastníků a účastníků zahraničních z celého světa v rámci konferencí *Equadiff* 1–7. Je pochopitelné, že zpočátku převažovali účastníci z Československa, postupem času se však staly konference *Equadiff* populárními i v zahraničí a poměr „domácích“ a zahraničních účastníků se převrátil. A není také divu, konference *Equadiff* jsou totiž nejstarší světovou sérií konferencí věnovaných diferenciálním rovnicím.

Graf 3: Rozdělení účastníků konferencí



Konference byly ve většině případů organizovány pod záštitou České (původně československé) akademie věd a Jednoty českých (československých) matematiků a fyziků a fakult pořádajících univerzit – Univerzity Karlovy v Praze, Univerzity Komenského v Bratislavě a Masarykovy univerzity v Brně (dříve Univerzity Jana Evangelisty Purkyně) a dalších organizací. V rámci každé konference byl pro její účastníky připraven nejen vědecký, ale také bohatý kulturní program – uvítací ceremonie, setkání s politiky (většinou ministry a primátory pořádajících měst), celodenní výlety do okolí měst, v nichž se konference konaly a nakonec samozřejmě také rozlučkové ceremonie většinou věnované hudbě a tanci.

Mezi hlavní organizátory konferencí bezesporu patří profesor J. Kurzweil, profesor O. Borůvka, profesor M. Greguš, v případě pozdějších ročníků pak profesor M. Zlámal, docent J. Vosmanský, profesor O. Došlý a mnoho dalších.

3.2 „Západní větev“ konferencí *Equadiff* [2]

Série československých mezinárodních konferencí *Equadiff* byla vzorem pro tzv. „západní větev“ konferencí *Equadiff*, které se od roku 1970 konají po celé Evropě. Konkrétně se jedná o konference v Marseille (Francie, 1970), Brussels and Louvain-la-Neuve (Belgie, 1973), Florencie (Itálie, 1978), Würzburg (Německo, 1982), Xanthi (Řecko, 1987), Barcelona (Španělsko, 1991), Lisabon (Portugalsko, 1995), Berlín (Německo, 1999), Hasselt (Belgie, 2003), Vídeň (Rakousko, 2007), Loughborough (Velká Británie, 2011), Lyon (Francie, 2015). Konference se tedy v posledních letech konají pravidelně, a to každé čtyři roky. Zahrneme-li do tohoto seznamu československé konference, které se také konají pravidelně každé čtyři roky, pak zjistíme, že se každé dva roky koná mezinárodní konference věnovaná diferenciálním rovnicím. Obě série konferencí jsou tak propojeným systémem, který by měl v nejbližší době pokračovat konferencí v Bratislavě v roce 2017 a v Leidenu v létě 2019.

4 Závěr

Za zkratkou *Equadiff* se neskrývají jen slova differential equations, ale zároveň desítky mezinárodních konferencí pořádaných po celé Evropě, tisíce účastníků z celého světa a nespočetně nových poznatků a navázaných vztahů a přátelství. Doufejme tedy, že budou tyto konference organizovány i v letech následujících a přinesou mnoho dalších nových poznatků z problematiky diferenciálních rovnic a jejich aplikací.

Literatura

[1] Kurzweil J.: *Diferenciální rovnice v ČSR v letech 1945–1985*, Pokroky matematiky, fyziky a astronomie 32(1987), str. 138–145.

[2] Borůvka O.: *Diferenciální rovnice v rámci dějin matematiky*, Matematické obzory 11(1977), str. 1–10.

[2] Informace o jednotlivých konferencích „západní větve“ Equadiffu jsou čerpány z oficiálních stránek konferencí: http://equadiff2015.sciencesconf.org/.

[3] *Proceedings of the Conference Equadiff*, Nakladatelství Československé akademie věd, Praha, 1962, str. 5.

[4] Šeda V.: *Proceedings of the Conference Equadiff II*, Slovenské pedagogické nakladatel'stvo, Bratislava, 1967, str. 5–6.

[5] Ráb M., Vosmanský J.: *Proceedings of the Conference Equadiff III*, Folia Facultatis Scientiarum Naturalium Universitatis Purkynianae Brunensis, Brno, 1973, str. 9.

[6] Fábera J.: *Proceedings of the Conference Equadiff 4*, Springer-Verlag, Berlin, 1979, str. 1.

[7] Greguš M.: *Proceedings of the Conference Equadiff 5*, Teubner Verlagsgesellschaft, Leipzig, 1982, str. 3.

[8] Vosmanský J., Zlámal M.: *Proceedings of the Conference Equadiff 6*, J. E. Purkyně University, Department of Mathematics, Brno, 1986, III–IV.

[9] Kurzweil J.: *Proceedings of the Conference Equadiff 7*, Teubner Verlagsgesellschaft, Leipzig, 1990, str. 3–4.

[10] Brunovský P., Medveď M.: *Proceedings of the Conference Equadiff 8*, Mathematical Institute, Slovak Academy of Sciences, Bratislava, 1994, str. 3–4.

[11] Agarwal R., Neuman F., Vosmanský J.: *Proceedings of Equadiff 9*, Masaryk University, Brno, 1998, i–ii.

[12] Krbec M.: *Proceedings of EQUADIFF 10*, Mathematica Bohemica, Institute of Mathematics, Academy of Sciences of the Czech Republic, Praha, 2002, str. 129.

Adresa

Mgr. Jana Zuzáková
Ústav matematiky a statistiky
Přírodovědecká fakulta
Masarykova univerzita
Kotlářská 267/2
611 37 Brno
e-mail: *357219@mail.muni.cz*

OBSAH

Přehled dosud vyšlých konferenčních sborníků

- M. Bečvářová (editorka): *27. mezinárodní konference Historie matematiky*, *Velké Meziříčí, 25. 8. – 29. 8. 2006*. Sborník sylabů, Praha, 2006, 74 stran.

- M. Bečvářová (editorka): *28. mezinárodní konference Historie matematiky*, *Jevíčko, 24. 8. – 28. 8. 2007*. Sborník sylabů, Katedra didaktiky matematiky MFF UK, Matfyzpress, Praha, 2007, 120 stran, ISBN 978-80-7378-016-6.

- J. Bečvář, M. Bečvářová (editoři): *29. mezinárodní konference Historie matematiky, Velké Meziříčí, 22. 8. – 26. 8. 2008*. Katedra didaktiky matematiky MFF UK, Matfyzpress, Praha, 2008, 191 stran, ISBN 978-80-7378-048-7.

- J. Bečvář, M. Bečvářová (editoři): *30. mezinárodní konference Historie matematiky, Jevíčko, 21. 8. – 25. 8. 2009*. Katedra didaktiky matematiky MFF UK, Matfyzpress, Praha, 2009, 242 stran, ISBN 978-80-7378-092-0.

- J. Bečvář, M. Bečvářová (editoři): *31. mezinárodní konference Historie matematiky, Velké Meziříčí, 18. až 22. 8. 2010*. Katedra didaktiky matematiky MFF UK, Matfyzpress, Praha, 2010, 291 stran, ISBN 978-80-7378-128-6.

- J. Bečvář, M. Bečvářová (editoři): *32. mezinárodní konference Historie matematiky, Jevíčko, 26. až 30. 8. 2011*. Katedra didaktiky matematiky MFF UK, Matfyzpress, Praha, 2011, 301 stran, ISBN 978-80-7378-172-9.

- J. Bečvář, M. Bečvářová (editoři): *33. mezinárodní konference Historie matematiky*, *Velké Meziříčí, 24. 8. až 28. 8. 2012*. Katedra didaktiky matematiky MFF UK, Matfyzpress, Praha, 2012, 303 stran, ISBN 978-80-7378-208-5.

- J. Bečvář, M. Bečvářová (editoři): *34. mezinárodní konference Historie matematiky, Poděbrady, 23. až 27. 8. 2013*. Katedra didaktiky matematiky MFF UK, Matfyzpress, Praha, 2013, 201 stran, ISBN 978-80-7378-234-4.

- J. Bečvář, M. Bečvářová (editoři): *35. mezinárodní konference Historie matematiky, Velké Meziříčí, 22. až 26. 8. 2014*. Katedra didaktiky matematiky MFF UK, Matfyzpress, Praha, 2014, 273 stran, ISBN 978-80-7378-265-8.

- J. Bečvář, M. Bečvářová (editoři): *36. mezinárodní konference Historie matematiky, Poděbrady, 21. až 25. 8. 2015*. Katedra didaktiky matematiky MFF UK, Matfyzpress, Praha, 2015, 211 stran, ISBN 978-80-7378-297-9.

Elektronické verze výše uvedených sborníků a další informace o mezinárodních konferencích Historie matematiky jsou dostupné na adrese

http://www.fd.cvut.cz/personal/becvamar/konference/hlavnindex.html.

Jindřich Bečvář, Martina Bečvářová (ed.)

37. mezinárodní konference

HISTORIE MATEMATIKY

Poděbrady, 19. až 23. 8. 2016

Katedra didaktiky matematiky MFF UK

Vydal

MatfyzPress
nakladatelství
Matematicko-fyzikální fakulty
Univerzity Karlovy Sokolovská
83, 186 75 Praha 8 jako svou
511. publikaci

Z připravených předloh
vytisklo Reprostředisko MFF UK
Sokolovská 83, 186 75 Praha 8

Text neprošel recenzním řízením ani lektorským řízením nakladatelství Matfyz-Press. Publikace byla vydána pro potřeby 37. mezinárodní konference Historie matematiky. Nakladatelství MatfyzPress neodpovídá za kvalitu a obsah textu.

První vydání
Praha 2016

ISBN 978-80-7378-317-4