

Geometrie užitečná i krásná

Upoutávka na knihu **Atlas Geometrie**

Šárka Voráčová

Matematika skrývá různá tajemství, zajímavá kouzla i odpradávná známé jednoduché principy. Bohužel, pro mnoho lidí zůstanou neobjevena. Po letech mají jen mlhavé představy a nejlepší na matematice je, že už ji vůbec nepotřebují. Kamarádi vzpomínají, že tam byla nějaká proměnná, která se přehazovala ze strany na stranu a pak ty divné fajfky, kterým nerozuměl ani Pepa. Každý matematik má podobné zkušenosti. Řečeno slovy klasika: „*Můžeme s tím nesouhlasit, můžeme o tom vést spory, ale to je tak všechno, co s tím můžeme dělat*“.

My se ale musíme snažit s tím něco dělat. Každý z učitelů formuje své žáčky, ovlivňuje jejich názory. To učitel dětem matematiku znechutí.

Proto jsme se i my snažili přispět k tomu, aby byla matematika zajímavější, aby její krása zaujala více zvědavých čtenářů. Všichni z našeho autorského týmu jsme geometrii, proto jsme se soustředily jen na geometrická témata. Geometrie má mocný nástroj pro získání pozornosti – obrázek. Spolu s mými kolegy jsme sesbíraly obrázky z nejrůznějších oblastí geometrie, opatřili stručným textem – a vznikl Atlas Geometrie. Největší podíl na jeho vzniku má Alena Šarounová. Její je nápad, sepsala většinu textu a oslovila nás, abychom vybrali zajímavosti ze svého oboru. Kniha by měla vyjít na jaře roku 2011 v nakladatelství Academia.

Atlas geometrie není učebnicí ani encyklopedií, našim hlavním cílem bylo vzbudit zájem o geometrii, poukázat na méně zmiňované souvislosti školské geometrie s technickou praxí. Výběrem kapitol jsme se snažili podnítit čtenáře, aby sám hledal geometrii všude okolo sebe a objevoval její krásu i kouzlo. Jsou vybrány takové geometrické oblasti, které jsou přístupné základnímu pochopení i bez jakéhokoli matematického vzdělání.

Tato kniha je atlasem, je tedy zaměřena zejména na ty partie geometrie, které lze zachytit obrazem. Pro geometrii jako vědeckou disciplínu to sice znamená značné omezení, ale i tak je možné nalézt takové množství materiálů ukazujících logickou strukturu, krásu i užitečnost geometrie, že by jejich ukázky vyplnily ne jeden, ale několik svazků obdobných atlasů. Naším záměrem tedy není úplnost, ale srozumitelnost a přístupnost knihy široké čtenářské obci.

Podrobněji jsou sepsány kapitoly, jež souvisí se školskou geometrií. V úvodní části je podán přehled základních definic a vět z planimetrie, stereometrie i deskriptivní geometrie. Atlas mohou užívat učitelé jako inspiraci při přípravě hodin matematiky, jako zdroj námětů pro samostatnou práci žáků či doklady užívání geometrie v praxi. Ať už jde o oblast technické praxe, umění, geometrie v reklamě nebo biologii, vždy je text doplněn celou řadou obrázků – ty mívají na čtenáře zpravidla větší vliv než texty. Jedná se o fotografie, grafy, náčrtky i rysy. Mnohé z nich jsou mezi matematiky populární, kniha ale obsahuje i spoustu méně známých obrázků, jež na internetu nenajdete.

Autoři

Geometrie na SŠ

Zobrazení

Tvar a velikost

Kuželosečky

Kinematika

Plochy

Koule

Geometrie kolem nás

Fraktály



Atlas Geometrie

Lucia Czachová, Vladimíra Hájková, Jana Hromadová,
Vlasta Chmelíková, Jaroslav Richter, Petra Surynková,
Jakub Šaroun, Alena Šarounová, Jiří Šrubař, Zuzana Štauberová,
Vladimír Tichý, Šárka Voráčová

“Shromáždili jsme zde krásná kvítka z různých oblastí geometrie, abychom probudili váš zájem, připomněli něco z vašich školních znalostí, upozornili na některé půvabné, ale z nedostatku času ve škole opomíjené partie planimetrie i stereometrie, téměř nekonečné možnosti aplikací geometrie v praxi i umění – a v neposlední řadě potěšili vaše oko.

Vstupte tedy do naší kouzelné zahrady geometrie, toulejte se po libosti mezi jejími záhonky – a radujte se. Neboť geometrie je nejen přísně logická a užitečná, ale také krásná“.

Autoři

Geometrie na SŠ

Zobrazení

Tvar a velikost

Kuželosečky

Kinematika

Plochy

Koule

Geometrie kolem nás

Fraktály

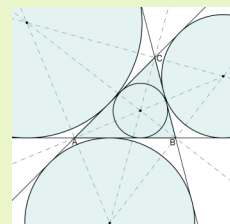
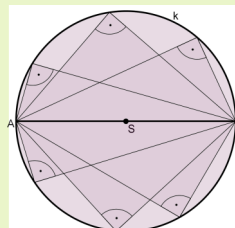
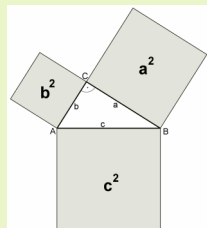
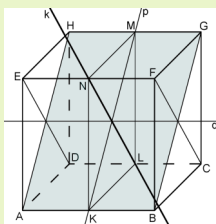


Co jsme (ne)slyšeli ve škole

Při řešení geometrických úloh máme zpravidla možnost výběru z několika metod práce. Můžeme pracovat s modely a technickými obrázky – rýsy (architektura, strojnictví ...), rýsovat na papír (konstrukční úlohy ve škole, konstrukce stříhů a sítí těles ...). Mnohé úlohy řešíme pomocí geometrických programů na počítači. Při studiu vlastností křivek a ploch máme k dispozici analytickou, diferenciální a algebraickou geometrii, která převádí úlohu do oblasti výpočtů. i ten nejjednodušší geometrický útvar – bod může reprezentovat např. vrchol krychle, průsečík dvou úseček narysovaných na papíře, či uspořádaná dvojice reálných čísel v rovině, jsou-li v ní zadány dvě číselné osy.

Kapitoly

- Planimetrie (Vlasta Chmelikova)
- Stereometrie (Vlasta Chmelikova)
- Shodnosti (Alena Šarounová)
- Podobnosti (Alena Šarounová)
- Osová afinita (Alena Šarounová)
- Geometrická algebra (Alena Šarounová)



Autoři

Geometrie na SŠ

Zobrazení

Tvar a velikost

Kuželosečky

Kinematika

Plochy

Koule

Geometrie kolem nás

Fraktály



Zobrazení prostoru v technice a malířství

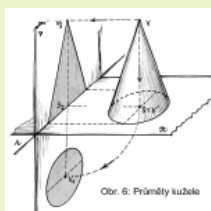
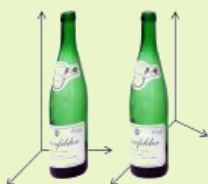
V běžném životě se často setkáváme s instruktážními obrázky, technickými výkresy, mapami i uměleckými obrazy. Většinou jde o zobrazení prostorových útvarů do roviny. V geometrii se hovoří o promítání bodů prostoru do zvolené roviny (resp. zobrazení prostoru na rovinu), které vyhovuje určitým podmínkám. Na taková zobrazení jsou kladeny různé požadavky podle toho, jakému účelu mají obrazy sloužit.

Technik musí objekt zobrazit takovým způsobem, aby se z obrázku dal přesně vyčíst jeho tvar i velikost. V dokumentaci nejčastěji užíváme Mongeovo promítání a sestrojuje půdorys a nárys (občas i bokorys) zobrazovaného objektu. V technickém kreslení se pro zjednodušení daného obrazu užívají různé úmluvy a výkres je doplněn kótami a dalšími značkami

Na rozdíl od potřeb techniků jsou možnosti tvorby umělecké mnohem rozsáhlejší. Už od počátků civilizace lze sledovat kresby, rytiny, malby i sochařské prvotiny schematické i realistické, případně kombinaci různých přístupů na jednom obraze. Např. ve staroegyptské tvorbě se setkáváme s tím, že umělec zpodobnil některé objekty půdorysně a jiné pomocí nárysu či dalších „pohledů“ na realitu. Podobně kreslí občas děti a stejný způsob lze nalézt i u četných ikon.

Kapitoly

- Zobrazování prostoru do roviny (Alena Šarounová)
- Volné rovnoběžné promítání (Alena Šarounová)
- Mongeovo promítání (Alena Šarounová)
- Středové promítání (Alena Šarounová)
- Lineární perspektiva (Alena Šarounová)
- Průsečná metoda (Alena Šarounová)
- Fotogrammetrie (Vladimíra Hájková)



Obr. 6: Průměty kužele



Autoři

Geometrie na SŠ

Zobrazení

Tvar a velikost

Kuželosečky

Kinematika

Plochy

Koule

Geometrie kolem nás

Fraktály



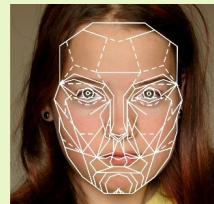
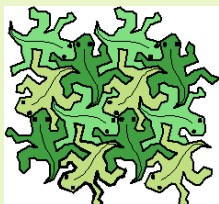
Tvar a velikost

U všech pevných hmotných objektů nás zajímá jejich tvar a velikost. Obě tyto kvality můžeme hodnotit (kromě odborného popisu) i subjektivně. Tvary mohou být „přehledné, strohé, bohaté, estetické, uměřené“ (viz jazyk historiků umění), velikost „zanedbatelná, přiměřená, ohromující“. Samo označení „veliký“ má často sociálně hodnotící příděch (velký básník, císař Karel Veliký, nejvyšší mrakodrap, veliký objev, ale i velezrada ...). Král sedával vždy výše než dvořané, pyramida faraona byla mnohem vyšší než pyramidy jeho manželek, generál má víc hvězdiček než plukovník ...

Všechny reálné objekty jsou nesmírně členité. (Pohlédněte na ně drobněhledem!) Při jejich studiu je vždy v myšlenkách zjednodušujeme, hledáme „to obecné“. Ve škole jsme počítali rozlohu pole jako obsah čtyřúhelníku, potřebu krytiny na věž hradu pomocí pláště kužele a objem Zeměkoule (nepřesně!) jako objem koule. Vždy nám (ovšem s různou přesností) pomohla geometrie.

Kapitoly

- Rovnoploché útvary (Alena Šarounová)
- Shodná rozložitelnost (Alena Šarounová)
- Plochojevná zobrazení (Alena Šarounová)
- Pokrývání roviny (Lucia Czachová)
- Ornamenty (Zuzana Štauberová)
- Zlatý řez (Vlasta Chmelíková)
- Požehnané poměry (Zuzana Štauberová)
- Pravidelné mnohostěny (Vlasta Chmelíková)
- Polopravidelné mnohostěny (Vlasta Chmelíková)
- Hvězdicovité mnohostěny (Vladimíra Hájková)



Autoři

Geometrie na SŠ

Zobrazení

Tvar a velikost

Kuželosečky

Kinematika

Plochy

Koule

Geometrie kolem nás

Fraktály



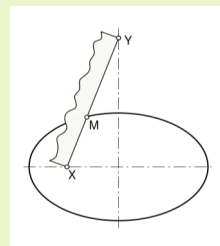
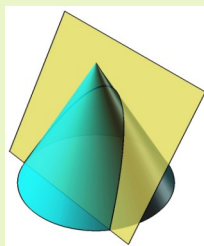
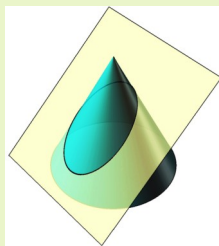
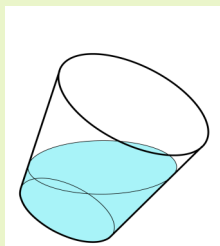
Kuželosečky

Kuželosečky jsou křivky s nimiž se denně setkáváme v běžném životě. Přestavme si např. šikmo seříznutou šišku salámu, hladinu vody v nakloněné sklenici, klasickou tužku ve tvaru pravidelného 6-ti bokého hranolu ostrouhanou pomocí ořezávatka nebo si zkuste večer doma posvítit baterkou s kruhovou svítilnou na zeď a pozorujte hranici osvětlené oblasti. Všechny takto vzniklé křivky jsou – při troše fantazie – kuželosečky.

Tyto křivky i jejich vlastnosti znali již matematici ve starém Řecku. Jednu z prvních zmínek o kuželosečkách nalézáme u Menaichma (380–320 př. Kr.), který kuželosečky používal při řešení problému zdvojení krychle. Samotný název kuželosečky však pochází od pozdějšího řeckého matematika Apollonia z Pergy (262–190 př. Kr.), jehož nejznámějším dílem bylo osmidílné pojednání „O kuželosečkách“, které dodnes vzbuzuje obdiv pro svou úplnost. Podkladem pro první čtyři z těchto osmi knih byla Euklidova (žil kolem roku 300 př. Kr.) práce Conica. Apollonius kuželosečky definoval pomocí řezů kuželové plochy rovinou, chápal je však také jako množiny bodů dané vlastnosti.

Kapitoly

- Kuželosečky -úvod (Jana Hromadová)
- Elipsa (Jana Hromadová)
- Hyperbola (Jana Hromadová)
- Parabola (Jana Hromadová)
- Tradiční i netradiční konstrukce kuželoseček (Jana Hromadová)
- Řezy na rotačních kuželových i válcových plochách (Jana Hromadová)
- Technický význam (Jana Hromadová)



Autoři

Geometrie na SŠ

Zobrazení

Tvar a velikost

Kuželosečky

Kinematika

Plochy

Koule

Geometrie kolem nás

Fraktály



Kinematická geometrie

V technické praxi, zejména ve strojnictví se setkáváme s množstvím křivek, které jsou drahami bodů pohybujícího se tělesa. Kinematická geometrie studuje geometrické vlastnosti takovýchto křivek, tzv. trajektorií. Pohyb v rovině můžeme zadat různými způsoby, např. eliptický pohyb je zadán dvěma trajektoriemi, konchoidální pohyb na obrázku je zadán bodovou obálkou a trajektorií bodu, kardioidický pohyb je určen dvěma obálkami – bodem a kružnicí, Platí ale, že každý takovýto pohyb v rovině můžeme zadat i jako odvalování dvou křivek – polodií pohybu. Odvalování, nebo-li kotálení vidíme všude kolem sebe. Jistě znáte odvalování kola automobilu po vozovce, či vzájemné odvalování dvou ozubených kol.

Důležitou aplikací kinematické geometrie je návrh kinematických mechanismů. Mechanismy slouží k přenosu sil a transformaci pohybu. Při realizaci pohybu nevystačíme s jedním tělesem (hybnou soustavou), ale spojujeme více členů, které zajišťují jednotlivé vazby. Cílem je sestavit pokud možno jednoduchý mechanismus tak, aby se některé body pohybovaly po předepsaných trajektoriích, mnohdy i s předepsaným průběhem rychlosti.

Kapitoly

- Kinematická geometrie v rovině (Šárka Voráčová)
- Kinematické mechanismy (Šárka Voráčová)
- Ozubení (Šárka Voráčová)
- Spirály (Šárka Voráčová)
- Technické křivky (Šárka Voráčová)



Autoři

Geometrie na SŠ

Zobrazení

Tvar a velikost

Kuželosečky

Kinematika

Plochy

Koule

Geometrie kolem nás

Fraktály



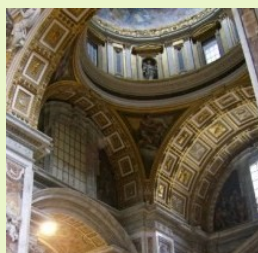
Plochy technické praxe

Plochy můžeme rozdělovat podle různých kritérií. Dělení není jednoduché, jednotlivé skupiny ploch se různě překrývají. Na druhy ploch bude jinak nahlížet stavitel a jinak matematik či geometr. Při výběru plochy pro stavební účely rozhoduje mnoho aspektů. Záleží na statických vlastnostech plochy, na velikosti zastavovaného prostoru, ale samozřejmě důležitá je také estetická stránka. Z hlediska techniky se plochy třídí většinou podle jejich vytvoření. Plochu lze definovat pomocí spojitěho pohybu nějaké tvořící křivky podél zadané trajektorie. Plochy tedy můžeme dělit podle druhu tvořící křivky nebo druhu pohybu, kterému je tvořící křivka podrobena.

Plochy, které se z hlediska svého použití zatím nejlépe hodí pro stavebně inženýrskou praxi, jsou především plochy přímkové, rotační, translační a šroubové. Tyto plochy mají v technické realizaci výborné statické vlastnosti. Odolávají tlakům, kterým je stavba podrobena, a to jak vnitřním, které vyvolává vlastní váha konstrukce, tak i vnějším tlakům. Z toho důvodu se takové plochy označují za samonosné. Dodejme, že v praxi má samozřejmě každá plocha nějakou „tloušťku“. Díky předešlým vlastnostem se užívá tzv. skořepinových ploch, tj. ploch o velmi slabé tloušťce. Přitom tyto plochy zastřešují rozsáhlé půdorysy, například stadióny, nádražní haly atd. Kromě toho mají tyto plochy poměrně jednoduchou konstrukci, která je výhodná z výrobního hlediska.

Kapitoly

- Plochy – vznik, třídění (Petra Surynková)
- Rotační plochy (Petra Surynková)
- Šroubové plochy (Petra Surynková)
- Rozvinutelné plochy v praxi (Petra Surynková)
- Zborcené plochy v praxi (Petra Surynková)
- Geometrický řád v architektuře (Alena Šarounová)
- Moderní architektura (Zuzana Štauberová)



Autoři

Geometrie na SŠ

Zobrazení

Tvar a velikost

Kuželoščky

Kinematika

Plochy

Koule

Geometrie kolem nás

Fraktály



Geometrie na kulové ploše

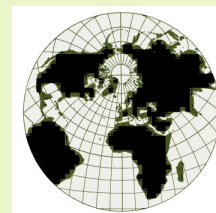
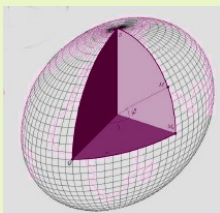
Předměty blížíci se tvarem kruhu či kouli poznáváme už v dětství. Kruhy a koule jsou velmi výrazné geometrické tvary, které hrají důležitou roli v našem životě – v technice, architektuře, umění i sportu. Koule i kruh hrály významnou úlohu i ve filosofických systémech. Platon ve spise Timaios popisuje „geometrickou stavbu vesmíru“ takto: (Demiurgos) „*Tvar mu dal vhodný ...takový, který v sobě objímá všechny tvary, proto jej vykroužil v podobě koule – tak mu dal tvar ze všech nejdokonalejší a nejjednodušší, uznáváje, že pravidelné je tisíckrát krásnější než nepravidelné.*“

Myšlenka kulového modelu Země (i nebeské sféry) je velmi stará. Uvádí se, že již staří Řekové sestrojili hvězdný globus zobrazující „nebeskou sféru“, tj. kouli, na které znázornili průměty stálic tak, jak je vidíme na obloze my ze Země. Známe také modely zobrazující Zemi uprostřed „vesmíru“, znázorňující sféru stálic, rovinu ekliptiky (rovinu, v níž obíhá střed naší Země Slunce)

Chceme-li zobrazit zemský povrch nikoli na globus, ale na rovinnou mapu, nastává řada problémů. Kulová plocha není rozvinutelná. To znamená, že ji nelze vymodelovat z rovinných útvarů.

Kapitoly

- Koule a kulová plocha (Alena Šarounová)
- Globus (Alena Šarounová)
- Staré přístroje k vyměřování (Alena Šarounová)
- Kartografická zobrazení (Alena Šarounová)



Autoři

Geometrie na SŠ

Zobrazení

Tvar a velikost

Kuželosečky

Kinematika

Plochy

Koule

Geometrie kolem nás

Fraktály



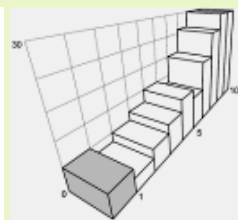
Geometrie kolem nás

Příroda nám nabízí nepřeborné množství tvarů, které nás upoutávají svou elegancí. Některé z nich podněcují naši fantazii. Při pozornějším pohledu zjistíme, že ve světě kolem nás se jen občas setkáváme např. s „přímkami“, a to zejména na našich vlastních výtvorech. Živým organismům jsou vlastní křivky a různě zprohýbané plochy. Je to vlastně přirozené. Organizmy rostou, dospívají a zanikají v čase – a vždy na jejich proměny působí různé síly, které ovlivní jejich tvary. Krásné křivky objevíme ve tvarech listů, geometrii najdeme v ulitách měkkýšů i popínavých rostlin.

Díky moderní technice vidíme kolem sebe stále narůstající množství nejrůznějších obrazů, pomocí nichž přijímáme poznatky, shrnujeme výsledky měření, sdělujeme jiným lidem své znalosti či ovlivňujeme jejich názory a chování, aniž by si to třeba uvědomili. Informace, které přijímáme zrakem, na nás mají velký vliv. Ve všech dobách byly důležitým zdrojem informací „obrazy“ – od prostých náčrtků vyrytých do písku přes díla malířů po televizní obrazovku. Obrazovou formou lze zachytit zcela nehmotné jevy (řeč, hudbu) i shrnout přehledněji např. rozsáhlé tabulky s naměřenými hodnotami. Pomocí obrazů se snadno dorozumíváme navzájem, jsme-li náležitě poučeni, jak je „číst“.

Kapitoly

- Geometrie v živé přírodě (Alena Šarounová)
- Matematická simulace listů (Alena Šarounová)
- Jednoduché grafické metody modelování listů (Alena Šarounová)
- Šnekovité křivky (Alena Šarounová)
- Grafická komunikace (Alena Šarounová)



Autoři

Geometrie na SŠ

Zobrazení

Tvar a velikost

Kuželosečky

Kinematika

Plochy

Koule

Geometrie kolem nás

Fraktály



Fraktály

Obecná definice fraktálu zatím neexistuje. Obvykle se říká, že „fraktál je geometrický útvar s neceločíselnou dimenzí“. Jenže právě nejnámější fraktál – Mandelbrotova množina – má dimenzi rovnu 2. Podle jiné definice „fraktál je limitní obrazec nějakého algoritmu“. Jenže existují algoritmy, jejichž limitním obrazem není fraktál. Možná nejužitečnější definice říká, že fraktál je taková množina bodu, jejíž Hausdorffova dimenze je ostře větší než topologická dimenze.

Poměrně výstižná vizuální definice říká, že „fraktál se sám sobě podobá při libovolném měřítku“. Tato podoba ovšem může být také deformovaná nebo statistická. Pokud jde o estetickou stránku, má fraktál dvě základní vlastnosti kých: bohatost tvaru a chudobu informace. Pokud se tedy objeví někde v umění, je vždy nějak „poopraven“.

Kapitoly

- Geometrie fraktální - úvod, příklady (Vladimír Tichý)
- Dimenze (Vladimír Tichý)
- L-systémy (Vladimír Tichý)
- Multiplikačně redukční stroj (Vladimír Tichý)
- Mandelbrotovy a Juliovy množiny (Vladimír Tichý)
- Bazény konvergence (Vladimír Tichý)
- Fraktální barvení (Vladimír Tichý)
- Buněčné automaty (Vladimír Tichý)

