

POČÍTAČOVÉ MODELOVÁNÍ

PETRA SURYNKOVÁ

Geometrie je základem mnoha oborů, její výuce je tedy nutno věnovat patřičnou pozornost. Syntetická geometrie však dnes bohužel nepatří mezi oblíbené partie školské matematiky, a proto bychom se měli snažit její studium učinit zajímavější a atraktivnější. Jednou z cest dosažení výše uvedených cílů spatřuji ve využití moderního počítačového softwaru a počítačového modelování.

Proč je geometrie důležitá

Geometrie je důležitá pro každého, nejen pro technika, konstruktéra, architekta či stavebního inženýra. Všichni potřebujeme dobrou prostorovou představivost, abychom se dokázali v řadě situací rychle a správně orientovat a dobře vnímat svět kolem sebe. Studium geometrie podporuje naši tvořivost a učí nás logicky myslet. Tato disciplína je všeobecně užitečným nástrojem, neboť mnohé vědomosti jsou lépe zafixovány, jsou-li podpořeny výstižným a názorným obrázkem.

Na syntetickou geometrii můžeme nahlížet jako na samostatný obor, nebo jako na podpůrnou součást jiných oborů. V současné době se bohužel setkáváme s názorem, že klasické rýsování je již přežitkem a že po nástupu počítačů je jeho znalost zbytečná. Počítač je sice při konstruování, navrhování či modelování nejrůznějších objektů velmi účinným nástrojem, geometrické zákonitosti je však nutné v každém případě stále znát. Projekce skutečných reálných objektů a situací, jejich zakreslování, navrhování objektů nových atd. se totiž neobejde bez klasických znalostí prostorových vztahů. Nemusíme snad zdůrazňovat význam prostorové geometrie, která je nezbytná v řadě technických oborů; o to více je potřebná rovinná geometrie, na níž stereometrie přirozeným způsobem staví.

Je možné se geometrii naučit?

Studium geometrie je náročné. Ať už jde o planimetrii, stereometrii nebo klasickou deskriptivní geometrii, vždy se potýkáme s malou úspěšností studentů a s jejich nezájmem se geometrii učit. Výuka planimetrie a stereometrie na základních a středních školách však dnes často bývá opomíjena i pedagogy. Pokud při výkladu nezbývá čas, bývá redukována nebo dokonce zcela vynechávána právě geometrie. Především v nižších ročnících by však měla být v matematice na jednom z prvních míst.

„Nemám prostorovou představivost, geometrii se tedy nemohu naučit.“ To je velmi častý argument žáků a studentů, pokud se geometrii nechtějí učit. Tento mýtus je poměrně často zakořeněn i mezi pedagogy, kteří proto nemají

zájem vymýšlet nové metody výuky a zpřístupňovat tak geometrii žákům a studentům. Prostorovou představivost se můžeme do jisté míry naučit, rozvíjet ji a zdokonalovat. Je však třeba začít brzy, v raném dětském věku. Je dokázáno, že vhodnou dobu učení prostorového vidění lze promeškat. Musíme tedy klást důraz na výuku geometrie zejména na základní škole. Kvalitní výuku geometrie právě na základní škole považuji za podstatnou a nenahraditelnou. Pokud k ní nedochází, je obtížné mezery dohnat – na střední škole je to náročné, na vysoké škole téměř nemožné!

Žáci a studenti se dnes často potýkají s nedostatečnou zručností při rýsování. Tomu se však dá alespoň částečně předejít. Je důležité, abychom nejprve při výuce začínali s kreslením náčrtků rovinných a prostorových objektů, a teprve poté přešli k vlastnímu rýsování. V tomto ohledu může výrazně pomoci i výtvarná výchova. Správné črtání nebo i samotné rýsování je však dnes obvykle považováno za zbytečnou, nesmyslnou a zastaralou činnost. Studenti se domnívají, že pokud se budou uplatňovat v technických oborech, nikdy v praxi klasickým způsobem rýsovat nebudou. To je samozřejmě pravda – počítačové navrhování a elektronická tvorba je dnes běžným standardem. Správné črtání a rýsování má však velmi důležitou roli ve fázi navrhování. Žádný software nedokáže nahradit tužku a papír v okamžiku, kdy má například architekt nápad a potřebuje jej rychle vyjádřit, zaznamenat a rozvíjet. V takové chvíli se ukáže přímá tvorba vlastní rukou jako nenahraditelná. A aby byl takový náčrtek srozumitelný i ostatním, je nutné, aby splňoval základní principy geometrického zobrazování. V případě architekta by mohlo jít třeba o lineární perspektivu.

Geometrie by se měla učit názorně. Nikdy by nemělo docházet k tomu, že se ta či ona konstrukce stane naučeným postupem, pod kterým žáci nic nevidí. I když se během školních let rýsování postupně stává zažitou metodou, na žádném stupni výuky geometrie pouze s ním nevystačíme. Zejména ve stereometrii je důležité dobře vnímat vztah mezi tělesem a jeho obrazem. Smysluplné využívání modelů je velmi užitečné, žáci a studenti je mohou s úspěchem sami vytvářet. Různé „geometrické hrátky“ určené pro rozvoj prostorové představivosti nejsou názornou pomůckou jen pro mladší žáky, ale nadchnou i středoškoláka a vysokoškoláka.

Jak zvýšit zájem o studium geometrie, využití počítačů ve výuce

Díky vlastním zkušenostem s výukou deskriptivní geometrie na vysoké škole (Fakulta strojní ČVUT, Fakulta architektury ČVUT a Matematicko-fyzikální fakulta UK) vím, že studenty, kteří mají problémy s geometrií (nedokážou např. zrekonstruovat prostorovou situaci z rovinného obrázku), lze zaujmout jinou částí geometrie. Tito studenti jsou často manuálně zruční, umí vytvářet prostorové modely, různé vystřihovánky, skládky atp. Při jejich tvorbě rozvíjejí svou prostorovou představivost, jsou motivováni k samostatné práci. Geometrie se pro ně postupně stává zajímavější a více je baví. Navíc lze vzniklé materiály dále využívat jak při výuce, tak při samostatné domácí přípravě studentů.

Geometrie by se v každém případě měla učit názorně, logicky a zajímavě,

mělo by být zdůrazňováno její využití v praxi, neboť z reálných situací vždy vycházela. K jejímu rozvoji přispívá také výtvarné umění – architektura, malířství, sochařství. Pokud ji oddělíme od praxe, stává se pouhou teoretickou vědou, která není dnešním studentům příliš blízká.

Moderní software a počítačové modelování rovněž umožňuje zvýšit zájem o geometrii. Při výuce stereometrie nebo deskriptivní geometrie lze využívat názorné 3D počítačové modely, statické modely či animace. V dnešní době jsou většinou počítačové modely dostupnější než modely fyzické, nabízejí mnohé možnosti, které fyzické modely neposkytují. Můžeme např. nechat část modelu „zmizet“ a nahlédnout dovnitř, můžeme zvětšit a zvýraznit důležitý detail. Lze snadno ztvárnit princip vzniku určitého objektu, jednotlivé modely porovnávat a zdůrazňovat jejich podobnosti či naopak odlišnosti. S modely na počítači lze také libovolně „hýbat“, otáčet je, studovat různé pohledy na daný objekt a odhalovat tak nejrůznější prostorové zákonitosti.

Většina studentů se shoduje v tom, že pokud prostorovou úlohu, kterou mají řešit bez jakýkoliv názorných pomůcek, vidí vymodelovanou na počítači, pak její pochopení a následné nalezení řešení je mnohem snazší. Co však pokládám za nejdůležitější, je skutečnost, že takovýto „virtuální model“ může mít každý student k dispozici doma na svém počítači a může jej používat přímo při své přípravě, jejíž tempo si sám volí. Na druhé straně je třeba říci, že fyzické modely poskytují onu nezastupitelnou zkušenost reálného kontaktu s hmotným objektem, který nám žádný počítačový model zajistit nemůže. Co však můžeme s jistotou říci – geometrie na počítači studenty zajímá a její výuka je tak pro studenty lákavější. Ovšem pozor! Počítače pouze usnadňují práci, stále je nutné geometrické zákonitosti dobře znát.

Při vlastním počítačovém modelování je značnou výhodou dobrá prostorová představivost, při vytváření složitějších objektů je takřka nezbytností. Pokud se o modelování pokouší někdo, kdo nemá prostorovou představivost příliš rozvinutou, neznamená to, že bude neúspěšný, neboť modelovací software udělá spoustu práce za něj. Většinou tyto programy nabízejí mnoho předdefinovaných objektů, ukáží je a znázorní jejich prostorové vztahy. Takový tvůrce však nemodeluje podle toho, co si sám představí a vymyslí, ale podle toho, co mu dovolí program. Navíc často nemá předem jasnou představu o tom, co chce vlastně vytvořit, a své rámcové nápady upravuje podle možností softwaru. V tomto směru mohou být moderní a dokonalé nástroje i omezující.

Jako příklad můžeme uvést tvorbu designu u moderních automobilů. Od doby, kdy se pro jejich navrhování používají výhradně počítače, jsou si mnohé automobily dosti podobné. Ani ne tak ve tvarech karosérií, ale především v detailech (zaobleních, návaznostech dílů). Samozřejmě je to do jisté míry dáno požadavky na bezpečnost a aerodynamiku, ale většinu detailů vyřeší modelovací nebo výrobní software, který velmi často pracuje podle jednotného algoritmu.

Někdy se stává, že počítače prostorovou představivost spíše ubíjí, studenti zleniví, a takové studium pak nepřináší žádné výsledky. Myslím si, že je chyba s geometrií na počítači začínat nebo ji do výuky zařazovat příliš brzy. Studenti,

kterí si u relativně snadných počátečních úloh zvyknou na počítačově „přesné“ rýsování a na možnosti snadných oprav, nejsou potom ochotní promýšlet postup práce dopředu a rýsovat ručně. Na papíře se taková chyba odstraní hůře. Ovšem právě promýšlení postupu je nezastupitelný prostředek při rozvíjení nejen prostorové představivosti, ale i logického myšlení. Na počítači lze snadno řešit úlohy metodou pokus-omyl, to však není optimální postup. Řešení geometrických úloh bez počítače (alespoň z počátku) nás nutí pečlivě promýšlet své postupy. V každém případě je vždy nutné zvažovat, kdy je práce na počítači a především počítačové modelování žádoucí, a kdy je naopak nevhodné.

Existuje tedy celá řada výukových metod a postupů, které mohou zvýšit zájem o studium geometrie a úspěšnost v jejím absolvování. Počítače mohou být jednou z možností, jak dát výuce geometrie nový rozměr a znovu ji chápat jako nezbytnou součást technického vzdělání.

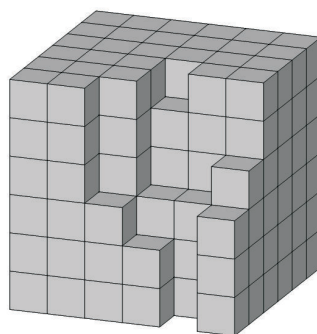
Jak testovat prostorovou představivost?

Jak jsem již uvedla, ve výuce geometrie je podstatná především prostorová představivost. Ukázala jsem i některé možnosti, jak lze prostorovou představivost rozvíjet a zdokonalovat. Nezbytnou součástí procesu výuky je i ověřování a srovnávání dosažených výsledků. I u prostorové představivosti potřebujeme zjistit, jak na tom studenti jsou, případně zda dosáhli nějakého pokroku. Testování je však v tomto případě poněkud obtížné. Jako efektivní způsob se opět jeví různé prostorové hrátky, viz úlohy 1 a 2. Třetí úloha představuje jednoduchý příklad na použití symetrie. Lze také využít úloh na správné přiřazení například pravoúhlého průmětu k prostorovému obrázku, viz úloha 4. Nebo naopak můžeme zadávat úlohy opačného charakteru, tj. nechat studenty načrtnout jednoduché těleso do připravené sítě podle půdorysu, nárysu či bokorysu. K těmto úlohám není třeba žádné speciální vzdělání v oblasti geometrie, pokud jsou studentům vysvětleny základní pojmy – půdorys, nárys a bokorys. Ale i v tomto případě lze zadání pochopit pouze z názorného obrázku. Existuje celá řada podobných úloh, studenti je mohou sami vytvářet. Vymyslet takovýto příklad je mnohdy těžší než jej vyřešit.

Počítače mohou usnadnit práci i pedagogům. Zním to z vlastní zkušenosti. Při tvorbě testovacích geometrických úloh využívám ke kreslení obrázků jednoduché počítačové programy.

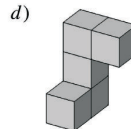
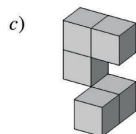
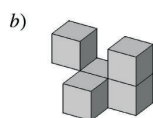
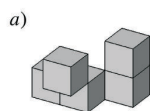
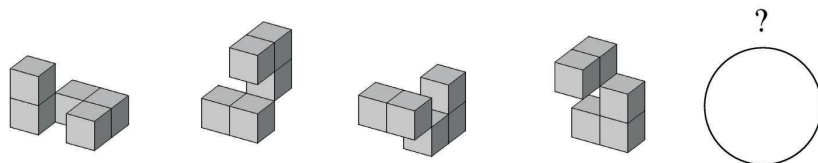
Úloha 1

Kolik kostiček bylo odebráno z kvádrů o rozměrech $5 \times 6 \times 6$?



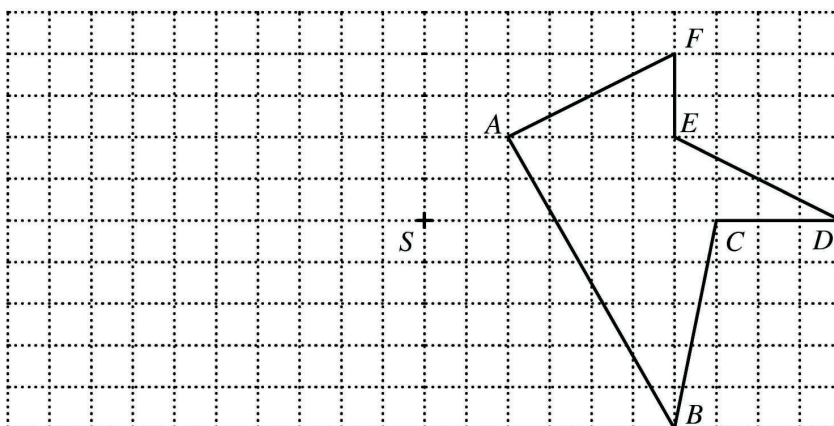
Úloha 2

Z možností a), b), c), d) vyberte tu, která správně doplní řadu:



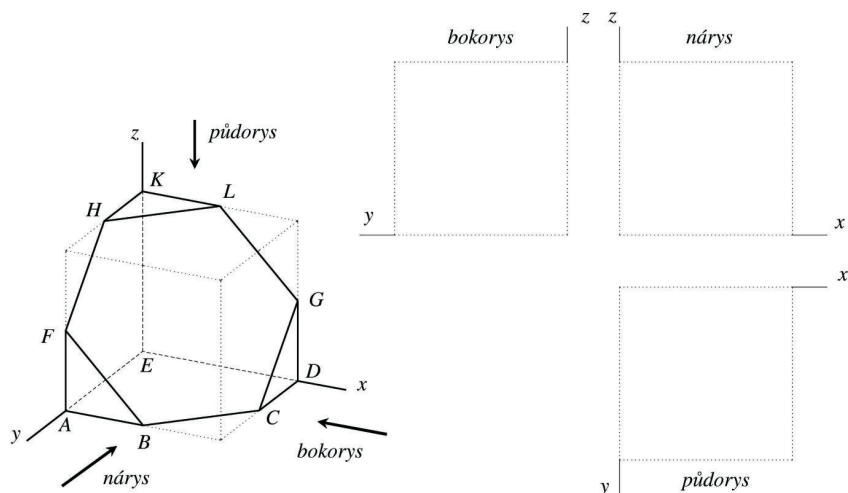
Úloha 3

Zobrazte rovinný útvar ve středové souměrnosti podle středu S , využijte čtvercovou síť.



Úloha 4

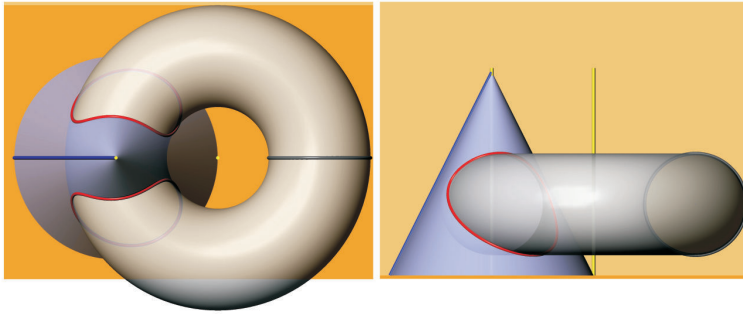
V názorném promítání je zobrazeno těleso (umístěné v pomocné krychli – tečkovaná). Sestrojte půdorys, nárys a bokorys objektu do připravených polí a popište průměty vrcholů, tj. zakreslete objekt tak, jak jej vidíte z vyznačených směrů.



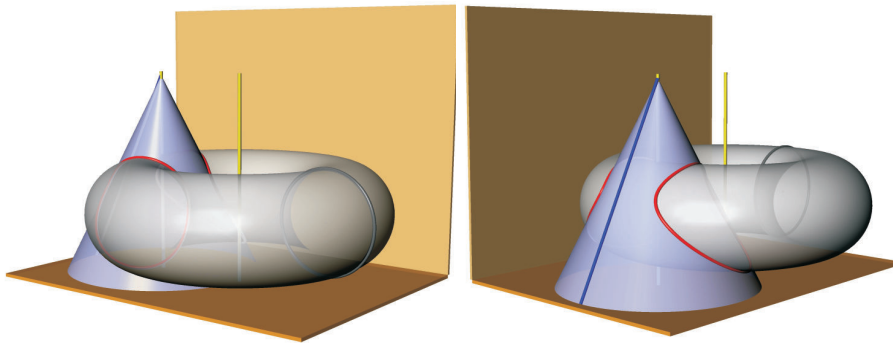
Ukázky počítačového modelování

Během svého studia i při pozdějším pedagogickém působení jsem vytvořila celou řadu studijních a výukových materiálů, statických i animovaných 3D modelů. Při výuce stereometrie využívám prostorové modely geometrických situací, které tak studentům usnadní pochopení prostorových vztahů. Při výuce klasické deskriptivní geometrie ukazují využití geometrie v praxi, a to jak na modelech stavebních ploch, tak na konkrétních reálných objektech a stavbách.

Podívejme se nyní na ukázky počítačového modelování. Všechny následující obrázky jsem vytvořila v programu Rhinoceros a využívám je jako studijní a výukové materiály na MFF UK a na FA ČVUT. Rhinoceros je levný a dostupný software obsahující množství kvalitních modelovacích nástrojů a funkcí. Je také kompatibilní s jinými aplikacemi pro kreslení, design a modelování a většina škol, kde se počítačové modelování používá, vlastní jeho licenci. Navíc jsou pro žáky k dispozici různé demoverze.

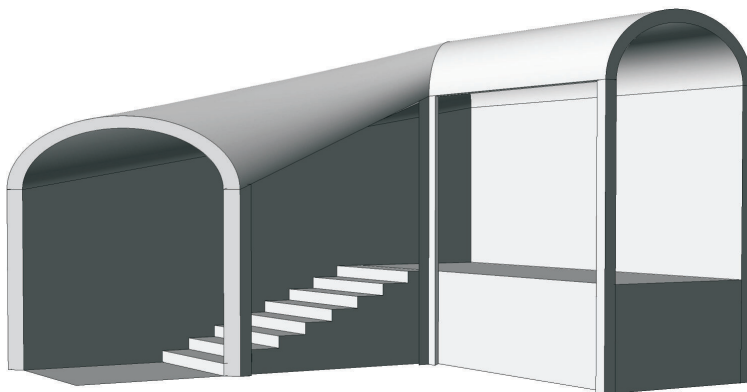


Obrázek 1: Půdorys a nárys průniku dvou rotačních ploch. Úkolem studenta je sestrojít v půdoryse a náryse průnikovou křivku těchto dvou ploch.

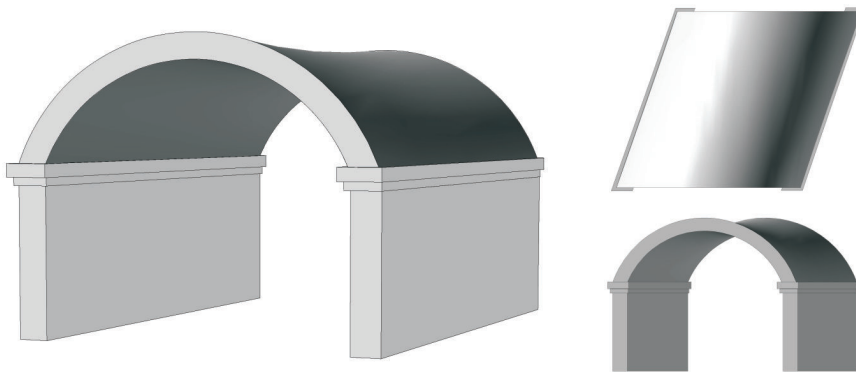


Obrázek 2: Prostorové modely, které umožňují lepší pochopení situace. Dokážeme si lépe představit, jak průniková křivka daných dvou ploch vypadá.

Ukázky modelů ploch stavební praxe



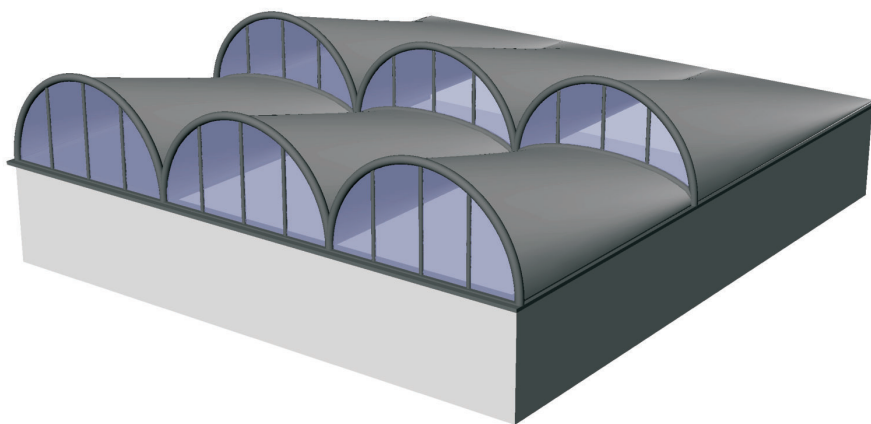
Obrázek 3: Frézierův cylindroid použitý k zaklenutí stoupající chodby.



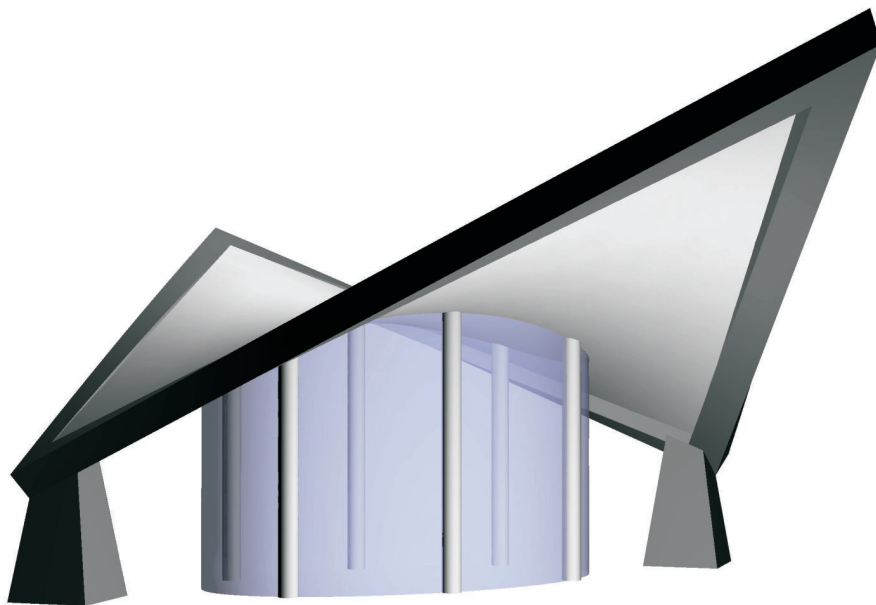
Obrázek 4: Plocha šikmého průchodu v názorném promítání, vpravo její půdorys a nárys.



Obrázek 5: Plocha šikmého průchodu u Negrelliho viaduktu – Praha, ČR



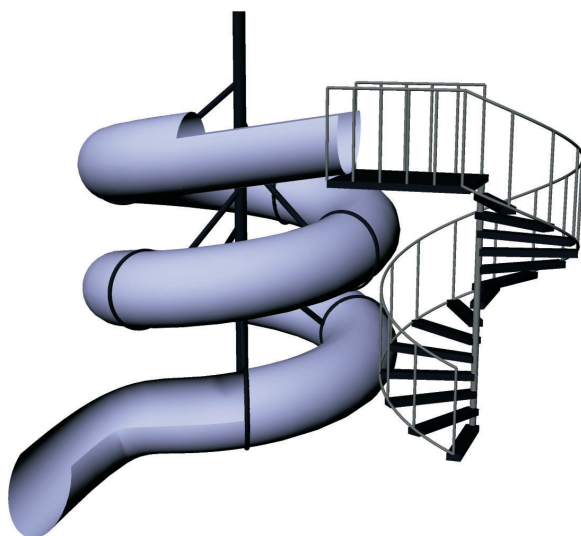
Obrázek 6: Střecha z přímých kruhových konoidů.



Obrázek 7: Hyperbolický paraboloid jako střecha.



Obrázek 8: Přímý šroubový konoid jako spodní část točitého schodiště.



Obrázek 9: Cyklická šroubová plocha.

Geometrie v architektuře



Obrázek 10: Hyperbolické paraboloidy u zastřešení – St. Marys Cathedral – San Francisco, USA



Obrázek 11: Rotační jednodílný hyperboloid – katedrála (architekt Oscar Niemeyer) – Brasília, Brazílie (<http://www.trekearth.com>)



Obrázek 12: Kulová plocha jako kupole – Bazilika sv. Petra – Řím, Itálie



Obrázek 13: Použití části kulové plochy a pendentivů k zaklenutí – Bazilika sv. Petra – Řím, Itálie

Závěr

Studijní materiály, které jsem v průběhu několika let vytvořila, zařazuji do výuky, a to jak na FA ČVUT, tak na MFF UK. Součástí těchto pomůcek jsou také počítačové animované modely. U studentů zaznamenávám velmi kladný ohlas, neboť některé modely vytvářejí právě oni. Podle jejich reakcí vím, že právě díky tomuto přístupu vnímají geometrii jako moderní a zajímavou disciplínu. Zdá se tedy, že počítačové modelování je velmi vhodnou didaktickou pomůckou, jeho využitím se zlepšila úroveň výuky.

Mým záměrem je stále zdokonalovat a rozšiřovat sbírku počítačových modelů, vymýšlet nové přístupy a metody ve výuce geometrie a snažit se, aby tato disciplína nebyla tak opomíjena, ale aby jí byla věnována mnohem větší pozornost, než je tomu doposud.

RNDr. Petra Surynková
Katedra didaktiky matematiky MFF UK
Sokolovská 83
186 75 Praha 8
petra.surynkova@mff.cuni.cz