

WEBOVÁ PODPORA VÝUKY MATEMATIKY NA STŘEDNÍ ŠKOLE

JARMILA ROBOVÁ

1 Úvod

V dnešní době si řada z nás nedokáže představit život bez internetu. Prostřednictvím internetu hledáme různé informace, platíme účty, posíláme dopisy, chatujeme ... Internet změnil nejen způsob, jakým spolu lidé dnes komunikují, ale ovlivnil různé lidské činnosti včetně vzdělávání.

O rostoucím vlivu internetu na proces učení a vzdělávání svědčí skutečnost, že využívání internetu ve školách je předmětem zkoumání různých studií nejen u nás, ale i v Evropské unii (viz [2], [3]). Různé sondy, jejichž předmětem zkoumání jsou činnosti, které žáci základních škol realizují prostřednictvím internetu ve svém volném čase, ukazují, že nejvíce času věnují hrám a zábavě, a to i žáci prvního stupně (viz např. [7]). Také studenti středních škol u nás i v dalších zemích často ve svém volnu používají internet, jak o tom svědčí řada výzkumů (viz [4], [10]). Na základě jejich výsledků lze konstatovat, že studenti středních škol dnes běžně využívají internet k vyhledávání informací, avšak nejčastěji pouze pro zábavu – hraní her, stahování hudby a filmů či chatování; až na druhém místě bývá vyhledávání informací potřebných pro studium. Přesto se ukazuje trend rostoucího využívání internetu k přípravě do školy. Některé menší výzkumy ukázaly (viz např. [6]), že v případě zadání seminární práce či jiného domácího úkolu studenti středních škol nejdříve hledají potřebné údaje na internetu, až na druhém místě jako zdroj informací uvádějí knihy a učebnice. Internet tak vstoupil do školské výuky, ať už se nám to líbí, či nikoliv.

2 Internet a jeho využití ve školské matematice

Rčení „Oheň je dobrý sluha, ale zlý pán“ je jistě pravdivé a běžně se používá pro další situace a objekty, jako je například trh či peníze; v současné době platí i pro internet. K hlavním problémům, které s sebou nese využívání internetu ve vyučování, patří především četnost a kvalita zde obsažených informací a vědomé či nevědomé zneužívání autorských práv. Informace dostupné na internetu jsou žáky často mechanicky kopírovány nejen bez respektování autorských práv, ale bez jakékoli tvůrčí činnosti. Tento typ podvádění při plnění školních úkolů má stoupající tendenci (viz [10]). Od učitele je tak vlastně vyžadována další dovednost – orientace v obsahu, rozsahu a kvalitě materiálů na internetu, které se týkají jeho předmětu, včetně identifikace plagiátů.

Je zřejmé, že snadná dostupnost mnoha informací různé kvality s sebou logicky přináší důraz na schopnosti uživatele internetu tyto informace třídit a dále je zpracovávat. Jde tedy především o to, aby uživatel rozeznal kvalitní a pravdivé informace od nekvalitních, aby nebyl například ovlivněn pouze

pěknou grafickou formou těchto materiálů. Vzhledem k tomu, že informace zveřejněné na internetu nejsou v řadě případů redigovány ani po obsahové, ani jazykové stránce, nelze obecně spoléhat na pravdivost a serióznost zveřejněných faktů. K hlavním rizikům využívání webových materiálů ve školské matematice tedy patří ta skutečnost, že se v nich mohou vyskytovat matematické chyby a nepřesnosti. S těmito nedostatky se můžeme setkat především u materiálů vytvářených studenty v rámci jejich vlastních aktivit (seminární práce, maturitní otázky aj.), kde se vyskytují drobné i závažnější chyby včetně neobratných řešení úloh.

Využití internetu ve vyučování matematice je poměrně rozsáhlé. Uživatel zde může najít webové stránky, které mohou být využity v různých tématech školské matematiky, a také v různých situacích – ať již při výkladu a procvičení nové látky, při upevnění učiva, či při testování studentů a při přípravě učitele i žáků na hodinu; prostřednictvím internetu lze tak kombinovat různé metody práce přímo v jedné vyučovací hodině. Informace dostupné na internetu mohou částečně zastoupit jiné zdroje používané ve výuce, jako jsou tištěné učebnice či sbírky úloh. Oproti klasickým tištěným textům nabízejí kvalitní webové materiály vyšší názornost předkládaného učiva, neboť jsou zde využívány různé animace, které podobně jako počítačové programy slouží k dynamickému znázornění matematických pojmů a vztahů. Materiály dostupné na internetu kombinují text, grafiku, zvuk i animace, jejich součástí jsou hypertextové odkazy i různé videoklipy. To vše, pokud je používáno v rozumné míře, zvyšuje atraktivitu těchto materiálů a může tak přispět k zesílení zájmu studentů o dané téma a učivo. Rozumné a přiměřené používání internetu ve středoškolské matematice tedy přináší do výuky i pozitivní jevy, ke kterým patří zejména vyšší motivace studentů, různorodost použití (výklad, samostatná práce studentů), snadné kombinování různých forem práce v hodině (individuální, skupinové či frontální vyučování).

V souvislosti s rostoucím využíváním internetu se hovoří o ztrátě výsadního postavení školy v dodávání informací a o zbytečnosti znalostí proměnlivých i některých trvalých faktů. Uvedená tvrzení podle mého názoru souvisejí s trendem přeceňování možností internetu a dalších moderních technologií a věcné správnosti informací, které jsou zde k dispozici, a to především ze strany žáků i laické veřejnosti. Z pohledu školské matematiky je toto tvrzení navíc i zavádějící, neboť žák, který aktivně neovládá důležité matematické vztahy, nemůže řešit úlohy, ve kterých se tyto znalosti využívají, neboť neví o jejich existenci či nemá v danou chvíli internet k dispozici. Pokud žák nezná konkrétní informace, jen obtížně může chápat souvislosti mezi nimi. Z hlediska ostatních vyučovacích předmětů má školská matematika na základní a střední škole specifické postavení, neboť fakta, která učitel matematiky předává žákům, nemají proměnlivý charakter; převážná část učiva matematiky souvisí s výsledky matematiky, které byly získány do konce 17. století (viz [8]). Ve vztahu k e-learningu se objevují hypotézy o klesající roli učitele, avšak některé zkušenosti s tímto typem vzdělávání ukazují, že nejen v případě matematických kurzů oceňují studenti osobní kontakt s tutorem, který je schopen jim objasnit případné ne-

jasnosti. Obdobný názor na úlohu učitele ve vyučovacím procesu se objevoval v sedmdesátých letech 20. století v souvislosti se zaváděním programovaného učení, avšak další vývoj tuto hypotézu nepotvrdil. Podle výzkumu e-learningu, který byl realizován v roce 2006 v ČR formou internetového dotazníku a kterého se zúčastnilo 176 učitelů (viz [10]), výrazně převažoval mezi respondenty názor, že e-learning přinese do vyučování především změny v prověřování žákovských znalostí; názor, že se sníží význam učitele, byl zcela odmítnut.

Učební texty se významnou měrou podílejí na úrovni i efektivnosti vyučování, pokud jsou však vytvářeny a samozřejmě i používány v souladu s didaktickými zásadami. Zkušený učitel často čerpá z více zdrojů a z tohoto hlediska mohou kvalitní webové materiály rovněž přispět k pochopení a osvojení matematického učiva. Jak by měl kvalitní výukový webový materiál vypadat? Základním požadavkem je jistě jeho věcná správnost a kvalitní didaktické zpracování tak, jako tomu je u tištěných učebnic. Webové materiály však mohou uživateli nabídnout zejména interaktivní prvky, které při vhodném začlenění zvyšují názornost předkládaného učiva. Konkrétně se jedná o aplety, skripty či různé animace; krokovaná řešení úloh žákům zase poskytují bezprostřední zpětnou vazbu. Kvalitní výuková webová stránka by proto neměla být jen statická, měla by využívat dynamických možností internetu (viz [9]).

3 Webové stránky věnované matematice

Pokud žák střední školy hledá na webu informaci z konkrétního učiva, pravděpodobně zadá do nejznámějšího internetového vyhledávače Google příslušná klíčová slova a získá tisíce odpovědí. Na předních místech se zřejmě umístí některé z následujících českých komplexních webových stránek:

- Matematika pro každého online
(<http://www.matematika-online-a.kvalitne.cz/>),
- Nesnesitelně snadná matematika
(<http://www.e-matematika.cz/>),
- Matematika pro každého
(<http://maths.cz/mapa-webu/ss-matematika.html>),
- Matematika polopatě
(<http://www.matweb.cz/>).

K přednostem uvedených webů jistě patří jejich grafické zpracování a rozsah učiva středoškolské matematiky (většinou až na geometrická témata) a rovněž vzorově řešené příklady. K slabším stránkám pak patří zejména definování matematických pojmů (obr. 1), nepřesná vysvětlení matematických souvislostí (obr. 2) a chybějící dynamické prvky, neboť stránky jsou až na hypertextové odkazy ve své podstatě převážně statické. Samostatnou kapitolou je encyklopedie Wikipedia, kde lze sice nalézt řadu informací, ale stránky jsou nepřehledné, úroveň a forma zpracování jednotlivých hesel je různorodá.

Lineární rovnice a nerovnice

Lineární rovnice

Lineární rovnice je rovnice ve které se vyskytuje pouze jedna neznámá v první mocnině je například ve tvaru $a \cdot x + b = 0$, jestliže se a nerovná nule pak můžeme její jediný kořen vypočítat: $x_1 = -b/a$.

Obr. 1

Vyřešte rovnici $e^{x^2+6} = e^{5x}$.

Tato rovnice je daleko lehčí, než by se na první pohled mohlo zdát. Jelikož má pravá i levá strana stejný základ, tak my můžeme tento základ jednoduše škrtnout a poté již se jedná o lehkou kvadratickou rovnici.

Obr. 2

Kvalitních komplexních webových stránek, na kterých je zpracováno více matematických témat najednou a které obsahují kromě textu a obrázků i dynamické a interaktivní prvky (krokované řešení úloh, hypertextové odkazy, aplety, skripty aj.), existuje v současné době na internetu jen málo. Je více než zřejmé, že vytváření takových stránek klade rozsáhlé odborné, didaktické a technické požadavky na znalosti a dovednosti autorů; kromě uvedených nároků musí autoři při tvorbě těchto stránek také počítat se značným časovým vytížením.

Na katedře didaktiky matematiky MFF UK se již od roku 2001 snažíme postupně vytvářet soubor webových aplikací určených pro výuku středoškolské matematiky. Tyto práce jsou vytvářeny v rámci bakalářských a diplomových prací budoucích učitelů matematiky. Postupně jsou zpracovávána jednotlivá matematická témata v souladu s používanými gymnaziálními učebnicemi matematiky, které vydává nakladatelství Prometheus. Kromě standardní látky obsahují některé práce rovněž rozšiřující učivo, které může být využito například v matematickém semináři. Vytvořené webové aplikace jsou dostupné na adrese

<http://www.karlin.mff.cuni.cz/katedry/kdm/diplomky/index.php>.

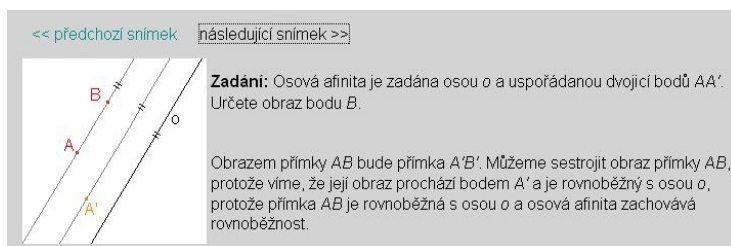
V současné době jsou již zpracovány následující okruhy učiva:

- základy logiky,
- základní poznatky z matematiky (mocniny, výrazy),
- algebraické rovnice a nerovnice a jejich soustavy (včetně rovnic s absolutní hodnotou i odmocninou),
- elementární funkce a jejich vlastnosti,
- goniometrické funkce a trigonometrie,
- goniometrické rovnice a nerovnice,
- posloupnosti a řady,
- planimetrické útvary a jejich vlastnosti,
- konstrukční úlohy v rovině,
- shodná a podobná zobrazení v rovině,

- základy stereometrie,
- stereometrické polohové úlohy s využitím osové afinity,
- analytická geometrie,
- spojitost a limita funkce,
- kombinatorika,
- komplexní čísla.

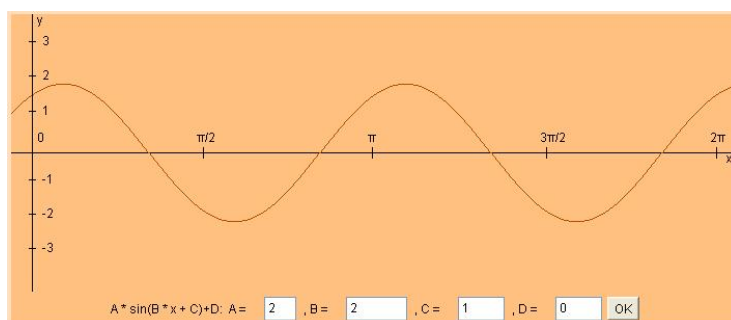
V rámci vytváření těchto materiálů studenti uplatňují své vědomosti a dovednosti, které získali v průběhu studia matematických i didaktických disciplín; současně si uvědomují, že psaní výukových materiálů je velmi náročnou záležitostí.

Při obsahovém a grafickém zpracování webových stránek vycházíme z jejich účelu jako doplňkového výukového materiálu. Učivo je proto uspořádané do krátkých a přehledných celků, důležité pojmy a vztahy jsou výrazně graficky odlišeny, důraz je kladen na řešení příkladů a úloh. Uživatelům stránek je rovněž k dispozici navigační menu a odkazy na související poznatky s cílem zvýšit přehlednost stránek i orientaci v nich. Při tvorbě stránek se snažíme zejména o to, aby se nejednalo pouze o upravené verze textů z učebnic, ale aby zde byly využity možnosti, které nabízí webové prostředí.



Obr. 3

Jednotlivé stránky využívají hypertextových odkazů na související pojmy či jejich vysvětlení, obsahují postupně krokovaná řešení úloh (obr. 3) a často i dynamické obrázky-aplety (obr. 4).



Obr. 4

Práce z posledních let pak obsahují testy, ve kterých si žáci středních škol mohou ověřit své znalosti. Ve většině případů se jedná o uzavřené úlohy, kde žák vybírá jednu či více z nabízených možností (obr. 5). Tyto testy nabízejí uživateli bezprostřední zpětnou vazbu, neboť po volbě odpovědi žák zjistí, zda vyřešil daný úkol správně či chybně, u řady úloh se v případě chybné odpovědi objeví správné vysvětlení. To vše umožňuje, aby si žák uvědomil nejen svou chybu, ale současně zjistil i její příčiny.

3.16 Přířad' odpovídající si výrazy:

	A	B	C	D	
	$xy^2(x+2y-5)$	$xy(x+2y-5)$	$x^2(x+2y-5)$	$x(x+2y-5)$	
a) $x^3 + 2x^2y - 5x^2 =$	<input type="radio"/> A	<input type="radio"/> B	<input checked="" type="radio"/> C	<input type="radio"/> D	OK
b) $x^2 + 2xy - 5x =$	<input checked="" type="radio"/> A	<input type="radio"/> B	<input type="radio"/> C	<input type="radio"/> D	Chyba!
c) $x^2y + 2xy^2 - 5xy =$	<input type="radio"/> A	<input type="radio"/> B	<input type="radio"/> C	<input type="radio"/> D	
d) $x^2y^2 + 2xy^3 - 5xy^2 =$	<input type="radio"/> A	<input type="radio"/> B	<input type="radio"/> C	<input type="radio"/> D	

Znova

Obr. 5

Podle našich zkušeností jsou již vytvořené webové aplikace používány žáky středních škol i některými učiteli, odkazy na tyto materiály lze nalézt také v rámci jiných webových stránek (obr. 6). V současné době pracujeme na postupném vytvoření komplexní webové stránky, která by po obsahové, grafické i metodické stránce sjednocovala již vytvořené aplikace a nabídla tak uživatelům prostředí, ve kterém jsou kvalitně a moderní formou zpracována témata středoškolské matematiky.

- [VARIACE NA CUNI](#)
- [A JEŠTĚ VARIACE S OPAKOVÁNÍM NA CUNI](#)
- [PERMUTACE TAMTĚŽ](#)

MATEMATIKA Nahoru | Matematika polopaté | Lukáš Havrlant | Kontakt | 2006–2010

POLOPATĚ Šperky | Půjčky bez registru ihned

Obr. 6

4 Závěr

Dnešní studenti využívají počítače a internet k běžné komunikaci, k řešení domácích úkolů i psaní seminárních prací. Učitel by proto měl počítat s tím, že jeho studenti mohou hledat pomoc či potřebné informace na internetu, měl by si být vědom případných rizik, která souvisejí s jeho používáním; rovněž by měl být schopen objektivně posoudit a zhodnotit přínos internetu pro svůj předmět a své žáky. Významnou roli při hodnocení přínosu internetu hraje i učitelova osobnost včetně jeho postoje k technologiím, dále celkové klima a vybavenost třídy, resp. školy, a řada dalších okolností. To, zda a kdy zařadit internet do

vyučovací hodiny, souvisí i s matematickou podstatou probírané látky, neboť v některých tématech lze nalézt řadu kvalitních webových zdrojů, v jiných naopak nikoliv.

Informovanému učiteli může internet také poskytnout další možnosti, jak žáky zaujmout a motivovat, jak zvýšit názornost výuky a jak zařazovat do výuky matematiky vyučovací metody založené na heuristickém přístupu. Internet je dynamické prostředí, které s vývojem technologií nabízí stále širší možnosti využití, avšak tištěné knihy i učebnice zůstávají nadále důležitou součástí procesu vzdělávání (viz [1], [5]).

Literatura

- [1] Carrière J.-C., Eco U., *Knih se jen tak nezbavíme*. Argo, Praha, 2010, 237 stran. ISBN 978-80-257-0266-6.
- [2] EC, *Benchmarking Access and Use of ICT in European Schools 2006* [online]. Publikováno 2006 [cit. 2008-06-20]. Dostupné z: <http://ec.europa.eu/information_society/eeurope/i2010/docs/studies/final_report_3.pdf>.
- [3] ČŠI: *Užití informačních a komunikačních technologií ve školách za uplynulé dva roky* [online]. Aktualizováno 2008 [cit. 2008-05-25]. Dostupné z: <http://www.csicr.cz/upload/uziti_ICT_ve_skolach_za_uplynule_dva_roky.pdf>.
- [4] Horváth P., Lengyelfalussy T., *Počítačová gramotnost a komunikácia stredoškolskej mládeže vo svetle jedného výskumu*. In Hájková E., Vémolová R. (ed.), XXIII. International Colloquium on the Acquisition Process Management, CD ROM, UO – Fakulta ekonomiky a managementu, Brno, 2005, 7 stran. ISBN 80-85960-92-3.
- [5] Horváthová B., *Komparácia klasickej učebnice a elektronickej učebnice*. Technológia vzdelávania 2004, č. 10, 7–9. ISSN 1335-003X.
- [6] Kavecký K., Tóblová E., *Rozvoj informačných kompetencií*. In Dostál J. (ed.), Infotech: moderní informační a komunikační technologie ve vzdělávání, CD ROM, PedF UP, Olomouc, 2007, 78–81. ISBN 978-80-7220-301-7.
- [7] PISA, *PISA 2006: Science Competencies for Tomorrows World. Volume 1: Analysis* [online]. Publikováno 2007 [cit. 2008-03-21]. Dostupné z: <<http://www.pisa.oecd.org/dataoecd/30/17/39703267.pdf>>.
- [8] Robová J., *Internetová podpora výuky matematiky*. In Hájková E., Vémolová R. (ed.), XXVII. International Colloquium on the Management of Educational Process CD ROM, UO – Fakulta ekonomiky, Brno, 2009. ISBN 978-80-7231-650-2.

- [9] Robová J., *Webové stránky – učebnice pro 21. století?* In Lengyelfalussy T., Horváth P., Záborský M. (ed.), 6. žilinská didaktická konferencia s medzinárodnou účasťou, Žilinská univerzita, Žilina, 2009. ISBN 978-80-554-0050-1.
- [10] Sak P. a kol., *Člověk a vzdělání v informační společnosti: vzdělávání a život v komputerizovaném světě*. Portál, Praha, 2007, 296 stran. ISBN 978-80-7367-230-0.

RNDr. Jarmila Robová, CSc.
Katedra didaktiky matematiky MFF UK
Sokolovská 83
186 75 Praha 8
robova@karlin.mff.cuni.cz