

MATEMATICKÝ PROSEMINÁŘ

MARTINA BEČVÁŘOVÁ

1. Úvod

V současné době se posluchači prvních ročníků bakalářského studia a jejich vyučující na různých typech vysokých škol potýkají s problémy, které pramení z nedostatečné středoškolské přípravy nově nastupujících posluchačů. V následujících odstavcích se pokusíme naznačit, jaké možnosti zmírnění či odstranění nedostatků, zejména však jaké základní cesty vedoucí k prohloubení a upevnění znalostí a dovedností byly zvoleny v posledních letech na MFF UK.

2. Přípravné soustředění a test středoškolských znalostí

Pro všechny nově nastupující studenty na MFF UK je každoročně pořádáno přípravné třídní soustředění na Albeři, kde jim je mimo jiné předložen test středoškolských znalostí, který je tvořen dvanácti jednoduchými příklady (kvadratické rovnice, nerovnice s absolutní hodnotou, komplexní čísla, aritmetická a geometrická posloupnost, analytická geometrie přímky, kuželosečky, goniometrické funkce, rovinná geometrie). Na jeho vypracování mají studenti 40 minut, nemohou užívat ani tabulky, ani kalkulačku, ani jiné pomůcky. Každá správná odpověď je hodnocena jedním bodem, za špatné odpovědi se body nestrhávají. Test úspěšně absolvují ti, kteří získají deset a více bodů. Stejný test se pro snadnou možnost srovnání úrovně znalostí používá již šest let. Proměny stavu znalostí ukazuje následující tabulka.

Rok	Všichni studenti	Úspěšní studenti	Procento úspěšných	Studenti učitelství	Úspěšní studenti	Procento úspěšných
2004	601	430	71,5	13	6	46,2
2005	558	428	76,7	21	15	71,4
2006	406	344	84,7	9	6	66,7
2007	461	328	71,1	10	6	60,0
2008	450	277	60,9	11	6	54,5
2009	490	258	52,7	17	7	41,2

Na základě výsledků testu je studentům, kteří získali devět a méně bodů, doporučena účast na *úvodním matematickém kurzu*.¹

¹ Informace byly převzaty z podrobné závěrečné zprávy *Úvodní kurz středoškolské matematiky pro nastupující 1. ročníky, akad. rok 2009/2010*, kterou v září roku 2009 pro zasedání kolegia Matematické sekce vypracoval doc. RNDr. Mirko Rokyta, CSc.

3. Úvodní matematický kurz

Čtyřdenní úvodní kurz matematiky se koná v září těsně před začátkem zimního semestru, pořádán je Katedrou matematické analýzy MFF UK. Je poskytován bezplatně všem studentům, kteří byli přijati v daném školním roce do prvního ročníku bakalářského studia na MFF UK. Program kurzu v roce 2009/2010 připravili M. Rokyta (vedoucí kurzu), E. Calda, A. Slavík a Z. Šír. Tvořilo jej sedm devadesátiminutových lekcí (rovnice a nerovnice v reálném oboru, analytická geometrie, kombinatorika, elementární funkce, trigonometrie, posloupnosti reálných čísel a komplexní čísla). Jeho cílem bylo přehledně zopakovat a připomenout základní středoškolské znalosti matematiky, prohloubit geometrické interpretace a představitost, ukázat některé zajímavé souvislosti a neobvyklé metody řešení.

V posledních letech je možno pozorovat vzrůstající zájem o účast na přípravném kurzu, což souvisí i s tím, že na MFF UK byla zrušena odborná část přijímací zkoušky, a mnozí studenti tak teprve na úvodním soustředění na Albeři mají možnost porovnat své znalosti se znalostmi svých budoucích spolužáků a především s požadavky fakulty. V následující tabulce jsou uvedeny informace o návštěvnosti úvodních kurzů v uplynulých šesti letech.²

Rok	Všichni studenti	Počet účastníků	Procento zúčastněných
2004	601	130	21,6
2005	558	98	17,6
2006	406	89	21,9
2007	461	114	24,7
2008	450	100	24,4
2009	490	180	36,7

4. Proseminář matematický

Po četných diskusích o stavu znalostí posluchačů prvního ročníku učitelských oborů na MFF UK (matematika-fyzika, matematika-informatika, matematika-deskriptivní geometrie) byl pro ně ve školním roce 2005/2006 zřízen dvousemestrální výběrový *Proseminář matematický*. Jeho cílem bylo jak procvičení středoškolské matematiky, doplnění základních matematických poznatků a dovedností, posílení matematického vyjadřování a myšlení, tak prohloubení pedagogických a didaktických dovedností.

² Informace byly převzaty z podrobné závěrečné zprávy *Úvodní kurz středoškolské matematiky pro nastupující 1. ročníky, akad. rok 2009/2010*, kterou v září roku 2009 pro zasedání kolegia Matematické sekce vypracoval doc. RNDr. Mirko Rokyta, CSc.

Ve školním roce 2007/2008 byl *Proseminář matematický* na žádost vedení fakulty a kolegia Matematické sekce MFF UK otevřen i pro studenty neučitel-
ských oborů MFF UK a pro studenty učitelských oborů z PŘF UK a FTVS UK. Stále častěji se totiž projevovaly hlubší nedostatky ve středoškolské přípravě
maturantů, a ty se negativně promítaly do vysokoškolského studia matematiky,
fyziky i informatiky. Proseminář si proto položil nové cíle – doplnit chybějící
základy středoškolské matematiky, procvičovat úvodní pojmy diferenciálního
a integrálního počtu, lineární algebry a analytické geometrie, na které při běž-
ných vysokoškolských cvičeních nezbývá čas.

Od svého vzniku je *Proseminář matematický* organizován Katedrou didak-
tiky matematiky MFF UK. Je dostupný pro všechny posluchače prvního roč-
níku denního i kombinovaného studia, neboť probíhá zhruba v deseti para-
lelkách v zimním semestru a sedmi paralelkách v letním semestru. Je určen
především těm, kteří na soustředění na Albeři a úvodním kurzu matematiky
získají varovné signály o úrovni svých znalostí. Jeho hlavním cílem je umožnit
studium i těm posluchačům, kteří jsou poměrně talentovaní, mají odpovídající
zájem a schopnosti, ale přišli ze škol, které je vzhledem ke stále se snižují-
címu počtu hodin věnovaných výuce matematiky neměly možnost připravit
na náročné studium na MFF UK. *Proseminář matematický* poskytuje pro-
stor a čas na odstranění nedostatků, na doplnění chybějících středoškolských
znalostí a dovedností. Umožňuje posluchačům lepší start do vysokoškolského
studia.

4.1. Proseminář pro studenty matematiky, fyziky a informatiky

Proseminář matematický pro posluchače odborného studia je nyní koncipová-
ván jako dvousemestrální výběrový volitelný předmět ve třech úrovních. Podle
výsledků vstupní prověrky napsané v prvním týdnu semestru (na prvním pro-
semináři) jsou studenti rozděleni na tři skupiny (možnost změny skupiny je po
dohodě s vyučujícími možná). První skupina je vyhrazena nejlepším studen-
tům. Při jejich výuce je kladen důraz zejména na rozšíření a prohloubení stře-
doškolských znalostí, probírány jsou souvislosti vysokoškolské a středoškolské
matematiky, řešeny zajímavé, netradiční a náročnější příklady. Druhá skupina
je určena dobrým studentům; při jejich výuce je hlavní důraz kladen na pro-
cvičení, upevnění a rozšíření středoškolských znalostí. Řešeny jsou i zajímavé
příklady na pomezí vysokoškolské a středoškolské látky. Třetí skupina je určena
slabším studentům. Při jejich vzdělávání je kladen důraz na zopakování a dopl-
nění středoškolských znalostí, zejména na některé partie algebry, matematické
analýzy, syntetické a analytické geometrie, mimo jiné též na komplexní čísla.
Obvykle jsou řešeny klasické i náročnější středoškolské příklady.³

³ Sylaby pro zimní i letní semestr pro jednotlivé úrovně, požadavky k získání zápočtů
a studijní literatura jsou uvedeny na webové stránce
<http://www.karlin.mff.cuni.cz/katedry/kdm/studium/proseminar>.

4.2. Proseminář pro studenty učitelského studia

Proseminář matematický pro posluchače učitelského studia je speciálně určen studentům prvního ročníku učitelského studia. Jedná se o dvousemestrální volitelný výběrový předmět. Jeho hlavním cílem je procvičení a upevnění matematických znalostí a dovedností, s nimiž studenti přicházejí ze středních škol. Posilováno je také správné matematické vyjadřování, rozvíjeno je analytické myšlení, diskutovány jsou symbolické zápisy a jejich jazyková interpretace apod. Řešeny jsou zajímavé a netradiční příklady. Důraz je kladen na souvislosti mezi vysokoškolskou a středoškolskou matematikou v kontextu vzdělávání matematice s přihlédnutím k pedagogicko-psychologickým aspektům. V rámci semináře většinou probíhá malá studentská soutěž o ceny.

Na počátku zimního semestru (na prvním proseminárním cvičení) je napsána prověrka znalostí, kterou tvoří 15 jednoduchých příkladů pokrývajících základní středoškolskou látku (úpravy algebraických výrazů, definiční obor funkce, graf kvadratické funkce, kvadratické, goniometrické a logaritmické rovnice, nerovnice s absolutní hodnotou, aritmetické operace s komplexními čísly, analytická geometrie přímky, základy planimetrie a stereometrie). Na vypracování prověrky je 60 minut, nejsou dovoleny žádné pomůcky. Každý příklad je hodnocen jedním bodem, je-li řešení úplné a správné, polovinou bodu, vyskytla-li se při řešení drobná chyba (numerická chyba, neúplné řešení), a žádným bodem, pokud je v řešení zásadní chyba. Za úspěšné absolvování prověrky je považován zisk deseti a více bodů. Od roku 2005/2006 je zadávána stále stejná prověrka. Klesající úroveň středoškolských znalostí studentů, kteří na studium učitelství přicházejí, naznačuje následující tabulka.

Rok	Průměrný počet bodů
2005	7,3
2006	9,6
2007	5,8
2008	6,1
2009	3,8

Základní neznalosti jsou každoročně a opakovaně zjišťovány u příkladů z planimetrie a stereometrie, goniometrických funkcí a analytické geometrie.⁴ V posledních dvou letech se objevily i nedostatky při řešení kvadratických rovnic a nerovnic, nerovnic s absolutní hodnotou a v úpravách algebraických výrazů.

Na základě výsledků prověrky jsou posluchači učitelských oborů od roku 2008/2009 rozdělováni na dvě paralelky.

⁴ Každoročně nejhůře dopadá příklad: *Obdélník o stranách a , b , $a \neq b$, je rozvinutým pláštěm dvou různých válců. Vypočtete poměr jejich povrchů.* V posledních dvou letech se však objevují i posluchači, kteří získají z celé prověrky nula bodů.

4.3. Osnova prosemináře

V zimním semestru jsou procvičovány následující tematické celky:

1. Algebraické výrazy – úpravy výrazů, definiční obory.
2. Komplexní čísla – algebraický a goniometrický tvar, úhel, norma, aritmetické operace.
3. Funkce – definiční obor, obor hodnot, speciální vlastnosti funkcí, sudá, lichá, prostá, periodická, rostoucí a klesající funkce.
4. Funkce polynomické a racionální lomené.
5. Funkce exponenciální, logaritmické a mocninné.
6. Funkce goniometrické a cyklometrické.
7. Funkce hyperbolické a hyperbolometrické.
8. Průběh funkcí, grafy funkcí.
9. Rovnice a nerovnice.

V letním semestru jsou procvičovány následující tematické celky:

1. Analytická geometrie v rovině – souřadnice bodu, vektor, rovnice přímky, polopřímky a úsečky.
2. Analytická geometrie v rovině – vzdálenost bodu od přímky, vzájemná poloha přímek.
3. Analytická geometrie v prostoru – rovnice přímky, roviny, vzájemná poloha přímek, přímky a roviny, vzájemná poloha rovin, úhel přímek, rovin, přímky a roviny.
4. Analytická geometrie v prostoru – vzdálenost bodu od přímky, od roviny, kolmý průmět bodu, kolmý průmět přímky.
5. Kuželosečky.
6. Posloupnost, limita posloupnosti, aritmetická a geometrická posloupnost.
7. Kombinatorika – variace, kombinace, permutace s i bez opakování, kombinační čísla.
8. Pravděpodobnost.
9. Různé typy důkazů.

Obsah výuky je po dohodě se studenty každoročně přizpůsobován jejich zájmům a „potřebám“, které pramení z jejich nedostatků, resp. absence některé látky v jejich středoškolské přípravě.

Zápočet je udělován na základě aktivní účasti na proseminářích a zejména za vystoupení u tabule, při nichž studenti vysvětlují řešení úloh svým kolegům. Úlohy jsou zadávány nejméně týden předem a studenti si je mohou doma promyslet a připravit. Důraz je kladen na správnost řešení, efektivnost a eleganci postupu, srozumitelnost výkladu, přehlednost zápisu apod. Po vyřešení

každé úlohy následuje diskuse, v níž studenti hodnotí vystoupení svého kolegy, ukazují svá řešení apod.

5. Webové stránky

Pro lepší spolupráci studentů a vyučujících a především pro snadnější domácí přípravu byly na Katedře didaktiky matematiky vytvořeny rozsáhlé webové stránky, které obsahují základní studijní materiály a veškeré informace o studiu a organizaci práce v *Prosemináři matematickém*.⁵ Na webových stránkách jsou dostupné sylaby výuky v zimním i letním semestru pro všechny úrovně, seznam základní i rozšiřující literatury (středoškolské učebnice, přehledová kompendia, sbírky příkladů, sbírky úloh z rekreační a zábavné matematiky, příklady z matematických olympiád a soutěží) a databáze příkladů pro samostatnou práci studentů.⁶

6. Závěr

Proseminář matematický přináší možnost zmírnění či odstranění zanedbané středoškolské přípravy. Reakce studentů ukazují, že přispívá k usnadnění jejich studia a slouží k následnému porozumění vysokoškolským přednáškám a cvičením. Katedra didaktiky matematiky i Matematická sekce MFF UK počítají s konáním prosemináře i v dalších letech.

Je nutno poznamenat, že náš proseminář do jisté míry supluje úkoly vzdělávání na středních i základních školách. Čas, který v minulých letech studenti promarnili, se jim již nikdy nevrátí a doplňování chybějících znalostí, dovedností, pracovních a studijních návyků je velmi obtížné, časově mimořádně náročné a mnohdy dokonce nemožné.

Doc. RNDr. Martina Bečvářová, Ph.D.
Ústav aplikované matematiky FD ČVUT
Na Florenci 25
110 00 Praha 1
nemcova@fd.cvut.cz, becvamar@fd.cvut.cz

Doc. RNDr. Martina Bečvářová, Ph.D.
Katedra didaktiky matematiky MFF UK
Sokolovská 83
186 75 Praha 8
nemcova@fd.cvut.cz, becvamar@fd.cvut.cz

⁵ Viz <http://www.karlin.mff.cuni.cz/katedry/kdm/studium/proseminar>.

⁶ Databáze je rozdělena na následující okruhy: Úpravy výrazů, Rovnice, Funkce, Posloupnosti, Komplexní čísla, Analytická geometrie v rovině, Analytická geometrie v prostoru, Kuželosečky, Kombinatorika, Pravděpodobnost a Důkazy.