



7. (1 bod) Je průnik dvou kongruencí na algebře vždy kongruence? Stručně zdůvodněte.

8. (1 bod) Jsou grupy  $\mathbb{Q}(+)$  a  $\mathbb{Z} \times \mathbb{Z}(+)$  izomorfní? Stručně zdůvodněte.

9. (1 bod) Popište všechny ideály okruhu celých čísel.

10. (1 bod) Definujte Booleovu algebru.

11. (2 body) Spočtete  $17^{-1}$  v monoidu  $\mathbb{Z}_{24}(\cdot)$

12. (2 body) Kolik existuje homomorfismů grupy  $\mathbf{Z}_2(+)$  do grupy  $S_4(\circ)$ ? Odůvodněte.

**13.** (2 body) Kolik podgrup a kolik kongruencí má grupa  $\mathbb{Z}_{100}(+)$ ? Odůvodněte.

**14.** (2 body) Je grupa  $\mathbb{Z}_{10}^*(\cdot)$  cyklická? Zdůvodněte.

**15.** (7 bodů) Dokažte, že aspoň dvouprvkový okruh je (obecně nekomutativní) těleso, právě když obsahuje právě dva levé ideály.

**16.** (7 bodů) Zformulujte a dokažte větu o homomorfismu a 1. větu o izomorfismu pro grupy.