

Domácí úkol č. 2 k přednášce NMAG 102: Lineární algebra a geometrie 2, letní semestr 2014–2015

Datum odevzdání 9.3.2015 18:00

(2.1) Zformulujte a dokažte obdobu sinové věty pro obecný prostor se skalárním součinem.

(2.2) V prostoru \mathbb{C}^2 máme skalární součin $\langle \cdot, \cdot \rangle$ takový, že báze B je ortonormální. Určete $\langle (x_1, x_2)^T, (y_1, y_2)^T \rangle$.

$$B = \left(\left(\begin{array}{c} 1 \\ 2i \end{array} \right), \left(\begin{array}{c} -i \\ 1 \end{array} \right) \right)$$

Bonusový problém: Ukažte, že „skalární součin je až na násobek určen kolmostí“. Přesněji: Nechtě $\langle \cdot, \cdot \rangle_1, \langle \cdot, \cdot \rangle_2$ jsou dva skalární součiny na konečně generovaném prostoru V takové, že pro libovolné $\mathbf{u}, \mathbf{v} \in V$ platí $\langle \mathbf{u}, \mathbf{v} \rangle_1 = 0$ právě tehdy, když $\langle \mathbf{u}, \mathbf{v} \rangle_2 = 0$. Pak existuje kladné reálné číslo t takové, že pro libovolné $\mathbf{u}, \mathbf{v} \in V$ platí $\langle \mathbf{u}, \mathbf{v} \rangle_1 = t \langle \mathbf{u}, \mathbf{v} \rangle_2$.