

**Úvod do komplexní analýzy
ZS 2022/23, MFF UK**

SADA PŘÍKLADŮ 8

Residua izolovaných singularit

Najděte všechny izolované singularity následujících funkcí a příslušná residua.

- | | |
|---------------------------------|------------------------------|
| a) $\cot gz$ | b) $\sin \frac{1}{1-z}$ |
| c) $\frac{1}{\sin \frac{1}{z}}$ | d) $\frac{1}{z^3-z^5}$ |
| e) $\frac{z^2}{(z^2+1)^2}$ | f) $\frac{z^{2n}}{(1+z)^n}$ |
| g) $\frac{z^2+z-1}{z^2(z-1)}$ | h) $\frac{\sin 2z}{(z+1)^3}$ |

Řešení

- a)** $\operatorname{res}_{k\pi} f = 1, k \in \mathbb{Z}$, **b)** $\operatorname{res}_1 f = -1, \operatorname{res}_\infty f = 1$, **c)** $\operatorname{res}_{\frac{1}{k\pi}} f = \frac{(-1)^{k+1}}{k^2\pi^2}, k \in \mathbb{Z}, k \neq 0, \operatorname{res}_\infty f = -\frac{1}{6}$,
d) $\operatorname{res}_0 f = 1, \operatorname{res}_{\pm 1} f = -\frac{1}{2}, \operatorname{res}_\infty f = 0$, **e)** $\operatorname{res}_{\pm i} f = \mp \frac{i}{4}, \operatorname{res}_\infty f = 0$, **f)** $(-1)^{n+1} \binom{2n}{n-1}$,
g) $\operatorname{res}_0 f = 0, \operatorname{res}_1 f = 1, \operatorname{res}_\infty f = -1$, **h)** $\operatorname{res}_{-1} f = 2 \sin 2 = -\operatorname{res}_\infty f$.