Domácí úkol č. 4 (G2, 2023)

Vypočtěte $\int_S \omega$ pro následující formy a plochy v $\mathbb{R}^3$:

1.
$$\omega = dx \wedge dy + dy \wedge dz,$$
$$S = \left\{ (x, y, z) : \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} + \frac{z^2}{c^2} = 1,\ z > 0 \right\},$$
s vnější normálou splňující $\langle \nu(x, y, z), e_3 \rangle > 0$;

2.
$$\omega = xz\, dx \wedge dy,$$
$$S = \left\{ (x, y, z) : x^2 = y^2 + z^2 + 1,\ 1 \leq x < \sqrt{2} \right\},$$
s vnější normálou splňující $\langle \nu(x, y, z), e_1 \rangle > 0$.

Pozn.:

1. Vnější normála $\nu(\mathbf{x})$ k $(n-1)$-ploše $S \subset \mathbb{R}^n$ určuje orientaci $\tau(\mathbf{x})$ splňující
$$\nu(\mathbf{x}) \wedge \tau(\mathbf{x}) = e_1 \wedge \cdots \wedge e_n.$$

2. Jsou-li $\varphi_1, \ldots, \varphi_p$ kladně orientované mapy plochy S s disjunktními obrazy pokrývající celou plochu až na konečné sjednocení ploch nižší dimenze, pak
$$\int_S \omega = \sum_{i=1}^{p} \int_{S_i} \omega,$$
pokud $\int_S \omega$ konverguje. (Bude na přednášce.)