

17) Ukažte: je-li $S \subset \mathbb{R}^n$ k -plocha, pak pro $a > 0$ je $aS := \{ax : x \in S\}$ k -plocha, a popište vzťah mezi μ_S a μ_{aS} .

28) Je-li $V(r) = \lambda^m (B(0, r))$, $r > 0$, pak $V'(r)$ je obsah sféry $\{ \|x\| = r \}$.

Ukažte pro: (a) $m=3$,
(b) obecně m .

3) Je-li $S \subset \mathbb{R}^m$ zároveň k -plocha a zobec. k -plocha (tj. C^1), pak obě definice μ_S splývají!

Obecně k -plocha není bft zobecně k -plocha!

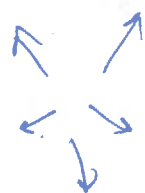
4) $\Omega \subset \mathbb{R}^m$ otevřená, $\partial\Omega$ zobec. $(m-1)$ -plocha, $x \in \partial\Omega$ regulární bod (tedy leží v nějaké komponentě $S_i \subset \partial\Omega$, kt. je $(m-1)$ -plocha).
Vyznačte $\nu(x)$ (jednot. vektor vně-normály), pokud je $\partial\Omega$ popsána (a) parametricky, (b) rovnicí (implicitně).

5) Divergence vektorového pole

$$T: \Omega \subset \mathbb{R}^m \rightarrow \mathbb{R}^m$$

$$\operatorname{div} T = \sum_{i=1}^m \frac{\partial T_i}{\partial x_i}$$

udává „měru rozptýlení či samláčení“:



$$\operatorname{div} T > 0$$



$$\operatorname{div} T < 0$$

Věta o divergenci: $\int_{\Omega} \operatorname{div} T \, dx^m = \int_{\partial\Omega} \langle T, \nu \rangle \, dS.$

6) (a) $\forall v \in \mathbb{R}^m: \int_{\partial\Omega} \langle v, \nu \rangle \, dS = 0.$

(b) $\lambda^3(\Omega) = \frac{1}{3} \int_{\partial\Omega} \langle x, \nu(x) \rangle \, dS(x).$

(uvažte.)

7) $\Omega = \{x^2 + y^2 + z^2 < 4\}$

Spočítejte $\int_{\partial\Omega} \langle (x^3, y^3, z^3), \nu(x, y, z) \rangle \, dS(x, y, z).$