

Příklady ke cvičení z MCMC – Simulace

Příklad 1: Popište, jak byste generovali z multinomického rozdělení.

Příklad 2: Obecné Weibullovo rozdělení má hustotu

$$f(x) = \lambda \alpha (x - \mu)^{\alpha-1} \exp\{-\lambda(x - \mu)^\alpha\}, \quad x \geq \mu$$

kde $\alpha > 0$ je parametr tvaru, $\mu \in \mathbb{R}$ je parametr polohy a $\lambda > 0$ je parametr měřítka. Navrhněte metodu simulace z tohoto rozdělení.

Příklad 3: (metoda podílu rovnoměrných)

Nechť (X, Y) má rovnoměrné rozdělení na množině $\{(x, y) : 0 \leq x \leq \sqrt{f^*(y/x)}, \text{ kde } f^* \text{ je nezáporná integrovatelná funkce. Ukažte, že } Z = Y/X \text{ má rozdělení s hustotou}$

$$f(z) = \frac{f^*(z)}{\int f^*(u) du}.$$

Tento výsledek se dá použít k simulaci z hustoty, která je známa až na normující konstantu. Jak bude probíhat generování z Cauchyho rozdělení touto metodou?

Příklad 4: (Γ zamítací metodou)

Pro simulaci z rozdělení $\Gamma(\alpha, \lambda)$ daného hustotou

$$f(x) = \frac{\lambda^\alpha}{\Gamma(\alpha)} x^{\alpha-1} e^{-\lambda x}, \quad x \geq 0,$$

chceme použít zamítací metodu s pomocnou hustotou $\Gamma(n, \gamma)$, kde $n \in \mathbb{N}$. Jaké hodnoty n a γ je třeba zvolit? Jak bude vypadat konstanta M pro zvolená n a γ ?

Příklad P1: Napište funkci, jejímž vstupem bude kladné číslo (intenzita) a výstupem hodnota vygenerovaná z Poissonova rozdělení s danou intenzitou.

Příklad P2: Napište skript, který bude generovat náhodný výběr z normovaného normálního rozdělení zamítací metodou pomocí hustoty Cauchyho rozdělení. Vygenerujte výběr o rozsahu 1000 a vykreslete odpovídající histogram spolu s hustotou $N(0, 1)$. Jaká je pravděpodobnost přijetí návrhu?