

D.Ú.2 — k 20.4.2020

Vyšetřete existenci cestujících vln / pulsů / vlnovlaků pro rovnici neuro-nového pole:

$$\partial_{tt}u + a\partial_tu + bu = \sigma(u) + k\partial_{xx}u$$

Předpokládejte, že a , b , k jsou (kladné) konstanty a

$$\sigma(u) = \frac{\alpha}{\alpha + e^{-\beta u}}$$

je tzv. sigma-funkce, typická pro modely tohoto typu. Podrobněji: hledejte řešení tvaru

$$u(t, x) = U(x - ct)$$

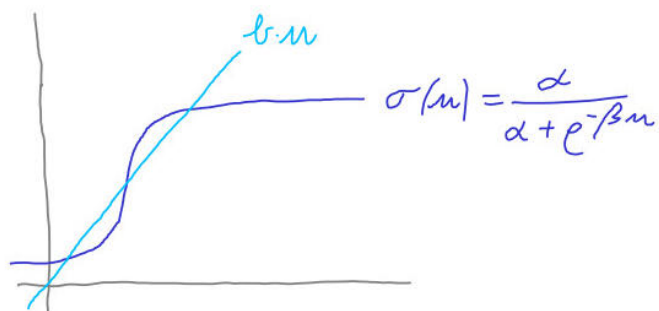
kde c je vhodná konstanta, a $U(s) : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ je omezená, nekonstantní funkce.

- (i) uvažte nejprve případ $k = c^2$ (vede na rovnici 1. řádu pro U)
- (ii) uvažte za druhé případ $k \neq c^2$, $a = 0$ (vede na rovnici tvaru $U'' + f(U) = 0$, vyšetřitelnou pomocí prvního integrálu)
- (iii) uvažte konečně obecný případ

Poznámka: není nutno provádět kompletní diskusi – stačí ukázat, že cestující vlny *existují pro jistou vhodnou volbu konstant* rovnice.

Viz též nápověda na druhé straně.

Klíčové je zjištění, že pro vhodnou volbu b , α a β existují tři různá kladná řešení rovnice $bu = \sigma(u)$. (Například pro $b = 0.8$, $\alpha = 0.05$ a $\beta = 5$.)



Profily vln pak spojují příslušná ekvilibria.