

Příklad 1 Dokažte chybějící implikaci ve Větě 9 (tj. nutnost podmínky (E)).

Příklad 2 Nechtě $S : W \rightarrow W$, kde W je úplný metrický prostor, a nechtě

$$N(S^n W, a\eta^n) < \infty, \quad \forall n \geq 0,$$

pro nějaká pevná $a > 0$, $\eta \in (0, 1)$. Potom diskrétní dynamický systém (S^n, W) je asymptoticky kompaktní.

Nápověda.

Ad 1: dokažte nejprve, že je-li $d_f(\mathcal{E}) < d$ a $\varepsilon_0 > 0$ pevné, pak

$$N(\mathcal{E}, \varepsilon) \leq c \left(\frac{1}{\varepsilon} \right)^d ,$$

s vhodným $c > 0$ pro všechna $\varepsilon \in (0, \varepsilon_0)$.

Ad 2: necht' $y_n = S^n x_n$, kde $x_n \in W$. Protože W lze pokrýt konečně koulemi o poloměru a , jedna z nich – značme ji B_0 – obsahuje nekonečně členů y_n . Indukcí: $B_0 \cap SW$ lze pokrýt konečně koulemi o poloměru $a\eta$, jedna z nich obsahuje nekonečně členů y_n . Diagonálním výběrem získáme Cauchyovskou podposloupnost.