Příklad 1
(a) Sestrojte množiny A, B (třeba v $\mathbb{R}$) takové, že

$$\operatorname{dist}(A,B) < 1 < \operatorname{dist}(B,A)\,.$$

(b) Sestrojte množiny A, B, C takové, že

$$\begin{aligned}\operatorname{dist}(A,B) &= 1\\ \operatorname{dist}(B,C) &= 1\\ \operatorname{dist}(A,C) &= 3\end{aligned}$$

Příklad 2
Nechť $\mathcal{A}$ je globální atraktor pro dynamický systém $(S(t),X)$.
(a) Ukažte, že je-li B omezená, úplně invariantní množina, je nutně $B \subset \mathcal{A}$.
(b) Nechť C je uzavřená množina, mající vlastnost (iii) atraktoru, tj.

$$\forall B \text{ omezené} \quad \operatorname{dist}(S(t)B, C) \to 0\,,\ t \to \infty\,.$$

Potom nutně $\mathcal{A} \subset C$.
Odvoďte, že globální atraktor je určen jednoznačně.

Příklad 3
Dokažte obrácení Věty 2: Nechť dynamický systém $(S(t),X)$ má globální atraktor. Potom je disipativní a asymptoticky kompaktní.

Nápověda: 1b – lze to vůbec ?
Platí ,,trojúhelníková nerovnost“ $\operatorname{dist}(A,C) \le \operatorname{dist}(A,B) + \operatorname{dist}(B,C)$ *?*
2 – $\operatorname{dist}(B,A) = 0$ *právě když* $B \subset \overline{A}$
3 – množina $W := \mathcal{U}(\mathcal{A},\delta) = \{y \in X : \operatorname{dist}(y,\mathcal{A}) < \delta\}$ *je omezená, pohlcující množina*