1. Ukažte, že $\Phi(y) > 0$, přitom $\Phi(y_n) \to 0$, kde $y_n = \mathrm{arctg}\,(\mathrm{nx})/\mathrm{arctg}\,(\mathrm{n})$. Při výpočtu $\Phi(y_n)$ použijte substituci $u = nx$.

2. Tzv. úloha o brachystochroně, viz Kopáček II.

3. Rovnice s multiplikátorem má tvar

$$\sqrt{1+[y']^2} - \left(\frac{(y-\lambda)y'}{\sqrt{1+[y']^2}} \right)' = 0\,,$$

což lze analogicky k úloze o minimální rotační ploše zjednodušit na

$$\frac{y-\lambda}{\sqrt{1+[y']^2}} = K\,.$$

Řešením je hyperbolický kosinus.

5a. $y(x) = x + \ln x / \ln 3$ - globální minimum.
5b. $y(x) = 1/x$ - globální minimum.
5c. $y(x) = \ln \sin x$ - globální maximum.
5d. nemá extrém.
5e. nemá extrém.
5f. každý bod je extrém.

6a. $y = ax$ je lok. max./min. pro $a < 0/a > 0$.
6b. $y = x$ je lok. min.
6c. $y = \ln x$ je lok. min.
6d. $y = 2\sqrt{x}$ je lok. min.
6e. $y = \exp x$ je lok. min.
6f. $y = \exp x$ je lok. min.