(1i) $|2x+3| > x$

(α) $2x+3 \geq 0$

$x \geq -3/2$: ekviv. $2x+3 > x$

$x > -3$ řešení: $x \in [-3/2, +\infty)$

(β) $2x+3 < 0$

$x < -3/2$: ekv: $-2x-3 > x$

$-3 > 3x$

$-1 > x$ řešení: $x \in (-\infty, -3/2)$.

$\boxed{\text{Celkem } x \in \mathbb{R}}$

(1ii) $\frac{x-2}{2x+4} \geq 1$ [nemá smysl pro $x=-2$.]

(α) $2x+4 > 0$

$x > -2$ ekv.: $x-2 \geq 2x+4$

$-6 \geq x$ řešení: $\emptyset$

(β) $2x+4 < 0$

$x < -2$ ekv: $x-2 \leq 2x+4$

$-6 \leq x$ řešení: $x \in [-6, 2)$

$\boxed{\text{Celkem } x \in [-6, 2)}$

(1iii) $\frac{x+3}{x-1} \geq \frac{x+1}{x-5}$ [nemá smysl pro $x = 1, 5$]

(α) $x < 1$: násobím $(x-1)(x-5) > 0$,

ekv: $(x+3)(x-5) \geq (x+1)(x-1)$

$x^2 - 2x - 15 \geq x^2 - 1$

$-14 \geq 2x$

$-7 \geq x$ řešení: $x \in (-\infty, -7]$

(β) $x \in (1,5)$: násobím $(x-1)(x-5) < 0$ (obrácená nerovnost)

ekv.: ... $-7 \leq x$ řešení: $x \in (1,5)$

1iii – pokr.: (γ) $x>5$: nerovnice $(x-1)(x-5)>0$

ekv.: $-7 \ge x$ (stejně jako (α))

řešení: $\emptyset$

Celkem: $x \in (-\infty,-7] \cup (1,5)$

1iv $\sqrt{x^2+1} \ge 2x-1$ [má smysl vždy: $x^2+1 \ge 0$]

(α) $2x-1 \le 0$

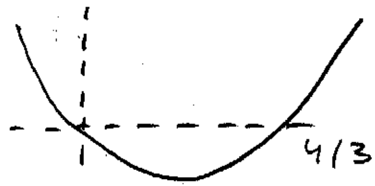
$x \le 1/2$ ... platí vždy ($LS \ge 0$; $PS \le 0$) ; řešení $x \in (-\infty, 1/2]$

(β) $2x-1>0$: ekv. $x^2+1 \ge (2x-1)^2$

$x > 1/2$

$x^2+\cancel{1} \ge 4x^2-4x+\cancel{1}$

$0 \ge 3x^2-4x = x(3x-4)$



platí pro $x \in [0, 4/3]$

... řešení: $x \in (1/2, 4/3]$

Celkem: $x \in (-\infty, 4/3]$.

(2a) $(x-3)(x+1)(3x+6)>0$; nulové body: $x=-2,-1,3$

interval	1. člen	2. člen	3. člen	součin
$(-\infty,-2)$	<0	<0	<0	<0
$(-2,-1)$	<0	<0	>0	>0
$(-1,3)$	<0	>0	>0	<0
$(3,+\infty)$	>0	>0	>0	>0

Celkem řešení: $\boxed{x \in (-2,-1) \cup (3,+\infty)}$

(2b) $\dfrac{2x+1}{x-3} > 4$ [nemá smysl pro $x=3$]

(α) $x>3$: ekv.: $2x+1 > 4(x-3)$

$13/2 > x$

řešení: $x \in \left(3, \frac{13}{2}\right)$

(β) $x<3$: ekv.: $2x+1 < 4(x-3)$

$13/2 < x$

řešení: $\emptyset$

(2c) $|x+1| + |x-2| < 4$

(α) $x<-1$: $x+1<0$, $x-2<0$ ekv.: $-(x+1)-(x-2)<4$

$-3 < 2x$

$-3/2 < x$

řešení: $x \in (-3/2, -1)$

(β) $x \in [-1,2)$: $x+1 \geq 0$, $x-2<0$ ekv.: $x+1-(x-2)<4$

$3<4$

řešení: $x \in [-1,2)$

(γ) $x \geq 2$: $x+1 \geq 0$, $x-2 \geq 0$ ekv.: $x+1+x-2<4$

$2x<5$

$x<5/2$

řešení: $x \in [2, 5/2)$

Celkem: $\boxed{x \in (-3/2, 5/2)}$

2d $\frac{x-1}{x-2} > \frac{x-3}{x-4}$ [nemá smysl pro $x = 2, 4$]

(α) $x < 2$: rozšíříme $(x-2)(x-4) > 0$

ekv.: $(x-1)(x-4) > (x-3)(x-2)$

$x^2 - 5x + 4 > x^2 - 5x + 6$

$4 > 6$ řešení $\emptyset$

(β) $x \in (2,4)$: násobíme $(x-2)(x-4) < 0$

ekv.: $(x-1)(x-4) < (x-3)(x-2)$

$4 < 6$ řešení $x \in (2,4)$

(γ) $x > 4$: dostanem $4 > 6$ jako sub (α) : žádné řešení

$\boxed{\text{Celkem řešení: } x \in (2,4)}$

2e $\frac{1}{x} + \frac{1}{1-x} < 2$ [nemá smysl pro $x = 0, 1$]

(α) $x < 0$: násobíme $x(1-x) < 0$; ekv: $1 - x + x > 2x(1-x)$

$2x^2 - 2x + 1 > 0$

řešení $x \in (-\infty, 0)$

platí vždy!
(nemá reálné kořeny; parabola otevřená nahoru)

(β) $x \in (0,1)$: násobím $x(1-x) > 0$

ekv.: $2x^2 - 2x + 1 < 0$ .. řešení $\emptyset$

(γ) $x > 1$: násobím $x(1-x) < 0$; podobně jako sub (α);

řešení $x \in (1, +\infty)$

$\boxed{\text{Celkem: } x \in (-\infty, 0) \cup (1, +\infty)}$

(2f) $|x^2-4x+3| \le |x^2-4|$

$|(x-1)(x-3)| \le |(x-2)(x+2)|$; nulové body $-2, 1, 2, 3$

(α) $x < -2$: $(x-1)(x-3) > 0$, $(x-2)(x+2) > 0$

ekv.: $(x-1)(x-3) \le (x-2)(x+2)$

$x^2-4x+3 \le x^2-4$

$7/4 \le x$

řešení ϕ.

(β) $x \in [-2, 1)$: $(x-1)(x-3) > 0$, $(x-2)(x+2) \le 0$

ekv.: $(x-1)(x-3) \le -(x-2)(x+2)$

$x^2-4x+3 \le 4-x^2$

$2x^2-4x-1 \le 0$

platí pro $x \in [\underbrace{1-\frac{\sqrt{6}}{2}}_{\doteq -0.22}, 1+\frac{\sqrt{6}}{2}]$.

řešení: $x \in [1-\frac{\sqrt{6}}{2}, 1)$.

(γ) $x \in [1, 2)$: $(x-1)(x-3) \le 0$, $(x-2)(x+2) < 0$

ekv.: $-(x-1)(x-3) \le -(x-2)(x+2)$

$-x^2+4x-3 \le -x^2+4$

$x \le 7/4$

řešení: $x \in [1, 7/4]$.

(δ) $x \in [2, 3)$: $(x-1)(x-3) < 0$, $(x-2)(x+2) \ge 0$

ekv. $-(x-1)(x-3) \le (x-2)(x+2)$

$-x^2+4x-3 \le x^2-4$

$0 \le 2x^2-4x-1$

$x \in (-\infty, 1-\frac{\sqrt{6}}{2}] \cup [1+\frac{\sqrt{6}}{2}, +\infty)$.

řešení: $x \in [1+\frac{\sqrt{6}}{2}, 3)$

(ε) $x \ge 3$: $(x-1)(x-3) \ge 0$, $(x-2)(x+2) > 0$

ekv. $(x-1)(x-3) \le (x-2)(x+2)$

$7/4 \le x$ (viz (α))

řešení: $x \in [3, +\infty)$.

Celkem řešení: $x \in [1-\frac{\sqrt{6}}{2}, 7/4] \cup [1+\frac{\sqrt{6}}{2}, +\infty)$

(2g) $\dfrac{|x+1|}{x-1} \geq x$ [nemá smysl pro $x=1$]

(α) $x < -1$: $x+1<0$, $x-1<0$ ekv. $\dfrac{-(x+1)}{x-1} \geq x \quad /\cdot (x-1)<0$

$-x-1 \leq x(x-1)$

$-1 \leq x^2$ platí vždy

řešení: $x \in (-\infty, -1)$.

(β) $x \in [-1, 1)$: $x+1 \geq 0$, $x-1<0$

$\dfrac{x+1}{x-1} \geq x \quad / \, (x-1)<0$

$x+1 \leq x(x-1)$

$0 \leq x^2-2x-1$.

$x \leq 1-\sqrt{2} \doteq -0.41$

nebo $x \geq 1+\sqrt{2} \doteq 2.41$

řešení: $x \in [-1, 1-\sqrt{2}]$

(γ) $x>1$: $x+1>0$, $x-1>0$ ekv.: $x+1 \geq x(x-1)$

$0 \geq x^2-2x-1$

$x \in [1-\sqrt{2}, 1+\sqrt{2}]$

řešení: $x \in (1, 1+\sqrt{2}]$.

$$\boxed{\text{Celkem: } x \in (-\infty, 1-\sqrt{2}] \cup (1, 1+\sqrt{2}]}$$