

Parciální diferenciální rovnice

Laplaceova rovnice

Řešte rovnice

$$\Delta u = 0$$

v následujících dvoudimenzionálních oblastech Ω

1.

$$\Omega = \{(r, \varphi), 0 < r < a, 0 < \varphi < \alpha < 2\pi\},$$
$$u(r, 0) = u(r, \alpha) = 0, \quad u(a, \varphi) = \varphi(\alpha - \varphi).$$

2.

$$\Omega = \{(r, \varphi), a < r < \infty, 0 < \varphi < \alpha < 2\pi\},$$
$$u(r, 0) = u(r, \alpha) = 0, \quad u(a, \varphi) = \varphi.$$

3.

$$\Omega = \left\{ (x, y), 0 < x, y < \frac{1}{2} \right\},$$
$$u(0, y) = u\left(\frac{1}{2}, y\right) = u\left(x, \frac{1}{2}\right) = 0, \quad u(x, 0) = \sin^2(2\pi x).$$

4.

$$\Omega = \left\{ (x, y), 0 < x, y < \frac{1}{2} \right\},$$
$$u\left(\frac{1}{2}, y\right) = u(x, 0) = u\left(x, \frac{1}{2}\right) = 0, \quad u(0, y) = y \cos(\pi y).$$