

1. zápočtová písemka

Čas k vypracování písemky je 45 minut. Povoleny jsou pouze běžné psací potřeby.

1. (6 bodů) Vyřešte diferenciální rovnici

$$y' = \frac{2\sqrt{y}}{x}$$

2. (6 bodů) Vyřešte diferenciální rovnici s počáteční podmínkou:

$$y' - \frac{y}{x+2} = (x+2)^2, \quad y(0) = 12.$$

3. (6 bodů) Vyřešte diferenciální rovnici

$$y'' - 4y = -8e^{2t}$$

4. (3 bodů) Nechť (X, ρ) je metrický prostor. Nechť $f : X \rightarrow \mathbb{R}$ je lipschitzovská, tedy

$$\exists K > 0 \forall x, y \in X : |f(x) - f(y)| \leq K\rho(x, y).$$

Rozhodněte o platnosti následujících výroků, tedy dokažte, nebo najděte protipříklad.

- (a) Je-li f lipschitzovská, pak je spojitá.
- (b) Je-li f spojitá, pak je lipschitzovská.