$\boxed{D5}$ (a) $\sum a_n$ K $\Rightarrow$ $\sum \sqrt{n}\, a_n$ K

(b) $\lim n^2 a_n = 0 \Rightarrow \sum (-1)^n a_n$ AK

(c) $\left(\sum a_{3n-1} + a_{3n}\right)$ K $\Rightarrow \sum a_n$ K

Řešení: (a) NEPLATÍ, polož $a_n = \frac{(-1)^n}{\sqrt{n}}$,

potom $\sum a_n$ K dle Leibnize, ale

$\sum \sqrt{n}\, a_n = \sum (-1)^n$ D, neboť nesplňuje

nutnou podmínku.

(b) PLATÍ, důkaz: víme, že $|a_n| = |(-1)^n a_n|$

a také $n^2 a_n \to 0 \Rightarrow n^2 |a_n| \to 0$.

Najdeme $n_0 \in \mathbb{N}$ takové, že $\forall n \in \mathbb{N}, n \geq n_0$:

$n^2 |a_n| \leq 1$, tj. $|a_n| \leq \frac{1}{n^2}$.

Z SK a $\sum \frac{1}{n^2}$ K plyne, že $\sum |a_n|$ K,

a tedy $\sum (-1)^n a_n$ AK.

(c) NEPLATÍ, polož $a_n = (0, 1, -1, 0, 1, -1, \dots)$.

Hodnocení: (a) ... 2 body
(b) ... 5 bodů
(c) ... 3 body