

Zápočtová písemka 30.10.2020

1.(6 bodů) Nalezněte infimum množiny

$$M = \bigcup_{n=2}^{\infty} \left\{ \frac{1}{\log n} \right\}.$$

Nezapomeňte podrobně dokázat obě vlastnosti infima.

2.(6 bodů) Spočtěte následující limitu

$$\lim_{n \rightarrow \infty} (\sqrt{n^4 + 3n^2 - 1} - \sqrt{n^4 + (-1)^n n}).$$

3.(10 bodů) Spočtěte následující limitu

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(n+1)! + 5^{n+1}}{n^n + n^3}.$$

Podrobně odůvodněte všechny limity.

4.(10 bodů) Spočtěte následující limitu

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\log(\log(5^n + 4^n))}{\log(n^5 + n^4)}.$$

5.(8 bodů) Rozhodněte o pravdivosti následujících dvou implikací ([x] značí celou část $x \in \mathbf{R}$):

A) Existuje vlastní $\lim_{n \rightarrow \infty} [a_n] \Rightarrow$ Existuje vlastní $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n$.

B) Existuje vlastní $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n \Rightarrow$ Existuje vlastní $\lim_{n \rightarrow \infty} [a_n]$.

Podmínkou k udelení zápočtu je získání 20 bodů. Přeji Vám mnoho štěstí.