

MATEMATICKÁ ANALÝZA 3, ZIMNÍ SEMESTR 2019–2020
FALEŠNÝ DRUHÝ ZÁPOČTOVÝ TEST

LUBOŠ PICK

Příklad 1. Necht' $\{f_n\}$ je posloupnost funkcí definovaná předpisem

$$f_n(x) = n \log \left(1 + \frac{1}{xn} \right), \quad x \in (0, \infty), \quad n \in \mathbb{N}.$$

Rozhodněte, zda posloupnost f_n bodově konverguje na $(0, \infty)$ a pokud ano, nalezněte limitní funkci. Rozhodněte, zda je tato konvergence stejnoměrná. Lokálně stejnoměrnou konvergenci nevyšetřujte.

Příklad 2. Nalezněte definiční obor funkce f definované předpisem

$$f(x) = \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{\operatorname{arccotg}(nx)}{\sqrt{n+1}}.$$

Rozhodněte, zda řada konverguje na tomto definičním oboru stejnoměrně.

Příklad 3. Nalezněte všechna maximální řešení diferenciální rovnice

$$y' = \frac{2\sqrt{y}}{1+x^2}$$

splňující podmínku

$$y(0) = \frac{\pi^2}{16}.$$