

**MATEMATICKÁ ANALÝZA 1, ZIMNÍ SEMESTR 2018–2019**  
**ZADÁNÍ PÍSEMNÉ ČÁSTI ZKOUŠKY - VARIANTA E**

LUBOŠ PICK

**Příklad E1.** Spočtěte limitu posloupnosti.

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(n^2 + 1)^{100} - (n + 2)^{200}}{(n^8 + 1)^{25} - (n^4 + 2)^{50}} (\sqrt{n^6 + 6} - \sqrt{n^6 + 1}).$$

**(10 bodů)**

**Příklad E2.** Spočtěte limitu funkce.

$$\lim_{x \rightarrow 0} \left( \frac{\cos x}{\sqrt{1 + x^2}} \right)^{\frac{1}{x^2}}.$$

**(10 bodů)**

**Příklad E3.** Určete, pro která  $x \in \mathbb{R}$  konverguje následující řada a pro která  $x \in \mathbb{R}$  konverguje absolutně.

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n (1 + \frac{1}{n})^n}{n}.$$

**(10 bodů)**

**Příklad E4.** Uvažujte funkci  $f$  definovanou předpisem

$$f(x) = \begin{cases} \arcsin\left(\frac{2 \log x}{1 + \log^2 x}\right) & \text{pro } x \in (0, \infty), \\ 0 & \text{pro } x = 0. \end{cases}$$

- (a) Dokažte, že funkce  $f$  je dobře definovaná.
- (b) Rozhodněte, ve kterých bodech  $x \in [0, \infty)$  existují jednostranné derivace funkce  $f$  a pro tyto body je spočtěte.
- (c) Určete intervaly monotonie funkce  $f$ .
- (d) Určete obraz množiny  $[0, e]$  při zobrazení  $f$ .
- (e) Určete intervaly konvexity a konkávitosti funkce  $f$ .

**(20 bodů)**