

MATEMATICKÁ ANALÝZA 1, ZIMNÍ SEMESTR 2018–2019
ZADÁNÍ PÍSEMNÉ ČÁSTI ZKOUŠKY - VARIANTA D

LUBOŠ PICK

Příklad D1. Spočtěte limitu posloupnosti.

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt[2n]{\frac{3^n + (-1)^n \operatorname{arctg}(n)}{4^n + (-1)^n \sqrt[n]{n}}}.$$

(10 bodů)

Příklad D2. Spočtěte limitu funkce.

$$\lim_{x \rightarrow \frac{3}{4}\pi} (-\cotg x)^{\operatorname{tg}(2x)}.$$

(10 bodů)

Příklad D3. Určete, pro která $\alpha \in \mathbb{R}$ konverguje následující řada.

$$\sum_{n=1}^{\infty} n^{\alpha} \left(\frac{1}{n} - \sin \frac{1}{n} \right).$$

(10 bodů)

Příklad D4. Uvažujte funkci $f: [0, \infty) \rightarrow \mathbb{R}$ definovanou předpisem

$$f(x) = \begin{cases} e^{\log^3(x)} & \text{jestliže } x \in (0, \infty), \\ 0 & \text{jestliže } x = 0. \end{cases}$$

- (a) Rozhodněte, zda je funkce f spojitá na $[0, \infty)$.
- (b) Rozhodněte, zda existuje $f'_+(0)$ a pokud ano, určete její hodnotu.
- (c) Určete intervaly monotonie funkce f .
- (d) Rozhodněte, zda existují inflexní body funkce f a pokud ano, nalezněte je.
- (e) Určete intervaly konvexity a konkávitity funkce f .

(20 bodů)