

MATEMATICKÁ ANALÝZA 1, ZIMNÍ SEMESTR 2018–2019
ZADÁNÍ PÍSEMNÉ ČÁSTI ZKOUŠKY - VARIANTA B

LUBOŠ PICK

Příklad B1. Spočtěte limitu posloupnosti.

$$\lim_{n \rightarrow \infty} = \frac{\sqrt{n^2 + 1} - \sqrt[3]{n^3 + 1}}{\operatorname{arccotg}(3n)}$$

(10 bodů)

Příklad B2. Spočtěte limitu funkce.

$$\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{2^x + e^{\sin x}}{2} \right)^{\frac{1}{\log(1+2x)}}$$

(10 bodů)

Příklad B3. Rozhodněte, zda následující řada konverguje.

$$\sum_{n=1}^{\infty} \sqrt[4]{1 - \cos \frac{1}{n}} \cdot \arccos \left(1 - \frac{1}{n} \right)$$

(10 bodů)

Příklad B4. Uvažujte funkci $f: [0, \infty) \rightarrow \mathbb{R}$ zadanou předpisem

$$f(x) = \begin{cases} \frac{x^2 \log x}{e^{2x}} & \text{jestliže } x \in (0, \infty), \\ 0 & \text{jestliže } x = 0. \end{cases}$$

- (a) Rozhodněte, zda je funkce f spojitá na $[0, \infty)$.
- (b) Rozhodněte, zda existuje $f'_+(0)$, a pokud ano, spočtěte ji.
- (c) Rozhodněte, zda má funkce f asymptotu v ∞ , a pokud ano, určete ji.
- (d) Rozhodněte, zda existuje $a \in (0, \infty)$ takové, že funkce f je monotónní na intervalu (a, ∞) .
- (e) Rozhodněte, zda existuje $b \in (0, \infty)$ takové, že funkce f je konkávní na intervalu $[0, b)$.

(20 bodů)