

**MATEMATICKÁ ANALÝZA 1, ZIMNÍ SEMESTR 2018–2019**  
**ZADÁNÍ PÍSEMNÉ ČÁSTI ZKOUŠKY - VARIANTA A**

LUBOŠ PICK

**Příklad A1.** Spočtěte  $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n$ , kde

$$a_n = \frac{\sqrt{\log\left(1 + \frac{1}{n^2}\right)}}{1 - e^{-\frac{3}{n}}}, \quad n \in \mathbb{N}. \quad (10 \text{ bodů})$$

**Příklad A2.** Spočtěte

$$\lim_{x \rightarrow \infty} x \left( e^3 - \left( 1 + \frac{1}{x} \right)^{3x} \right). \quad (10 \text{ bodů})$$

**Příklad A3.** Rozhodněte, zda následující řada konverguje.

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n}{n^2 + 1} (\sin n - \cos n) \operatorname{arctg} n.$$

Absolutní konvergenci nevyšetřujte. **(10 bodů)**

**Příklad A4.** Uvažujte funkci  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  zadanou předpisem

$$f(x) = \begin{cases} e^{-\frac{x}{x+1}} & \text{jestliže } x \neq -1, \\ 0 & \text{jestliže } x = -1. \end{cases}$$

- (a) Rozhodněte, zda je funkce  $f$  spojitá na  $\mathbb{R}$ .
  - (b) Rozhodněte, zda existují  $f'_-(-1)$  a  $f'_+(-1)$  a pokud ano, spočtěte je.
  - (c) Určete obraz množiny  $[-1, 0]$  při zobrazení  $f$ .
  - (d) Rozhodněte, zda je funkce  $f$  monotónní na intervalu  $(-\infty, 0]$ .
  - (e) Rozhodněte, zda existují inflexní body funkce  $f$  a pokud ano, nalezněte je.
- (20 bodů)**