**Obecná poznámka.** Příklady, které demonstrují zaváděné pojmy (následují zpravidla hned za jejich definicemi), jsou mimořádně důležité pro jejich pochopení. Je třeba je pečlivě pročíst, potom se opět vrátit k definici a s příklady ji znovu konfrontovat. Někdy je dobré tento proces zopakovat vícekrát, dokud ty zaváděné pojmy člověk opravdu dobře nepochopí – současně se při tomto procesu ty definice naučí a stanou se mu vlastními.

**Charakteristický polynom a jeho koeficienty.** Je-li $A = (a_{ij})$ matice řádu $n$, potom v matici $\lambda E - A$ je právě $n$ exemplářů neurčité $\lambda$. Při výpočtu determinantu podle definice je jedním ze součinů součin prvků na diagonále, tj.

$$+(\lambda - a_{11})(\lambda - a_{22}) \cdot \ldots \cdot (\lambda - a_{nn}).$$

Po roznásobení dostaneme

$$\lambda^n - \bigl(a_{11} + a_{22} + \cdots + a_{nn}\bigr)\lambda^{n-1} + \text{ cosi}$$

[pro dobré porozumění si to zkuste vypočítat pro výchozí matici $A$ třetího řádu]. Ve všech dalších součinech, z nichž je utvořen determinant matice $\lambda E - A$, musí chybět alespoň dva členy tvaru $\lambda - a_{ii}$; je-li totiž v součinu nějaký prvek $-a_{ij}$, nemohou v něm být prvky $\lambda - a_{ii}$ a $\lambda - a_{jj}$ (jsou ze stejného řádku/sloupce jako prvek $-a_{ij}$). Proto $(n-1)$-ní mocninu $\lambda$ dostaneme jen ze součinu prvků hlavní diagonály (viz výše). Ve všech dalších součinech je tedy nejvýše $n-2$ exemplářů neurčité $\lambda$. Jiným způsobem tedy nedostaneme $\lambda^n$ a $\lambda^{n-1}$. Příslušné koeficienty u dvou nejvyšších mocnin $\lambda$ jsou tedy

$$1 \quad \text{a} \quad -(a_{11} + a_{22} + \cdots + a_{nn}).$$

Mimo jiné jsme zjistili, že charakteristický polynom matice $A$ řádu $n$ má stupeň $n$.

V konkrétních příkladech, viz např. příklady 17.5, je rozumné si vypočítat charakteristický polynom (klasickým způsobem, tj. jako determinant) a podívat se, jaké koeficienty vyjdou. A porovnat to s větou 17.3. Je dobré si uvědomit, že charakteristický polynom singulární matice má nulový absolutní člen, neboť ten je roven $(-1)^n \det A$.

14. 3. 2021