

Vážení a milí,

zdravím vás v jedenáctém týdnu semestru. Doufám, že jste všichni v pořádku, že vás mívá jak viry, tak jiné nepříjemnosti. V tomto týdnu nás z lineární algebry čekají odstavce 11.11 až 12.12.

**Věta 11.11** je jednoduchým důsledkem předchozí látky, týká se změny matice homomorfismu při změně bází. Následující **příklad 11.12** ukazuje konkrétní situaci.

**Věty 11.13 a 11.14** uzavírají výklad tohoto paragrafu – je v nich formulována podstata věci. Homomorfismy odpovídají maticím, a matice odpovídají homomorfismům, můžeme od jedné řeči/formulace přejít ke druhé řeči/formulaci. Algebraicky je to vyjádřeno pomocí **izomorfismů**: vektorové prostory  $\text{Hom}(V, W)$  a  $T^{n \times m}$  jsou izomorfní, lineární algebry  $\text{End } V$  a  $T^{n \times n}$  jsou izomorfní, grupy  $\text{Aut } V$  a  $\text{GL}(n)$  jsou izomorfní. Vše spočívá na vzájemně jednoznačné korespondenci mezi homomorfismy a maticemi, která je vyjádřena již ve větě 11.2.

Následující paragraf začíná definicí *hodnosti matice*. Pomocí tohoto pojmu jsou **čtvercové** matice rozlišovány na *regulární* a *singulární* (definice 12.1 a 12.2). Následující příklad 12.3 ukazuje konkrétní matice a jejich hodnoty. Vzájemně jednoznačný vztah mezi homomorfismy a maticemi (maticová reprezentace homomorfismů) je doplněn ve **větě 12.4**: matice homomorfismu má stejnou hodnotu jako tento homomorfismus. Důsledkem je důležitý fakt (12.5): **čtvercová** matice nad tělesem  $T$  je regulární právě tehdy, když je invertibilní. Následující dvě věty ukazují, jak vypadá hodnota součinu matic v závislosti na hodnotě matic, které násobíme. Důkaz obtížnější implikace ve větě 12.7 můžete vynechat.

**Definice 12.9** zavádí pojem *elementární transformační matice*. Násobíme-li matici  $A$  elementárními transformačními maticemi zleva/zprava provádějí se v matici  $A$  tzv. *řádkové/sloupcové elementární úpravy* (viz 12.10 a 12.11). Matice  $A$  se tím změnila na matici, která má **stejnou hodnotu** jako matice  $A$ . Připomeňte si v této souvislosti tvrzení obsažené v 7.14 (viii).

\* \* \* \*

Jako knihu týdne vyhlášu mimořádně inteligentní román (je to vlastně román?):

Milan Kundera: *Nesmrtelnost*

(Ize též vyhledat na YouTube a poslouchat).

Píseň tohoto týdne (ve dvou verzích) ukazuje, že roušky se nosily již dávno, ale nakonec to dobře dopadlo a byly odloženy:

<https://www.youtube.com/watch?v=C22WjLi8S8>

<https://www.youtube.com/watch?v=2X-7ZtoUHAw>

Se srdečným pozdravem J. B.

7. 12. 2020